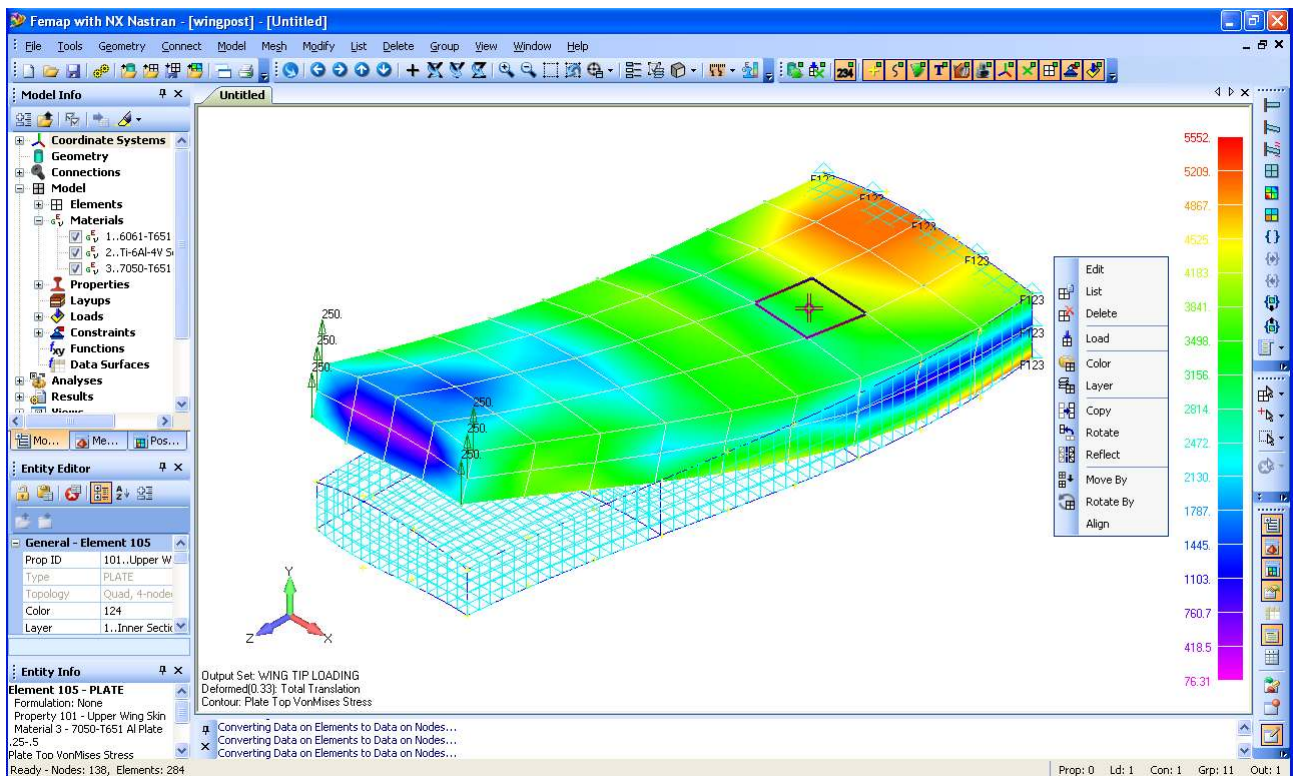


К.Н. Рудаков

FEMAP 10.2.0

Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций



КИЕВ – 2011



Рудаков Константин Николаевич,
доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры
динамики, прочности машин и сопротивления материалов
Национального технического университета Украины
„Киевский политехнический институт”

Рудаков К.Н.

FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К.: КПИ, 2011. – 317 с., ил.

В книге приведены основные сведения о работе в среде программного комплекса FEMAP 10.2.0 фирмы Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. для операционной системы Windows NT (2000, SP3; XP, SP2; Vista; Seven), который имеет две составляющие: универсальный пре- и постпроцессор **FEMAP 10.2.0**, а также анализатор **NX Nastran 7.1**.

Инструменты FEMAP позволяют проводить геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций, задавать начальные и граничные условия нагружения, т.е. создавать краевые задачи (препроцессор) для их дальнейшего конечно-элементного расчета с применением NX Nastran (процессор) с последующим просмотром и документированием результатов в среде FEMAP (постпроцессор).

Для студентов, аспирантов и инженеров, применяющих методы математического моделирование для численных расчетов на ПЭВМ теплового и напряженно-деформированного (статического, квазистатического или динамического) состояния элементов конструкций.

Материал, изложенный в этой книге, автором проверен. Но, поскольку вероятность человеческих ошибок существует всегда, автор не может гарантировать абсолютную точность и правильность приведенной информации. Объем книги очень ограничен по сравнению с реальным объемом информации, изложенным в Help FEMAP 10.2.0 и в литературных источниках. Кроме того, эта книга не является официальным изданием фирмы-производителя программного комплекса FEMAP 10.2.0. Поэтому автор не несет никакой ответственности за возможные отрицательные последствия, связанные с использованием материалов этой книги.

© Рудаков К.Н.

ВВЕДЕНИЕ

FEMAP (аббревиатура от **Finite Element Modeling And Postprocessing**) является средой для подготовки конечно-элементных моделей конструкций и соответствующих краевых задач для дальнейшего их расчета (**Finite Element Modeling**, пре-процессор), а также для просмотра и документирования результатов расчетов (**Post-processing**, пост-процессор).

На начало 2011 года актуальны версии UGS FEMAP 9.x (9.0, 9.1, 9.2, 9.3) со встроенным анализатором NX Nastran 4.x или 5.0 (**NASTRAN** – от **NA**sa **STR**uctural **AN**alysis), Siemens PLM Software FEMAP 10.0 и FEMAP 10.1 с NX Nastran 6.0, а также версии FEMAP 10.1.1 с NX Nastran 7.0 и FEMAP 10.2.0 с NX Nastran 7.1 той же фирмы.

Кроме того, в эксплуатации находится много версий MSC.FEMAP (6.0, 7.x, 8.x и прочие), отдельно или в составе MSC.visualNastran разных версий.

FEMAP – не единственный пре- и пост-процессор для анализаторов. Например, MSC.Nastran еще входит в состав комплекса с пре- и пост-процессором **MSC.Patran**. Свой пре- и пост-процессор имеет **ANSYS**, другие программные комплексы для конечно-элементных расчетов. Еще есть очень совершенный пре- и пост-процессор **Altair HyperMesh 3D**, который также имеет свой встроенный анализатор.

Популярность FEMAP обусловлена относительной простотой и, одновременно, значительной универсальностью, поскольку FEMAP имеет интерфейсные инструменты импорта и экспорта проекта и его частей со многими программами, в частности **PATRAN**, **MARC**, **ABAQUS**, **LS-DYNA3D**, **ANSYS**, **MSC.Software**, **NEi.Nastran** и др. Но в этой книге FEMAP рассматривается как пре- и пост-процессор только для **NX Nastran 7.1**.

При написании этой книги использовалась демо-версия FEMAP 10.2.0, S/N 000-00-00-DEMO-406F (имеет очень значительные ограничения по количеству объектов: точек, линий, узлов конечно-элементной сетки и т.п.) в составе FEMAP 10.2.0 32-bit и NX Nastran 7.1 (2010-й год выпуска, фирма Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. или сокращенно Siemens PLM Software). В книге применяется сокращенное название **SPLMS.Fv10.2.0**. Также использовался встроенный (англоязычный) справочник (вызывается командами меню „**Help**”).

С помощью FEMAP 10.2.0 можно подготовить для NX Nastran такие *основные* краевые задачи: теплопроводность стационарная и нестационарная, статическое (термо)упругое состояние (линейная или нелинейная упругость), статическое (термо)пластическое состояние, (термо)ползучесть, устойчивость упругих тел, частотный анализ, динамическое ударное, гармоническое и „случайное” нагружение, оптимизация конструкции, контактный анализ. Конструкция и/или среда может быть аппроксимирована разнообразным набором конечных элементов: одно-, двух- и трехмерных с разными свойствами, из разных материалов, характеристики которых могут зависеть от температуры или скорости деформирования.

Полный цикл проведения анализа элемента конструкций состоит из таких этапов:

- анализ геометрии элемента конструкции (тела), условий его нагружения, свойств материала(ов) тела, создание расчетной модели;
- введение теплофизических и механических характеристик материалов;
- создание геометрической и на ее основе – конечно-элементной модели тела; или создание конечно-элементной модели тела сразу, без геометрической модели;
- введение начальных и граничных условий;
- создание задания на расчет;
- проведение расчета;
- визуализация полученных результатов и их критический анализ;
- при необходимости – модификация конечно-элементной модели тела, характеристик материалов, начальных и граничных условий, повторное проведение расчетов;
- фиксация результатов (создание рисунков растровой графики, вывод на печатающее устройство текстовой и/или графической информации, передача в другие программы).

Будем считать, что пользователь знаком с основами теорий теплопроводности, упругости, пластичности, ползучести, колебаний и устойчивости, которые применяются при постановках соответствующих краевых задач; а также с методом решения этих задач – методом конечных элементов, примененным в NX Nastran. На помощь в Приложениях помещены некоторые общие сведения про эти теории и методы.

Рассмотрим несколько важных понятий (определений) FEMAP.

Рабочее поле – поле „окна” FEMAP, созданное с применением технологии компьютерной графики OpenGL, в котором изображены объект или график. Текущие текстовые сообщения выводятся на другое поле – „Messages” (сообщений).

ID – внутренний идентификационный номер (код) введенных значащих объектов: точек, линий, поверхностей, объемов, функций, материалов, наборов свойств и т.п. Вводится автоматически или пользователем. Для каждого типа объектов нумерация – отдельная.

Inc (инкремент) – величина автоматического приращения **ID** при появлении нового объекта.

Title – название некоторых введенных значащих объектов: функций, материалов, поверхностей, объемов, наборов свойств и т.п. Вводится автоматически или пользователем.

ID и **Title** нужны для предоставления возможности адресного доступа к объектам при дальнейшей работе с ними.

DOF – степени свободы каждого узла конечно-элементной сетки. Их шесть: три – перемещение (Translation) вдоль указанной координатной оси (обозначаются как **TX**, **TY** и **TZ**), три – вращение (Rotation) узла вокруг оси, параллельной указанной координатной оси (обозначаются как **RX**, **RY** и **RZ**).

Workplane (рабочая плоскость) – вспомогательная плоскость с самостоятельными координатами **X** и **Y**. Назначение – облегчение построения геометрических объектов. Координаты введенных на рабочей плоскости геометрических объектов автоматически пересчитываются в текущую глобальную систему координат (**CSys**): декартову, цилиндрическую или сферическую. Значительная часть инструментов для построения геометрии работает только в рабочей плоскости.

Некоторые очень важные свойства FEMAP и NX Nastran, которые пользователю необходимо учитывать всегда:

- FEMAP не имеет конкретной системы измерений геометрических и физических величин. Поэтому при создании модели пользователю необходимо выбрать какую-то конкретную систему измерений, например: м, Н, Па = Н/м², сек., Дж, К и строго придерживаться ее. Есть и несколько исключений, в частности, углы задаются в градусах, скорость вращения – в оборотах за единицу времени; ускорение вращения – в радианах, отнесенных к квадрату единицы времени;

- команда „Undo” (отмена последнего действия, шаг назад) в FEMAP фактически не имеет полной или фиксированной глубины, хотя максимально возможное количество шагов назад может устанавливаться пользователем (см. Раздел 1.5). Нельзя отменить необратимые по сути команды из меню „File”, „View...”, „Window...” и т.п. Например, запись в файл модели, уплотнение этого файла (командой **File→Rebuild...**). Есть и другие необратимые ситуации. Поэтому не следует рассчитывать на то, что всегда можно будет возвратиться к какой-нибудь предыдущей ситуации. Сообщение об отмене команды появляется на поле „Messages”;

- NX Nastran при каждом расчете создает несколько новых файлов, которые не удаляет, а также временные файлы, размер которых зависит от размера задачи и может быть очень значительным (сотни мегабайт, гигабайты, десятки и сотни гигабайт). Если в процессе работы NX Nastran состоялся крах операционной системы или программы (например, вследствие выключения электроэнергии), то временные файлы не удалятся. Поэтому пользователю нужно иногда самостоятельно удалять ненужные файлы в **рабочей** папке, в системной папке ...**Temp**, в папке ...**Scratch**, особенно после краха системы или программы;

- если не создать файл проекта (не дать команду на сохранение проекта в файле с расширением имени **.modfem**) и дать команду на проведение расчета, то FEMAP и NX Nastran будут создавать часть своих многочисленных файлов в папке ...**FEMAPv102**, где и так много своих файлов программы и, по идее, не должно быть посторонних (не относящихся к комплектности программного комплекса) файлов. Если такая ситуация произошла, то необходимо очистить папку ...**FEMAPv102** от лишних файлов, отсортировав их, например, по времени создания;

- в случае отсутствия папки ...**Scratch** счет проводиться не будет, а по диагностическим сообщениям FEMAP и NX Nastran действительную причину отказа в счете понять практически невозможно;

- NX Nastran „не любит” в именах папок и файлов кириллицу и некоторые разделительные знаки, в том числе знак пробела. Это проявляется в „потере” некоторых файлов, в частности, файла с заданием на счет (с расширением имени **.dat**). Результат – отсутствие счета с непонятной диагностикой причины. Поэтому рекомендуется создавать простые, короткие, с применением латиницы, цифр и знаков **_** и **-** имен, которые точно распознаются NX Nastran.

* * *

Эта книга не содержит исчерпывающей информации о SPLMS.Fv10.2.0. Ее назначение – предоставить пользователю первичные сведения о FEMAP и его инструментах для создания геометрической и конечно-элементной модели тел; об особенностях задания начальных и граничных условий основных краевых задач, которые могут решаться программой NX Nastran 7.1; о просмотре и фиксации результатов. Помогают процессу овладения SPLMS.Fv10.2.0 файлы проектов-примеров, которые можно найти в папке ...**FEMAPv102****Examples**, а также сведения из встроенного „**Help**”.

FEMAP довольно быстро развивается, но внешне и по назначению его основные инструменты остаются почти неизменными. Популярность FEMAP и Nastran довольно большая. Поэтому автор имеет надежду, что его кропотливая работа не напрасна, а эта книга послужит пользователям при освоении этой и новых версий FEMAP.

Раздел 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

SPLMS.Fv10.2.0, а вернее – его часть FEMAP, имеет все инструменты, необходимые для подготовки к проведению полного цикла вычислений в другой его части – NX Nastran 7.1, а также для проведения операций импорта (или экспорта) как геометрических моделей, так и всего проекта в целом из других программ (или в другие программы) аналогичного назначения (ABAQUS, ALGOR, ANSYS, CAEFEM, GENESIS, LS-DYNA3D, MARC, PATRAN, COSMOS, ...).

На рис.1.1 показан *графический интерфейс пользователя FEMAP* с некоторыми вызванными мнемоническими меню (панелями электронных кнопок), а именно: „**Model**” (под меню, слева), „**View**” (под меню, по центру), „**Entity Display**” (под меню, справа), „**Post**” (вертикальная, справа вверху), „**Select**” (вертикальная, справа посередине), „**Panes**” (вертикальная, справа внизу). На рабочем поле модели расположено изображение результатов расчета на поверхности детали (по контуру – **Contour**) в виде изополос (название величины указано в левом нижнем углу окна с изображением, здесь это **Plate Top vonMises Stress** – эквивалентные напряжения по гипотезе энергии формоизменения (Мизеса) на верхней и нижней сторонах КЭ типа **Plate**). Тело показано в сдеформированном состоянии (с преувеличением для наглядности). Кроме результатов, на поверхности показано конечно-элементную сетку, закрепления в узлах (справа вверху) и приложенную нагрузку (силы). В окне еще изображены глобальные оси X, Y, Z и цветовая гамма с градациями выводимой величины.

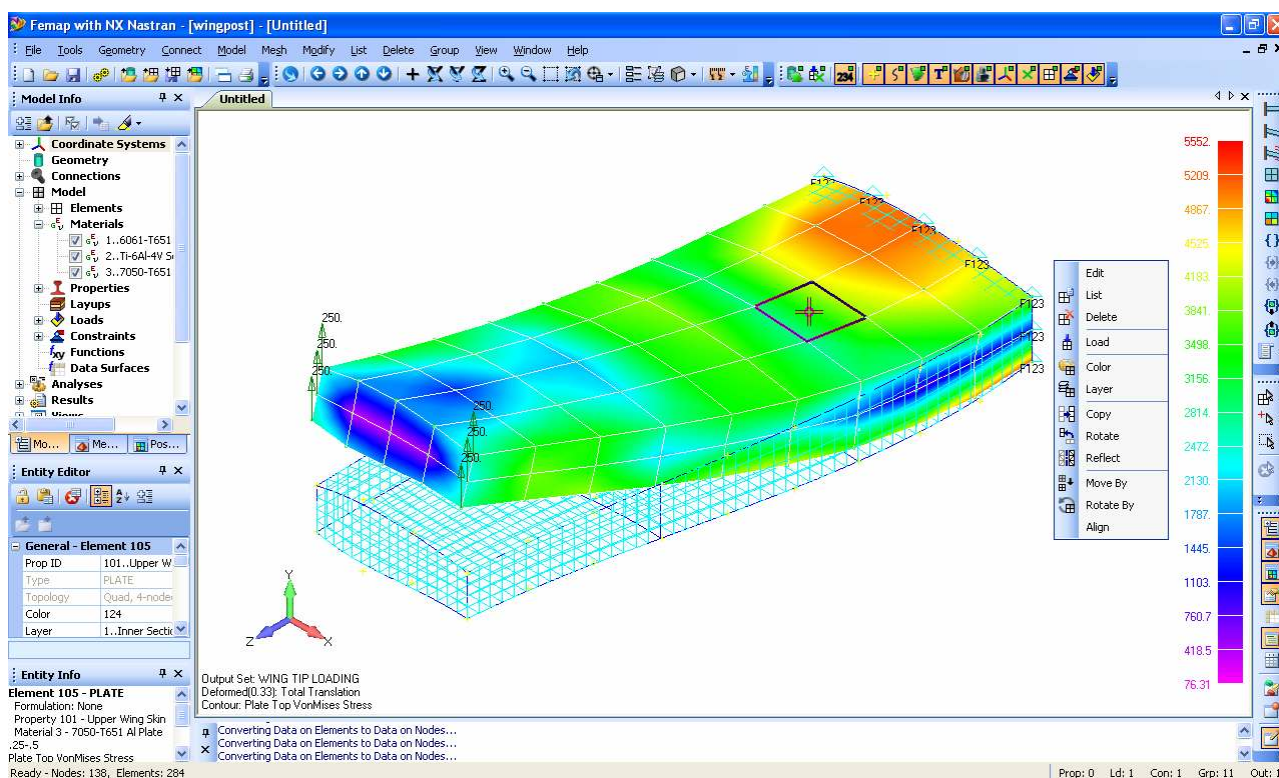


Рис.1.1. Графический интерфейс пользователя программы FEMAP 10.2.0

Слева от рабочей плоскости изображены информационные панели „**Model Info**”, „**Entity Editor**” и „**Entity Info**”; на последней выведены сведения об избранном с помощью „мыши” конечном элементе (на него указывает перекрестье „мыши”, он выделен контуром).

Все инструменты FEMAP могут быть активизированы через главное меню программы, панель быстрого доступа, переключатели, „горячие” и функциональные клавиши, применением мнемонических меню (панелей электронных кнопок).

Активизация **панели быстрого доступа** проводится щелчком правой кнопкой „мышь” где-нибудь на рабочем поле. Наполнение этой панели зависит от действий, которые проводятся. Обычно в это меню помещены (см. рис.1.1, правее от изображения тела) вызовы некоторых диалогов для настраивания рабочей плоскости, вида курсора (**Snap to ...**), изображения на рабочем поле и т.п.

1.1 Меню FEMAP

Главное меню (см. рис.1.1, вверху) имеет такие группы команд и инструментов:

Название	Назначение
File	Загрузка, сохранение, экспорт, импорт, печатание, запуск программы на выполнение расчетов, общая настройка интерфейса
Tools	Команды Undo и Redo ; управление параметрами рабочей плоскости, курсора, модели; вызов панелей; создание макросов (*.pro) и модификация меню; создание внутренних переменных; вызов менеджера слоев; контроль качества модели; определение характеристик геометрической модели (площади, моменты инерции, масса и др.), измерение расстояний и углов, поиск и объединение совпадающих примитивов и другие контрольные функции, подсчет сумм сил и моментов относительно указанной точки, другие инструменты
Geometry	Построение геометрической модели
Connect	Задание условий контактирования тел, входящих в модель
Model	Построение краевой задачи (модели): введение функций, характеристик материалов, начальных условий и граничных условий (ГУ); управление формированием результатов расчета для их дальнейшей обработки
Mesh	Формирование условий, проведение автоматической и полуавтоматической генерации конечно-элементной модели (КЭМ)
Modify	Редактирование существующей геометрической модели или КЭМ
List	Вывод информации о разнообразных составляющих модели (листинги)
Delete	Удаление различных составляющих модели
Group	Формирование различных групп для сложных моделей, работа с ними
View	Управление просмотром результатов расчетов и функций и т.п.
Window	Настраивание графических окон
Help	Получение справочной информации от фирмы-разработчика программы

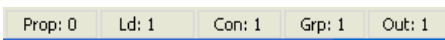
1.2 „Горячие” клавиши FEMAP

„Горячих” клавиш очень много (можно самостоятельно назначать новые, см. Раздел 1.5). Полный список можно получить из меню **Help**. Некоторые из тех, что применяются чаще всего, помещены в следующую таблицу:

Клавиши	Назначение
F1, Ctrl+H	Вызов диалога „ Help ” (Помощь)
F2, Ctrl+W	Вызов диалога „ Workplane Management ” изменения рабочей плоскости
F3	Вызов диалога печатания
F4	Команда „ Save... ” сохранения проекта в файле
F5, Ctrl+S	Вызов диалога „ View Select ” (настраивание просмотра результатов расчетов и функций)
F6	Вызов диалога „ View Option ” (настраивание изображений)
F7	Вызов диалога „ View Zoom ” (изменение масштаба изображения)
F8	Вызов диалога „ View Rotate ” (повороты изображения)
Ctrl+D, Ctrl+G	Обновление, полная регенерация изображения рабочего поля
Ctrl+Z, Ctrl+Shift+Z	Команды „ Undo ” (отказ от последнего действия) и „ Redo ” (отказ от последней команды „ Undo ”)

Ctrl+A	(Autoscale) – скачкообразное перемещение изображения в центр рабочего поля с изменением масштаба изображения к стандартному
Ctrl+C	Копирование изображения активного окна в буферную память

1.3 Переключатели, мнемонические меню, панели и кнопки FEMAP

Переключатели  расположены в правой части панели состояния (горизонтальная полоса внизу, см. рис.1.1). Они вызывают динамические меню, служащие для активации некоторых объектов: свойств КЭ (**Prop**), наборов нагрузок (**Ld**), кинематических граничных условий (**Con**), групп (**Grp**), наборов (таблиц) с результатами вычислений (**Out**).

Мнемонические меню (панели электронных кнопок) могут вызываться, „прятаться” и перемещаться в любое место графического интерфейса. Они ускоряют поиск и вызов инструментов, к которым есть доступ из главного меню, имеют некоторые дополнительные инструменты. Графическое изображение на кнопках помогает безошибочно выбрать необходимый инструмент. Для вызова мнемонических меню можно применять команду **Tools**→**Toolbars**→, или делать щелчок правой кнопкой „мыши” тогда, когда ее курсор указывает на свободное место где-нибудь правее от команд меню.

Удобно, чтобы мнемонические меню, применяющиеся чаще всего, всегда присутствовали в графическом интерфейсе. Привычный вариант – мнемонические меню, изображенные на рис.1.1. Сведения о них помещены в следующих таблицах.

Таблица 1.1. Краткая характеристика мнемонического меню „Model”










Вид кнопок	Назначение
	„New” – создание нового рабочего окна (для новой модели); „Open” – открытие файла с моделью; „Save” – сохранение модели в файле
	„Analyze Model” – запуск процесса решения краевой задачи с помощью NX Nastran или другой назначенной программы
	„Import Geometry” – импорт геометрии; „Import Model”, „Export Model” – импорт, экспорт модели; „Import Results” – импорт результатов
	„Copy Picture” – копирование изображения активного графического окна в буфер обмена информацией (clipboard); „Print” – прямое печатание этого изображения

Таблица 1.2. Краткая характеристика мнемонического меню „View”

Вид кнопок	Назначение
	„Dyn Rotate” – динамическое перемещение, масштабирование или поворот модели
	„Pan left” – перемещение модели влево, „Pan right” – вправо, „Pan up” – вверх, „Pan down” – вниз (перемещение на 10% – простое нажатие, на 25% – с нажатой клавишей „Shift”, на 50% – с клавишей „Ctrl”)
	„Rotation Direction” – переключение направлений вращения модели; „Rotate X”, „Rotate Y”, „Rotate Z” – вращение вокруг осей X, Y, Z соответственно (простое нажатие – вращение относительно осей X, Y, Z; с клавишей „Shift” – относительно осей экрана, с клавишей „Ctrl” – поворот на 90° относительно осей X, Y, Z)
	„Mag Up” – увеличение, „Mag Down” – уменьшение масштаба изображения модели (простое нажатие – на 110%, с клавишей „Shift” – на 150%, с клавишей „Ctrl” – на 200%)
	„Zoom” – увеличенное изображение избранной прямоугольной области; „Prev Zoom” – возвращение к предыдущему масштабу изображения; „View and Rotation Center” – центрирование и вращение модели относительно указанной точки



	Вызов диалоговых панелей для: „ View Select ” – управления методом отображения модели и результатов; „ View Visibility ” – управления отображением объектов модели и меток, активизация групп, графических слоев и др.; „ Measure ” – множественных измерений расстояний; „ Model Data Contour ” – выбора данных модели, что будут отображаться на контуре
	„ View Style ” – вызов динамического меню для установления стиля изображения, отображение/скрытие рабочей плоскости, вызов диалоговой панели „ View Options ”

Таблица 1.3. Краткая характеристика мнемонического меню „Post”














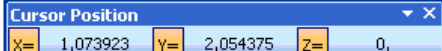




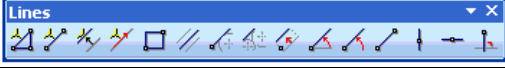









Вид кнопок	Назначение
	Показывать изображение модели в недеформированном („ Select an Undeformed View ”), сдеформированном („ Select a Deformed View ”) виде и с применением анимации („ Select an Animated View ”) соответственно
	Не показывать (первая кнопка „ Select a view with no Contours ”) и показывать цветом назначенную функцию (полученную после проведения анализа) или данных модели: вторая кнопка „ Select a Contour View ” – на контуре, третья кнопка „ Select a Criteria View ” – средние для конечного элемента значения
	„ Post Data ” – вызов диалоговой панели „ Select PostProcessing Data ” для избрания функции, которая будет показываться цветом, а также другой функции, на основе которой будет проводиться анимация, для „разрезки” модели и других назначений для вывода результатов расчетов
	Переход на другой набор результатов расчетов: следующий („ Switch Post Data to Next Output Set ”) или предыдущий („ Switch Post Data to Previous Output Set ”) соответственно
	Переход на другую функцию из набора результатов расчетов: следующую („ Switch Contour to Next Output Vector ”) или предыдущую („ Switch Contour to Previous Output Vector ”) соответственно
	„ Post Option ” – изменение некоторых параметров изображения (для вызова дополнительного мнемонического меню необходимо инициировать правую часть пиктограммы, т.е. ). Будет рассмотрено в Разделе 8.3.2)

Таблица 1.4. Краткая характеристика мнемонического меню „Select”

Вид кнопок	Назначение
	Назначение типа объектов (точки, линии, поверхности, объемы, конечные элементы и их узлы, материалы и т.п.), сведения о которых (избранных на рабочем поле) будут помещаться на информационной панели „ Entity Info ”. Внимание: после такого назначения динамические изменения изображения модели (вращение, изменение масштаба, перемещение) возможны только после вызова панели „ Dynamic Display ” кнопкой „ Dyn Rotate ” (см. табл.1.2)
	„ Selector Mode ” – для назначения способов выбора объектов модели
	„ Selector Actions ” – для назначения действий, которые будут реализованы при избрании объектов модели
	„ Selector Clear ” – для очищения списка активных объектов модели, избранных с помощью инструментов мнемонического меню „ Select ”
	„ Snap Mode ” – выбор метода фиксации местоположения графического курсора: „ Screen ” – фиксация исключена; „ Grid ” – фиксация по ближайшей точке рабочей плоскости; „ Point ” – по ближайшей геометрической точке; „ Node ” – по ближайшему узлу конечно-элементной модели

Есть значительное количество других мнемонических меню (см. табл.1.5).

Таблица 1.5. Краткая характеристика других мнемонических меню

	Ориентация модели для обзора
	Вывод текущих значений координат курсора
	Часть команд панели „ Visibility ”: назначение типов объектов модели, которые будут изображаться на экране монитора (см. предпоследнюю группу кнопок в табл.1.2)
	Форматирование текста
	Команды для создания твердотельной модели
	Команды для создания поверхностей
	Команды для создания прямых линий
	Команды для создания окружностей и их частей (дуг)
	Команды для создания сплайновых линий
	Команды для создания линий на поверхностях
	Команды для редактирования линий
	Команды для создания сетки конечных элементов
	Команды для задания нагрузок
	Команды для задания ограничений (закреплений)
	Команды для отображения/сокрытия информационно-навигационной панели „ Model Info ”, панелей создания сетки Meshing Toolbox , редактирования модели „ Entity Editor ” и „ Data Surface Editor ”, информационных панелей „ Entity Info ”, „ Messages ” и „ Data Table ” и т.п.
	Команды для вызова инструментов SA Toolkit (Structural Analysis Toolkit for Nastran), TMG (Advanced Nonlinear Theory and Modeling Guide) и еще многих других (Custom Tools) соответственно

Пояснительный текст о назначении электронных кнопок (да и других объектов) выводится, как это принято в Windows, на полосе состояния, в ее левой части. Подробнее команды мнемонических меню будут рассматриваться по мере необходимости.

FEMAP имеет информационно-навигационную панель „Model Info”, панель создания сетки „Meshing Toolbox”, панели редактирования модели „Entity Editor” и „Data Surface Editor”, информационные панели „Entity Info”, „Messages” и „Data Table”, панели программирования „API Programming” и „Program File”.

Информационно-навигационная панель „Model Info” (см. рис.1.2-а) позволяет проводить навигацию, рассматривать текущее состояние и проводить редактирование каждой из модели, разрабатываемой в FEMAP.

Включает такие объекты, как: **Coordinate Systems** (системы координат); **Geometry** (геометрия); **Connections** (соединение) с градацией на **Properties** (свойства), **Regions** (регионы) и **Connections** (соединения); **Model** (модель) с градацией на **Materials** (материалы), **Properties** (свойства), **Layups** (слоистость), **Loads** (нагрузки), **Constraints** (ограничения), **Functions** (функции) и **Data Surfaces** (данные поверхности); **Analyses** (анализ); **Results** (результаты); **Views** (изображения); **Groups** (группы); **Layers** (уровни).

Если навести курсор „мыши” на любой объект информационно-навигационной панели „Model Info” и щелкнуть правой кнопкой „мыши”, появится динамическая диалоговая панель, набор команд которой соответствует объекту. Эти панели целесообразно рассматривать в других Разделах, при необходимости.

На информационной панели „Messages” появляются все сообщения FEMAP, в частности отчеты о результатах выполнения команд. Обычно эту панель располагают ниже рабочего поля. Она не имеет электронных кнопок, т.е. не выполняет никаких команд. Для ее полной очистки удобно дважды инициировать кнопку „Messages” на панели „Panels” (см. табл.1.5).

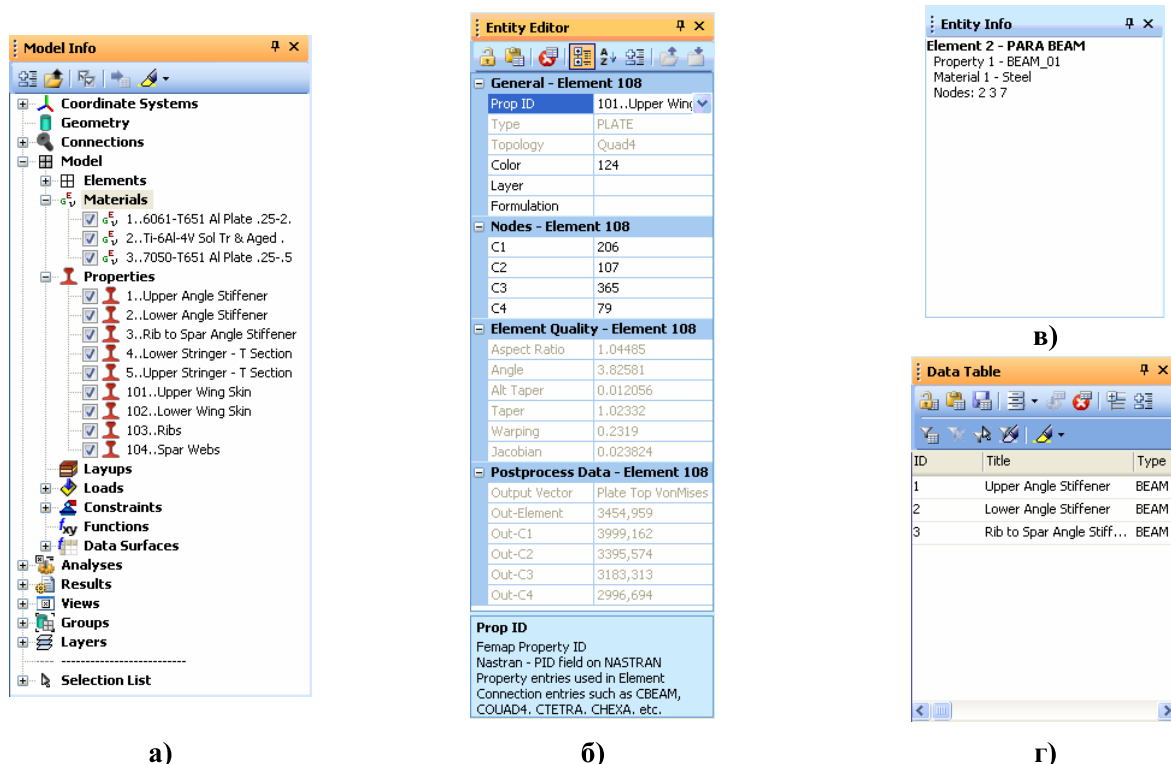





















Рис.1.2. Панели FEMAP: а) – информационно-навигационная „Model Info”; б) – редактирования модели „Entity Editor”; в), г) – информационные „Entity Info” и „Data Table”

Еще одна панель – „Entity Editor” (редактор объектов, см. рис.1.2-б). Избрание объектов для панели „Entity Editor” может проводиться на ней, а также с применением: мнемонического меню „Select” (см. табл.1.4), панелей „Model Info” и „Data Table”. На панели „Entity Editor” можно редактировать значения некоторых атрибутов объекта, а именно тех, при избрании которых появляются кнопки списка избрания или вызова диалоговых панелей.

На информационные панели „Entity Info” (см. рис.1.2-в) и „Data Table” (см. рис.1.2-г) выводятся сообщения об объектах, выбранных „мышью” после избрания типа объектов с помощью мнемонического меню „Select” (см. табл.1.4). Но на панели „Entity Info” появляются со-

общения об одном объекте, а на панели „Data Table” – обо всех последовательно выбранных. Панель „Data Table” (и другие) имеет несколько электронных кнопок. Объяснения к ним помещены в таблице 1.6.

Таблица 1.6. Краткая характеристика электронных кнопок панелей „Model Info”, „Entity Editor”, „Entity Info” и „Data Table”

	„Collapse/Expand” – свернуть / развернуть („дерево” модели)
	„Reload from Model” – вернуть предыдущие значения для (избранной) модели (в случае введения неверных данных)
	„Reset All Visibility Options” – установить все опции видимости (на панели „Visibility”, см. рис.1.12-б)
	„Send to Data Table” – передать данные на (открытую) панель „Data Table”
	„Show When Selected” – показать объекты (на рабочем поле, другим цветом), что отображены (имеет варианты изображения: „Off” (отключено), „Highlight” (освещение), „Transparent Highlight” (прозрачное освещение), „Show Selected Only” (показывать только избранный объект); а также переключатели „Show Label” (показывать метки), „Show Normals” (показывать нормали) и команду Highlight Color... → для изменения цвета освещения)
	„Lock/Unlock” – блокировать / разблокировать данные
	„Copy to Clipboard” – копировать таблицу в буферную память
	„Save to a File” – сохранить таблицу в файл
	„Clear All” – удалить все данные
	„Categorized” – сортировать по категориям
	„Alphabetic” – сортировать в алфавитном порядке
	„Update Model” – обновить модель (становится активной после введения изменений). Внимание: если не дать эту команду, все сделанные изменения будут проигнорированы после перехода к другому объекту
	„Show/Hide Columns” – показывать / не показывать в таблице колонки данных (выбор названий колонок в появляющемся списке)
	„Add Output Columns” – прибавить колонки по исходным данным
	„Show/Hide Group Header” – показывать / не показывать заголовки групп
	„Filter Rows” – вызвать фильтр строк (см. рис.1.3)
	„Clear Filter” – удалить все назначения в фильтре
	„Update Selection to Visible Rows” – обновить данные в видимых строках
	„Show Visible Rows” – показывать видимые строки

На панели „Data Table Filter” (см. рис.1.3) выбираются те атрибуты объекта, которые будут показываться в таблице „Data Table”. После их избрания есть смысл инициировать кнопку „Toggle Selection”, чтобы согласовать список выбранных атрибутов.

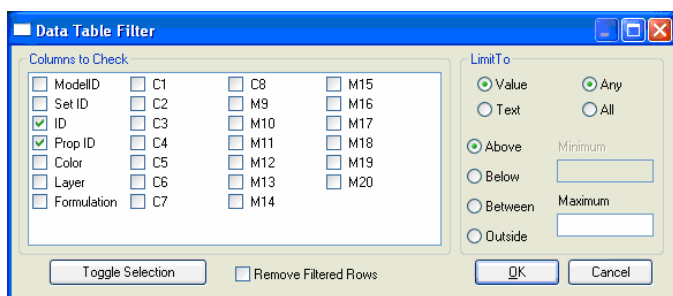


Рис.1.3. Диалоговая панель фильтра таблицы данных

„Limit To” (лимиты) радиокнопками „Value” (числовое значение) или „Text” (текст) выбирается тип объекта, а „Any” (любой из избранного типа) и „All” (все) – которые рассматривать; для типа „Value” радиокнопками „Above” (выше), „Below” (ниже), „Between” (между) и „Outside” (извне) выбираются необходимые признаки, а в полях „Minimum” и „Maximum” устанавливаются лимитированные значения; для типа „Text” появляется поле „Contains” (содержание). Есть опция „Remove Filtered Rows” (удалить фильтрованные строки).

Заголовки колонок таблицы „Data Table” еще содержат указатели направления сортировки: вверх или вниз. Для изменения направления достаточно сделать на заголовке щелчок левой кнопкой „мышь”.

Двойной щелчок левой кнопкой „мышь” на названии панелей переводят их последовательно во „встроенное” или „отделенное” состояние.

На панелях FEMAP могут присутствовать кнопки „забывчивого” пользователя (см. табл. 1.7), которые вызывают диалоги для создания, выбора, поиска или отображения объектов, без которых дальнейшая работа на панелях невозможна.

Таблица 1.7. Кнопки „забывчивого” пользователя на диалоговых панелях FEMAP

Вид	Назначение	Вид	Назначение
	Создание функции		Создание таблицы
	Создание материала		Создание координатной системы
	Создание „Property” для КЭ		Создание уровня (слоя)
	Создание слоев для КЭ типа „Laminate”		Выбор „твердых” тел из списка
	Создание точки		Отображение избранных объектов
	Поиск в файловой системе		Замер расстояний
	Создание контактного „Property”		

На многих панелях есть кнопка „Pick ^”, с помощью которой изменяется принцип избрания объектов. Есть множество вариантов, появляются новые. В частности, если после инициации кнопка „Pick ^” избрать вариант „Coordinate”, то появится панель „Coordinate Selection”, изображенная на рис.1.4. На ней из списка „In CSys” выбирается координатная система, иницируются опции „X”, „Y” и/или „Z” (те, что есть в избранной системе), назначается принцип избрания: „Above” (больше), „Below” (меньше), „Outside” (извне), „Between” (между) или „At Location” (в месте), задаются значения „Min”, „Max”, „Location” (положение) и/или „Tolerance” (точность при поиске). После команды „OK” на диалоговой панели, из которой вызвалась описанная панель „Coordinate Selection”, будет сформирован список объектов, соответствующих указанным критериям.

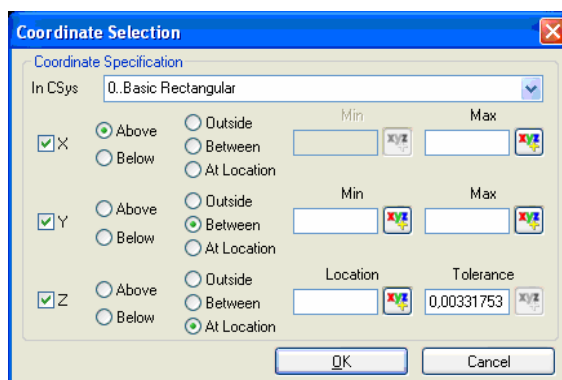


Рис.1.4. Панель избрания объектов по координатам

Примечание 1.1. Любую последнюю команду можно быстро вызвать таким образом: правая кнопка „мышь”, в динамическом меню избрать „Previous Command...” (предыдущая команда).

1.4 Файлы FEMAP и NX Nastran

В папке ...\\FEMAPv102\\Examples фирма-разработчик предоставляет пользователю примеры применения программы (в виде рабочих файлов проектов разных форматов); в папках ...\\FEMAPv102\\pdf, ...\\FEMAPv102\\TMG\\doc\\femap, ...\\FEMAPv102\\TMG\\doc\\femap\\tutorials – тексты описаний-инструкций в форматах .pdf и .html, а также соответствующие файлы модели в форматах .modfem, .neu, .x_t, .dxf, .igs и др.

FEMAP использует несколько файлов-библиотек (с расширением имени .esp) для сохранения данных о материалах, функциях, свойствах конечных элементов и т.д. Они расположены в папках ...\\FEMAPv102, ...\\FEMAPv102\\SAToolkit\\femap, ...\\FEMAPv102\\TMG\\femap\\bas, ...\\FEMAPv102\\TMG\\femap\\com, ...\\FEMAPv102\\TMG\\femap\\exe. При необходимости их расположение можно изменить (см. Раздел 1.5).

Каждый проект, рассматриваемый в FEMAP, сохраняется в одном файле (битового формата), расширение имени которого .modfem. (ранее было .mod). Можно создать (опера-

ция экспорта) другой файл проекта – с расширением имени **.neu** (FEMAP Neutral). Он текстовый, часто меньшего размера, нежели **.modfem**, поэтому рекомендуется для продолжительной сохранности проектов, а также применяется при переносе проектов в другие программы.

FEMAP может создавать еще такие типы файлов:

- **.pro, .prg** – программные файлы – макросы (отформатированная запись или нет);
- **.bas** – сценарии, создаваемые языком сценариев FEMAP BASIC.

Геометрическую часть проектов можно передавать в другие программы (экспорт) или получать от них (импорт). Для этого могут применяться несколько форматов: файлы с расширением имени **.sat, .x_t, .igs, .stp, .stl, .dfx** и др. (подробнее см. Раздел 2.2).

В FEMAP есть процедура обслуживания файла проекта (с расширением имени **.modfem**). Ее рекомендуют применять:

- после импорта модели из другой программы (см. Раздел 2.1) для проверки ее целостности;
- сразу после удаления некоторых объектов модели с целью их восстановления, если это почему-то невозможно сделать командой отката („**Undo**” или комбинацией клавиш „**Ctrl**+**Z**”); или после краха системы или программы. Дело в том, что при удалении объектов на самом деле удаляется не вся информация об объекте, а лишь ссылка на него. Пространство с информацией об удаленном объекте может быть использовано для сохранности других данных лишь со временем, поэтому гарантий восстановления удаленного объекта нет, но существует вероятность этого;
- для уменьшения размера файла сохранения модели **.modfem** (в нем удаляются все незанятые и высвобожденные при удалении объектов места).

Для этого дается команда **File→Rebuild...**, появляется диалоговая панель с вопросом „**OK to Fully Rebuild and Compact Database? Choosing No will just verify that all entities reference other existing entities**” (ОК, чтобы целиком восстановить и уплотнить базу данных? Выбор **No** только проверит, что все ссылки на другие объекты существуют) и кнопками „**Yes**”, „**No**”, „**Cancel**”. Отчет о результатах выполнения команды появляется на информационной панели „**Messages**”.

Внимание: после уменьшения размера файла (уплотнения) восстановление удаленных объектов командой „**Undo**” становится невозможным.

При проведении вычислений NX Nastran создает информационные файлы в рабочей папке, а также временные файлы в рабочей папке и в папке **...Temp** операционной системы. Это файлы с расширениями имен:

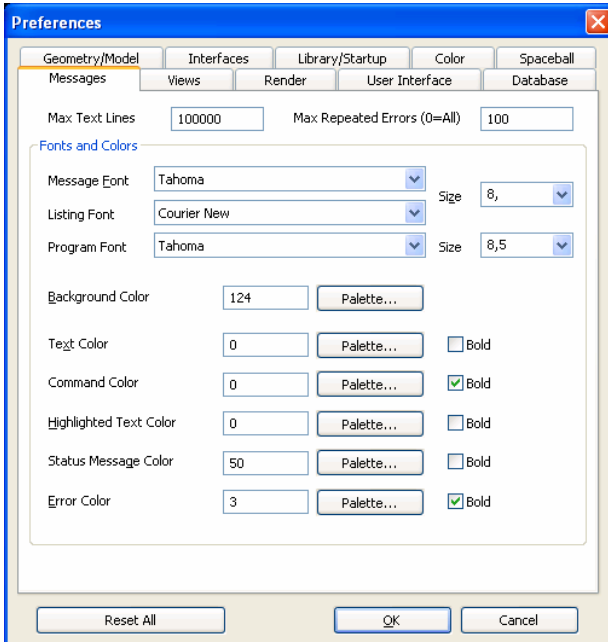
- **.dat** – данные о краевой задаче (текстовый формат, создается для передачи сформулированной краевой задачи в программу NX Nastran, а также вследствие операции экспорта краевой задачи для некоторых других программ);
- **.op2, .xdb** – результаты расчета краевой задачи программой NX Nastran: температуры, перемещения, напряжения, ... (битовый формат);
- **.f04** – информация об условиях выполнения расчетов (текстовый);
- **.f06** – сообщения о предупреждениях, ошибках, ... (текстовый);
- **.master, .dball** – файлы рестарта (битовый);
- **.log, .scr, .tmp, .plt, .pch, ...** – другие вспомогательные файлы.

При каждом запуске процесса расчета создаются новые версии вспомогательных файлов. Поэтому их время от времени необходимо пересматривать и удалять ненужные, особенно **.master, .dball**.

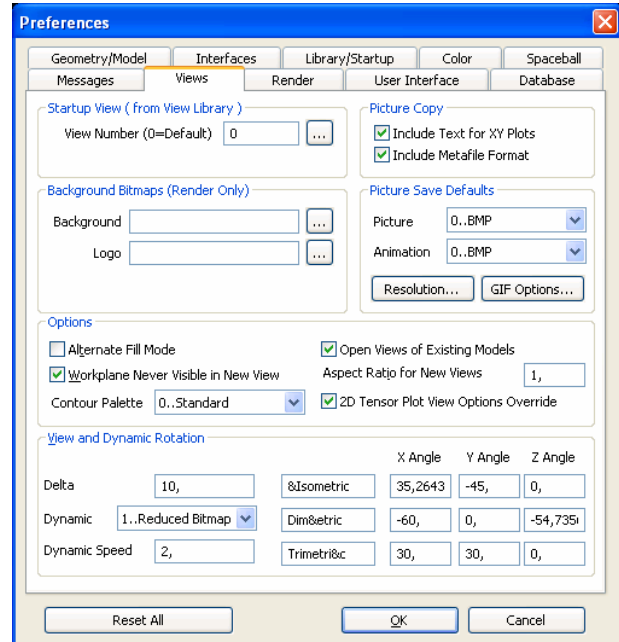
1.5 Настройка FEMAP

В FEMAP есть параметры, действующие для всей модели. Их можно устанавливать (изменять) когда угодно: в начале или в процессе создания проекта. Есть смысл делать это в начале, потом изменять при необходимости. Настройки, действующие на всю модель (предпочтения), проводятся через диалоговую панель „**Preferences**” (вызывается командой **File→Preferences...**), имеющую 10 панелей:

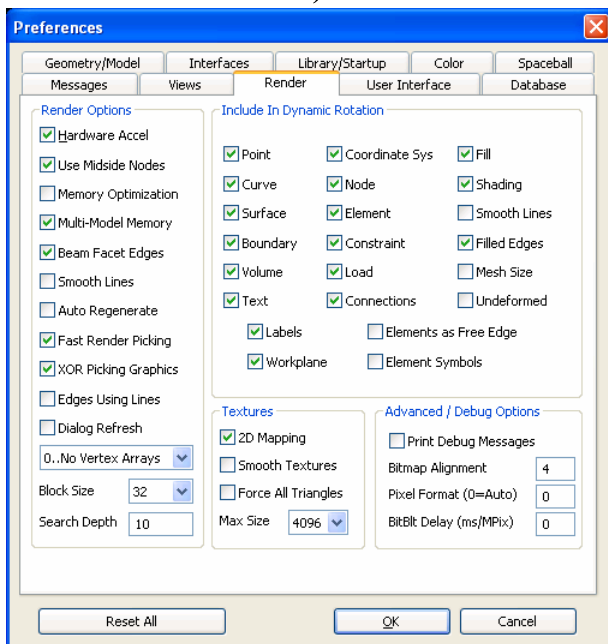
- „Messages” – оформление сообщений и списков (см. рис.1.5-а). В частности, параметр „Max Text Lines” указывает максимальное количество строк сообщений, выводимых на панели сообщений „Messages”, а „Max Repeated Errors (0=All)” – одинаковых ошибок;
- „Views” – установка некоторых параметров изображения модели, в частности, начальных значений углов для изометрии, диметрии и триметрии (см. рис.1.5-б); форматы сохранения рисунков и анимации (в том числе анимированные .bmp .gif, видео);



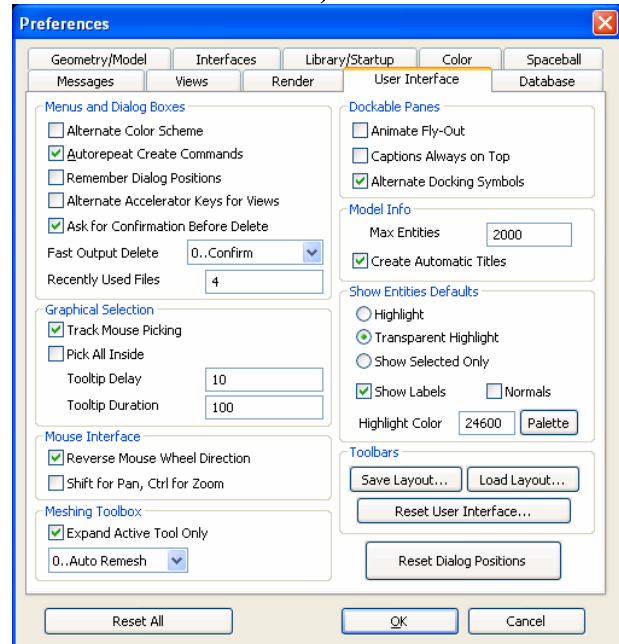
а)



б)



в)



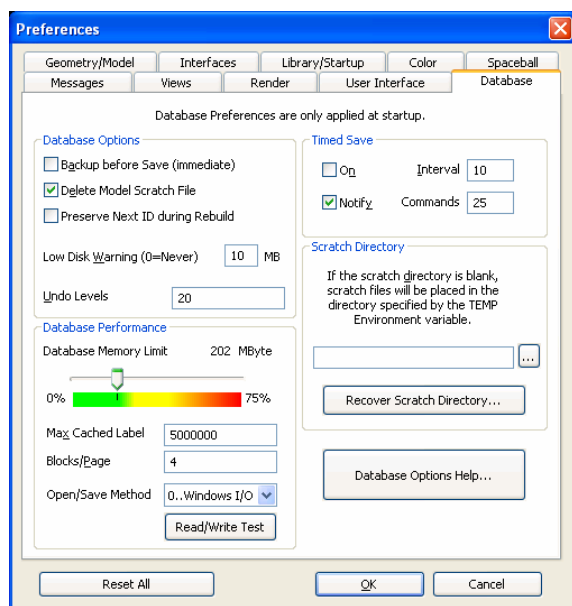
г)

Рис.1.5. Диалоговые панели настраивания: а) – оформления сообщений; б) – установления некоторых параметров изображения модели; в) – настраивания графического оформления элементов; г) – оформления меню и панелей инструментов

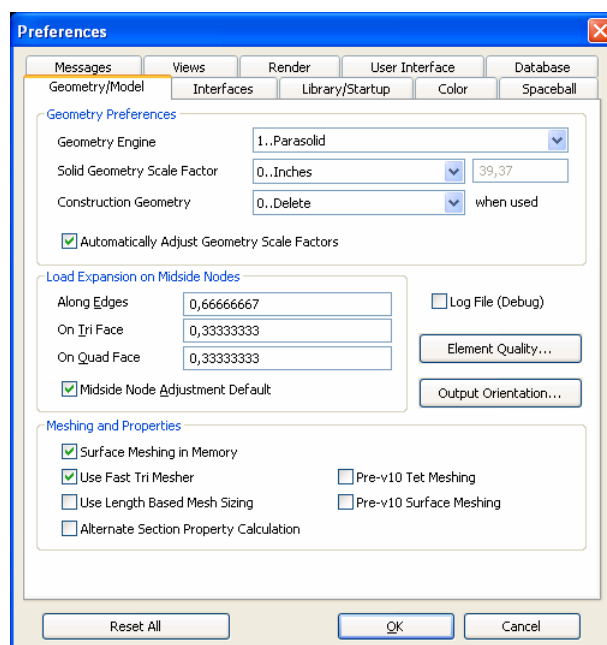
- „Render” – установка опций и назначение величин, настраивающих скоростной качественный графический режим изображения элементов моделей (см. рис.1.5-в). Опции: „Hardware Accel” – подключить аппаратное ускорение (если оно предусмотрено видеокартой ПЭВМ), „Memory Optimization” – оптимизировать память, „Beam Facet Edges” – изменять вид сечения балочного КЭ, „Smooth Lines” – сглаживать линии, „Auto Regenerate” – автоматически регенерировать изображение (после любого изменения). Опции „XOR Pick-

ing Graphics” – режим выбора графики, „Dialog Refresh” – перерисовать изображение после динамического вращения, а также „Block Size” – размер блока, введены с целью оптимизации или улучшения работы в Windows Vista для некоторых типов видеокарт. Опция „Use Midside Nodes” (использовать промежуточные узлы конечно-элементной сетки) позволяет улучшить изображение геометрии объектов, но этот режим требует большие ресурсы от ПЭВМ. Опция „Multi-Model Memory” (выделять память для всех открытых „окон”) также требует большие ресурсы от ПЭВМ. Опция „Vertex Arrays” (аппаратная обработка массивов вершин, может не поддерживаться видеокартой), имеет три значения: „No”, „Partial” (частичная) и „Full” (полная обработка). Опции секций „Include in Dynamic Rotation” (включить в динамическое вращение) и „Advanced/Debug Options” (вывод в файлы информации о проблемах с видеоадаптером или дисплеем) не нуждаются в особых объяснениях; хотя значения в полях „Bitmap Alignment” и „Pixel Format” – стандартные, их можно изменять лишь по указанию программы. Опции секций „Textures” позволяют использовать двумерную текстуру вместо одномерной (2D Mapping) или сглаживать одномерные (Smooth Textures), все четырехугольные грани изображать с помощью треугольных (Force All Triangles), выбирать максимальный размер текстуры (Max Number). **Внимание:** при возникновении проблем с качеством изображения нужно установить или отменить соответствующую опцию, даже отменить все кнопкой „Reset All”;

- „User Interface” – оформление меню и панелей инструментов (см. рис.1.5-г). Появились опции „Fast Output Delete” (быстрое удаление результатов, с выбором вариантов), „Reverse Mouse Wheel Direction” (реверс направления масштабирования изображения колесиком мыши), „Expand Active Tool Only” (включать на панелях построение сеток только активные инструменты) и некоторые другие;



а)



б)

Рис.1.6. Диалоговые панели настраивания: а) – базы данных и параметров запуска; б) – параметров геометрического ядра и импорта геометрии

- „Database” – настраивание взаимодействия FEMAP с файлом данных проекта *.modfem (см. рис.1.6-а). Опция „Backup before Save (immediate)” указывает на создание резервной копий файла данных проекта. Опция „Delete Model Scratch File” указывает на то, что временная копия файла данных проекта будет удаляться при завершении работы программы. Использование этих опций увеличивает надежность в работе с проектом. Параметр „Low Disk Warning” указывает, при каких размерах свободной памяти на магнитном носителе программа начнет выдавать предостережение. Параметр „Undo Levels” указывает на максимально возможное количество шагов назад (до 90). Параметр „Database Memory Limit” назначает размер оперативной памяти ПЭВМ, которая может быть выделена для кэ-

ширования файла проекта. Оптимальное значение параметров „**Blocks/Page**” (от 1 до 15) и „**Open/Save Method**” (метод открытия/записи), влияющих на быстродействие, подбираются для винчестера ПЭВМ индивидуально. Параметр „**Max Cached Label**” определяет максимально возможный номер (ID) любого объекта модели. В секции „**Timed Save**” указывается: проводить ли автоматически сохранение модели в файле (**Notify**), или сообщать об этом (**On**), с каким интервалом это делать (**Interval**, мин.) или после выполнения скольких команд (**Commands**). В секции „**Scratch Directory**” можно указать (изменить) пути к временным файлам проекта;

- „**Geometry/Model**” – установка параметров геометрического ядра и импорта геометрии (см. рис.1.6-б). В окне „**Geometry Engine**” можно изменить тип ядра построения геометрии (**0.Standard** или **1.Parasolid**). Параметр „**Solid Geometry Scale Factor**” – коэффициент перерасчета размеров при импортировании геометрии, когда изменяется метрическая система. Значение 39.37 – при переходе от миллиметров к дюймам и наоборот. „Родная” для FEMAP система – английская (дюймы). Поэтому при импортировании „своей” геометрии изменений (при значении 39.37) не происходит. При импортировании геометрии из программ, где система – миллиметры, для сохранности метрической системы коэффициент должен быть равным 1000, или ему кратным (например, 1 – при преобразовании из миллиметров в метры). Опция „**Construction Geometry ... when used**” имеет три значения: **0.Delete** (удалить); **1.Move to NoPick Layer** (переместить в уровень **9999.Construction Layer**, не доступный для выбора), **2.Do Nothing** (оставить как есть). Под конструктивной геометрией понимают геометрические объекты, на основе которых операциями вращения, вытягивания и другими подобными строятся новые объекты следующего уровня: линии – при создании поверхностей, поверхности – при создании объемов. Установленная опция „**Surface Meshing in Memory**” указывает, что процесс создания конечных элементов (КЭ) на поверхности тела будет проводиться в оперативной памяти ПЭВМ, а опция „**Use Fast Tri Mesher**” – что для создания треугольных КЭ будет использоваться быстрый алгоритм. Опция „**Use Length Based Mesh Sizing**” предписывает использовать разметку пользователя при создании конечноэлементной сетки (по умолчанию – параметрическая, что не всегда оптимально), а опция „**Alternate Section Property Calculation**” – альтернативную для балочных элементов. Установленные опции „**Pre-v10 Tet Meshing**” и „**Pre-v10 Surface Meshing**” позволяют всегда по умолчанию использовать новые построители конечноэлементных сеток, появившиеся в FEMAPv10: трехмерных тетрагональных и двумерных.

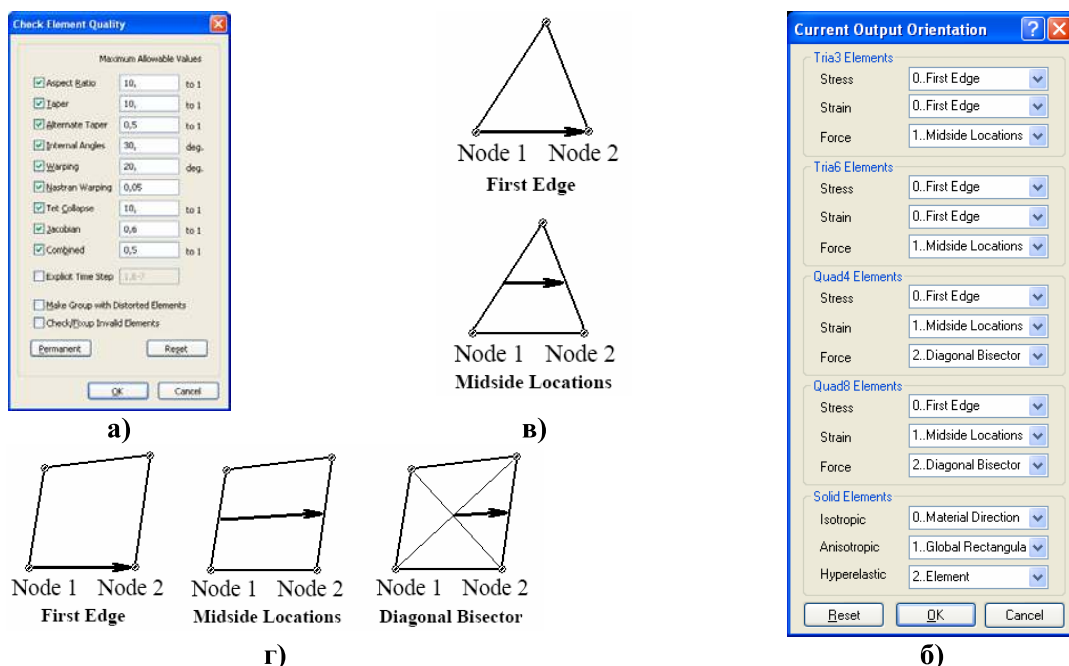
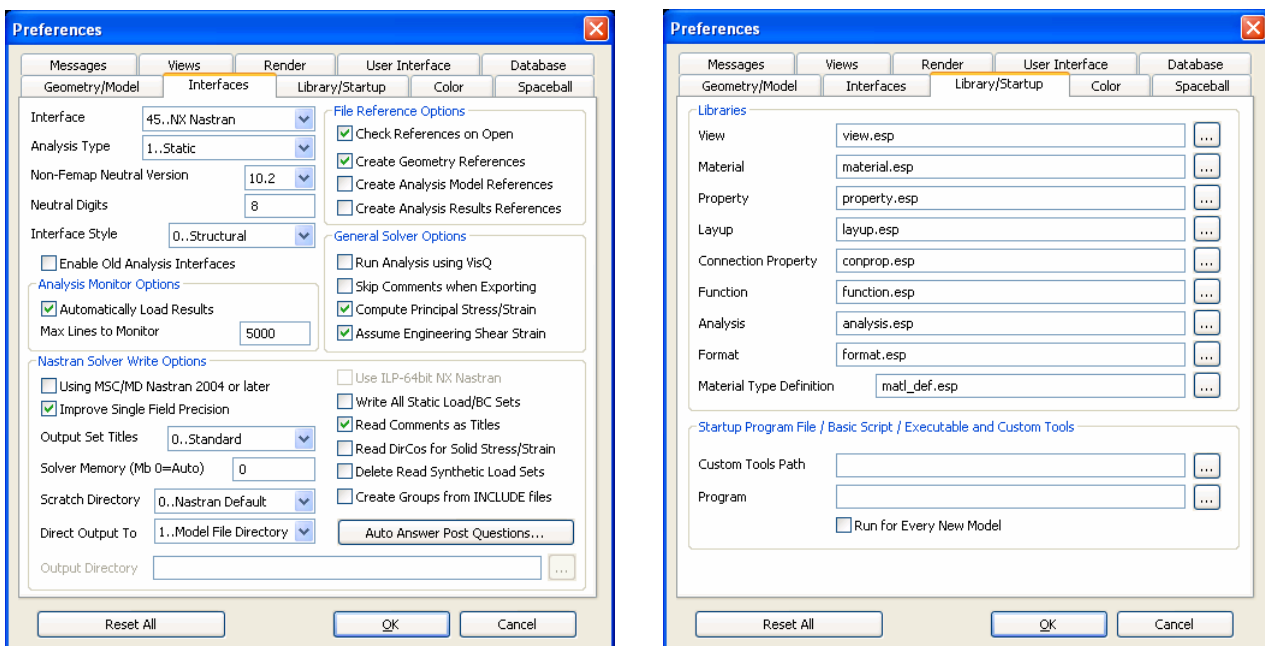


Рис.1.7. Диалоговые панели настраивания: а) – параметров проверки качества конечноэлементной сетки; б) ... г) – ориентации результатов решения краевой задачи

Кнопка „**Element Quality...**” вызывает диалоговую панель „**Element Quality Preferences**” (см. рис.1.7-а) для назначения „по умолчанию” параметров проверки качества конечноэлементной сетки (см. Раздел 3.6.4). Кнопка „**Output Orientation...**” вызывает диалоговую панель „**Current Output Orientation**” (см. рис.1.7-б) для назначения ориентации результатов решения краевой задачи (напряжений, деформаций, сил) по отношению к геометрии конечных элементов и главных осей анизотропии (см. конец Раздела 4.2.10). Пояснения к обозначениям направлений показаны на рис.1.7-в, г;

- „**Interfaces**” – изменение некоторых назначений в диалогах, которые действуют „по умолчанию” (см. рис.1.8-а): „**Interface**” – программа-анализатор, что будет применяться; „**Analysis Type**” – тип краевой задачи; „**Non-FEMAP Neutral Version**” – установление версии файла типа „**FEMAP Neutral**” (с расширением имени **.neu**) для экспорта модели в программы **CAEFEM**, **CDA/Spring**, **CFDesign**, **SINDA/G** или другие; „**Neutral Digits**” – количество значащих цифр в действительных числах (в файле ***.neu**); „**Interface Style**” – соответст-



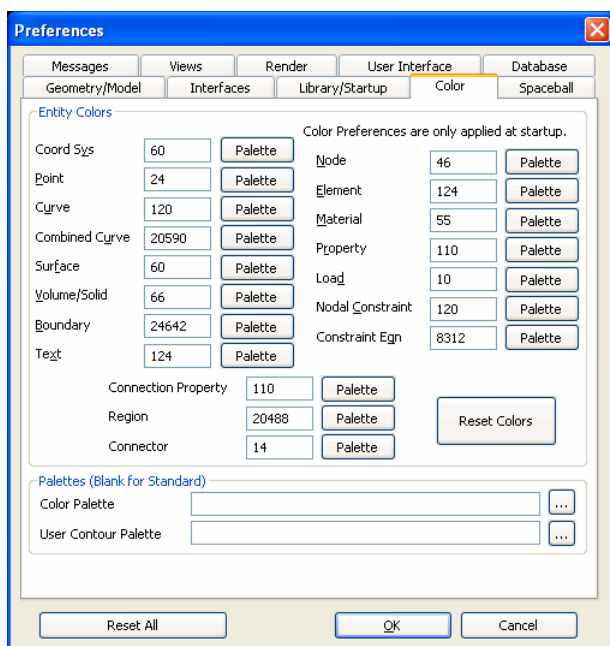
а)

б)

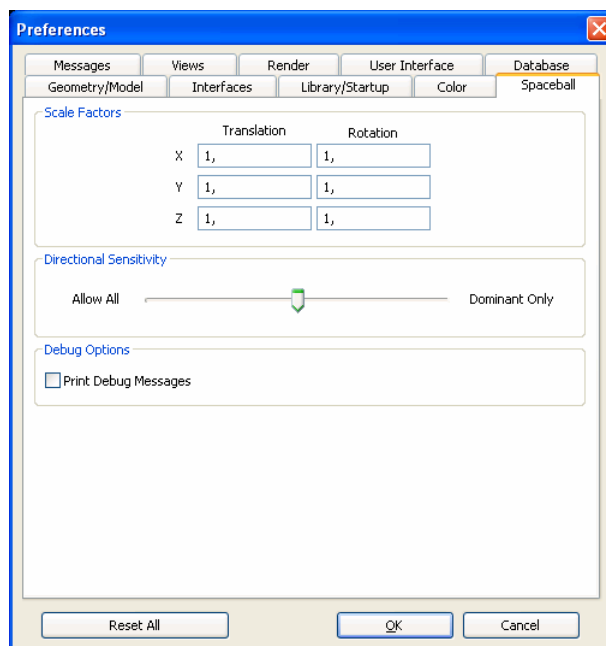
Рис.1.8. Диалоговые панели настраивания: а) – интерфейса; б) – путей к библиотечным файлам и программам с параметрами запуска

вие интерфейса FEMAP (команд меню, диалогов) типу краевой задачи: „**0..Structural**” – полный интерфейс, „**1..Thermal**” или „**2..Advanced Thermal**” – только для задач теплопроводности (последнее – для создания модели для программы **SINDA/G**); „**Enable Old Analysis Interface**” – включить старый интерфейс запуска процесса анализа. Опции секции „**Analysis Monitor Options**”: „**Automatically Load Results**” – автоматически читать результаты расчета при применении „**Analysis Monitor**”; „**Max Lines to Monitor**” – максимальное количество строк сообщения. Опции секции „**Nastran Solver Write Options**” (опции для структурного анализатора Nastran): „**Using MSC/MD Nastran 2004 or later**” – использовать MSC/MD Nastran 2004 или более поздние версии; „**Improve Single Field Precision**” – использовать (в файле для передачи в Nastran) сокращенную запись вещественных чисел: например, вместо 4.86111E-4 запишется 4.86111-4; „**Output Set Titles**” – вводить заголовки наборов результатов (из файла **.op2**); „**Solver Memory (Mb 0=Auto)**” – фиксированный или автоматически рассчитанный размер памяти для проведения анализа, в Мбт; „**Scratch Directory**” – положение папки для временных файлов; „**Direct Output To**” – направления для вывода результатов (**0..Current Directory** – текущая папка, **1..Model File Directory** – папка с моделью, **2..Specified Directory** – предназначенная папка: становится активным поле „**Output Directory**” и кнопка для назначения папки); „**Use ILP-64bit NX Nastran**” – использовать 64-битную версию NX Nastran (в 64-битной операционной системе это позволит использовать

гораздо большую память); „Write All Static Load/BC Sets” – записывать нагрузки (в файл для передачи в Nastran) как в предыдущих версиях – для статического анализа; „Read Comments as Titles” – читать комментарии как заголовки; „Read DirCos for Solid Stress/Strain” – читать направляющие косинусы для напряжений и деформаций трехмерного КЭ; „Delete Read Synthetic Load Set” – удалять излишние наборы нагрузок после создания комбинированного набора нагрузок; „Create Groups from INCLUDE files” – автоматически создавать группы, основанные на операторе включения (INCLUDE) во входных файлах Nastran; кнопка „Auto Answer Post Questions...” вызывает дополнительную панель для настройки чтения дополнительных результатов анализа. Опции секции „File Reference Options” (опции ссылки на файлы): „Check References of Open” – проверять ссылки при открытии; „Create Geometry References” – создавать ссылки для геометрии; „Create Analysis Model References” – создавать ссылки для модели; „Create Analysis Result References” – создавать ссылки для результатов анализа. Опции секции „General Solver Options”: „Run Analysis using Vis” – использовать менеджер визуальной очереди (Vis – от Visual Queue Manager for FEMAP); „Skip Comments when Exporting” – пропустить комментарии при экспортировании модели; „Compute Principal Stress/Strain” – вычислять главные и средние напряжения, интенсивность напряжений (Мизес), максимальный сдвиг и т.п. (при введении в FEMAP результатов расчетов); „Assume Engineering Shear Strain” – вычислять деформацию сдвига по инженерной модели;



а)



б)

Рис.1.9. Диалоговые панели настраивания:

а) – цвета для элементов геометрической и физической модели; б) – цветной палитры

- „Library/Startup”. Опции секции „Libraries” – пути к библиотечным файлам (с расширением имени .esp, см. рис.1.8-б и Раздел 1.4). Можно изменить их расположение в этом диалоге, но этого не достаточно: FEMAP сам не может создать такой файл на новом месте. Поэтому нужно его туда переписать или создать новый (сначала пустой) с помощью другой программы. FEMAP будет в начале работы автоматически запускать для выполнения файл, указанный в секции „Startup Program File / Basic Script / Executable and Custom Tools”, причем опцией „Run for Every New Model” можно указать, что это нужно делать для каждой новой модели (таким образом можно выполнять некоторую подготовительную работу). В той же секции можно избрать/изменить папку, в которой находятся файлы с программами для разнообразных инструментов FEMAP (Custom Tools Path).

- „Colors” – установление цвета для элементов геометрической и физической модели краевой задачи (см. рис.1.9-а). Кнопки „Palette” вызывают панель настраивания цветной па-

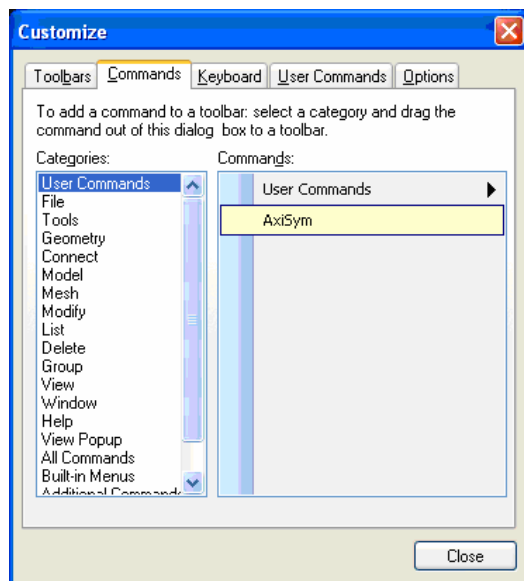
литры. В секции „Palettes (Blank for Standard)” есть диалоги для подключения файлов с цветовыми и контурными палитрами;

- „Spaceball” – настройка динамического вращения (см. рис.1.9-б). Если инициировать опцию „Print Debug Messages”, то при наличии проблем в панели „Messages” появятся соответствующие сообщения.

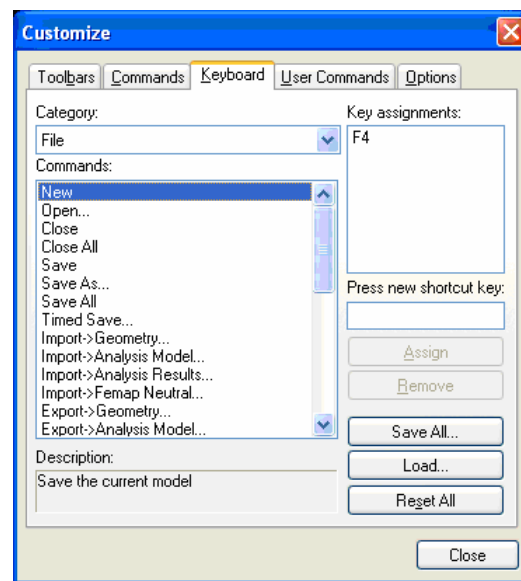
Если изменения проведены неудачно, можно возвратиться к исходным значениям – есть кнопка „Reset All”.

Командой **Tools**→**Toolbars**→**Customize** вызывается диалоговая панель „Customize”, на которой есть пять вкладок:

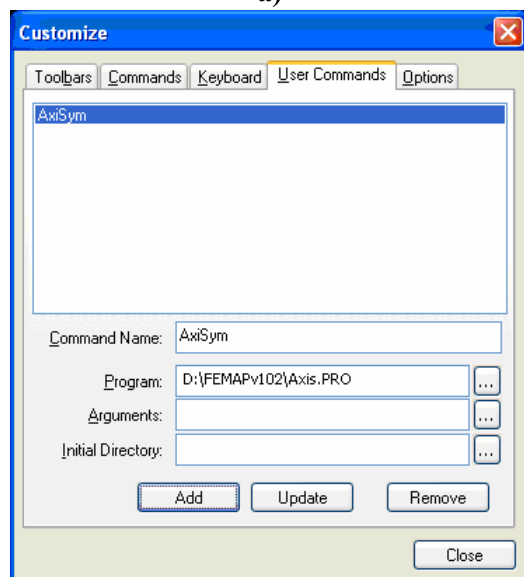
- „Toolbars” – вызов/отмена мнемонических меню (панелей электронных кнопок);
- „Commands” – добавление/исключение команд меню (путем „перетаскивания” с помощью „мыши”) – см. рис.1.10-а;



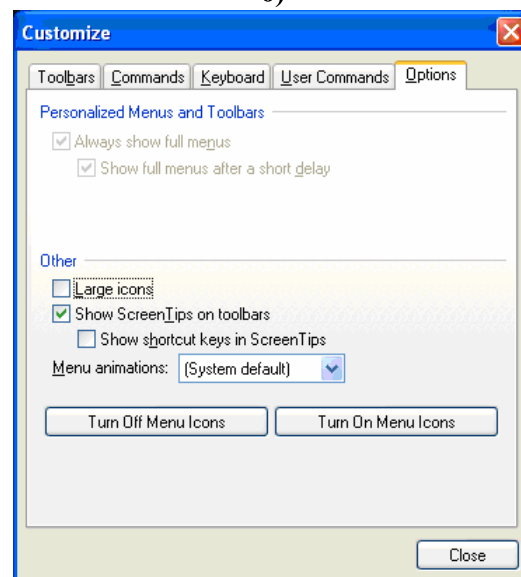
а)



б)



в)



г)

Рис.1.10. Диалоговые панели: а) – назначения „горячих клавиш”; б) – создания меню пользователя; в) – команд пользователя; г) – дополнительных опций настраивания мнемонических панелей

- „Keyboard” – назначение „горячих клавиш”: нужно в окнах „Category” и „Command” выбрать команду, установить курсор „мыши” в окне „Press new shortcut Key”, нажать одну клавишу или их комбинацию, дать команду „Assign” – новая комбинация появится в поле „Key as-

signments” (см. рис.1.10-б). Кнопками „**Remove**” или „**Reset All**” можно избавиться от одного или всех неудачных назначений. Кнопками „**Load...**” или „**Save All...**” соответственно можно загрузить назначения из файла *.key или сохранить все назначения в таком же файле;

- „**User Commands**” – создание команды пользователя. В поле „**Command Name**” назначается название команды; в поле „**Program**” с помощью кнопки находится в файловой системе необходимый файл (в частности, это может быть файл запуска программы NX Nastran, или макроса). Кнопки „**Add**”, „**Update**”, „**Remove**” служат соответственно для добавления, редактирования или удаления команды. После добавления имя команды появляется в поле вкладыша. На рис.1.10-в показано, в качестве примера, создание команды **Axisym** на основе созданного прежде макроса (см. Раздел 1.8.3);

- „**Options**” – дополнительное налаживание мнемонических панелей (см. рис.1.10-г). Опции „**Always show full menus**” и „**Show full menus after a short delay**” в этой версии FEMAP еще не задействованы. Опция „**Large icons**” увеличивает размер иконок. Есть опции „**Show Screen Tips on toolbars**” (показывать экраны подсказки на панелях инструментов) и „**Show shortcut keys in Screen Tips**” (показывать горячие клавиши на экранах подсказки). Есть несколько вариантов „**Menu animations**” (анимации меню): „**System default**” (системная), „**Random**” (случайная), „**Unfold**” (разверткой), „**Slide**” (слайдом), „**Fade**” (исчезающая) и „**None**” (нет). Кнопками „**Turn Off Menu Icons**” и „**Turn On Menu Icons**” можно отключить/включить мнемонические изображения напротив команд меню.

Когда вызвана диалоговая панель „**Customize**”, появляется возможность для редактирования изображений электронных кнопок. Для этого достаточно щелкнуть правой кнопкой мыши на кнопке и на появившейся панели „**Customize Icon Menu**” (меню налаживания иконок) выбрать одну из опций или команд. Изображение кнопок можно дополнять текстом (опция „**Image and Text**”), заменять на текст (опция „**Text Only**”), снова возвратиться до одного изображения (опция „**Default Style**”). Если дать команду „**Edit Button Image...**”, то появится редактор кнопок „**Button Editor**” (см. рис.1.11) с почти стандартным набором инструментов. Есть и другие команды, позволяющие очищать, удалять, копировать, изменять название кнопок и т.п.

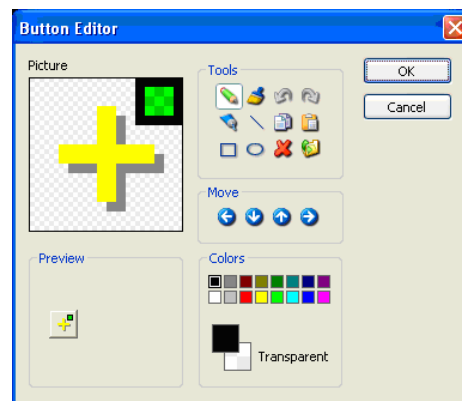


Рис.1.11. Редактор изображения кнопок


Настройки запоминаются в файле с расширением имени .esp.

Настройки, действующие на отдельные элементы модели, проводятся через диалоговую панель „**View Options**” (вызывается командой **View**→**Options...**, или клавишей „**F6**”) – см. рис.1.12-а.

Для внесения изменений в изображение объектов модели нужно в секции „**Category**” выбрать вариант „**Labels, Entities and Color**” (обозначения, объекты, цвет), „**Tools and View Style**” (инструменты и стиль изображения) или „**PostProcessing**” (результаты расчетов), потом в списке „**Options**” – необходимый объект, а в списках, что появятся правее (имеют изменяющиеся названия), – какую характеристику объекта отображать дополнительно (верхний список), какой стиль и цвет назначать изображению объекта. Полный перечень объектов списка „**Options**” приведено в Приложении 1. Если нужно убрать из рабочего поля все изображения какого-то объекта, нужно снять опцию „**Draw Entity**” (отобразить объект).

Как будет выглядеть изображение после изменений, можно увидеть, не выходя из диалога (кнопка „**Apply**”). Например, после избрания в списке „**Options**” для объектов „**Curve**” (кривые) и установления в списке „**Label Mode**” значения „**1.ID**” возле каждой из кривых на рабочем поле будет изображен ее номер. Еще пример: для отображения ориентации и формы линейных КЭ на панели „**View Options**” нужно в категории „**Labels, Entity and Color**” для параметра „**Element – Orientation/Shape**” (ориентация и форма КЭ) включить опцию „**Show**

Orientation” (показать ориентацию), а в списке **„Element Shape**” (форма КЭ) – вариант **„1..Show Fiber Thickness**” (показать толщину). Более подробная информация – в Разделе 9.3.

Для быстрых групповых изменений (отображать / не отображать) можно командой **View→Visibility...** (кнопкой **„View Visibility...”**  или комбинацией клавиш **„Ctrl+Q”**) вызвать диалоговую панель **„Visibility**” (см. рис.1.12-б), на которой – выбрать необходимую закладку, инициировать или дезактивировать необходимую опцию.

Примечание 1.2. Панель **„Visibility**” появилась в версии FEMAP 10.1. Кнопка **„View Visibility...”** заменила две кнопки: **„Quick Options...”** и **„Layer...”**, а панель **„Visibility**” – панели **„View Quick Options**” и **„Layer Management**”. Кроме того, на панель **„Visibility**” выведено управление отображением других составляющих модели (см. рис.1.12-б).

Командой **Tools→Parameters...** вызывается диалоговая панель **„Model Parameters**”, с помощью которой можно изменить основные параметры *текущей* модели: цвет изображения объектов, следующий **ID** объектов, шаг приращения **ID** объектов, названия активных наборов нагрузок (**Load Set**), закреплений (**Constraint Set**) и вывода результатов (**Output Set**); активных координатной системы (**CoordSys**), уровня (**Layer**), группы (**Group**), материала (**Material**), „свойства” (**Property**), формат вывода результатов (**Output Format**) и установленную величину допуска на проведение операций слияния (**Merge Tolerance**).

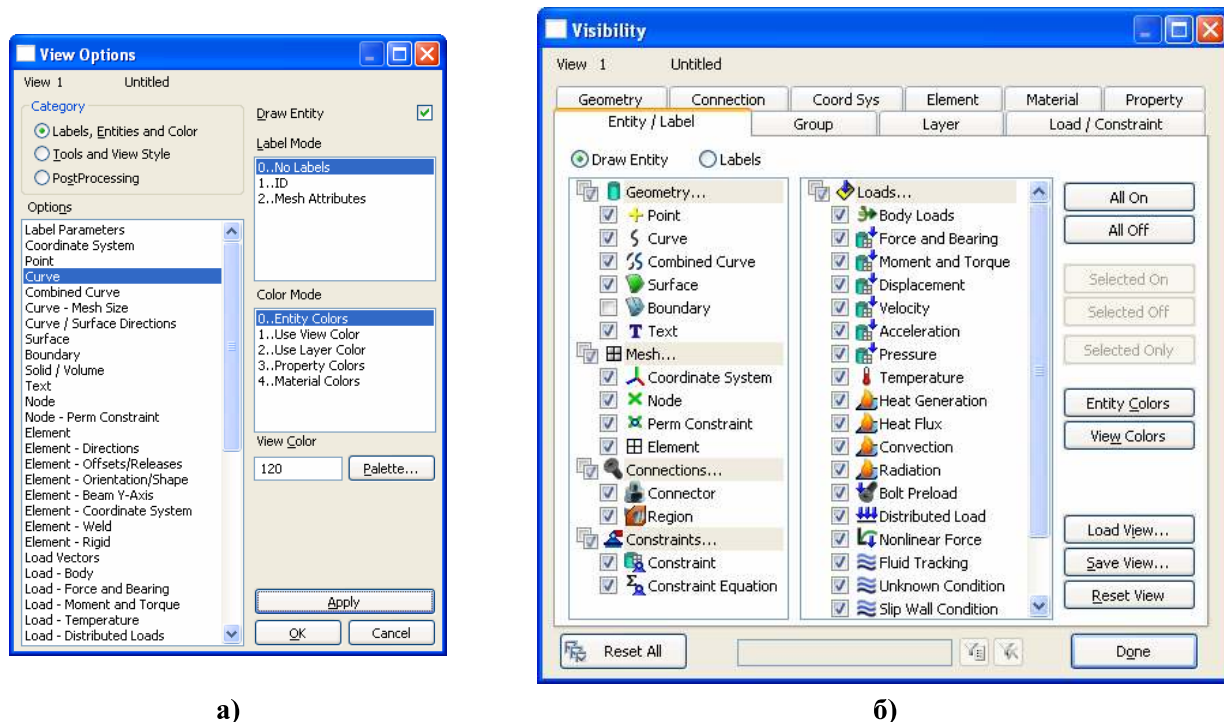


Рис.1.12. Диалоговые панели: а) – настраивания вида объектов View Option; б) – отображения объектов Visibility

Внимание: если величина (**Merge Tolerance**) – больше или меньше, чем нужны объектам, что принимают участие в операции, то ее результат будет непредвиденным. Иначе говоря: если результат преобразований – неудовлетворительный, то часто достаточно уменьшить или увеличить значение параметра **„Merge Tolerance”**.

Иногда в текущем проекте необходимо много раз применять некоторые константы или переменные, которые рассчитываются с помощью формул. Их можно создать один раз, потом использовать. Командой **Tools→Variables...** вызывается диалоговая панель **„Define Variables**” (см. рис.1.13-а). На ней с клавиатуры вводятся: имя (только из букв, первые 5 знаков должны быть оригинальными) и значение или формула. Результат просматривается с помощью кнопки **„Show Result**”. Действия нужно закончить командой **„OK**”. Кнопкой **„Equation Editor**” вызывается одноименная панель (см. рис.1.13-б), где формулу можно ввести с помощью диалогов в секциях **„Variables**”, **„Opt**” и **„Function**” и кнопок **„Insert ...”**. Имя будущей переменной нужно ввести в поле **„Save Variable**”. После команды **„OK**” пере-

менная появится в списке введенных переменных (см. рис.1.13-в), будет доступной в дальнейшем в соответствующих диалоговых полях.

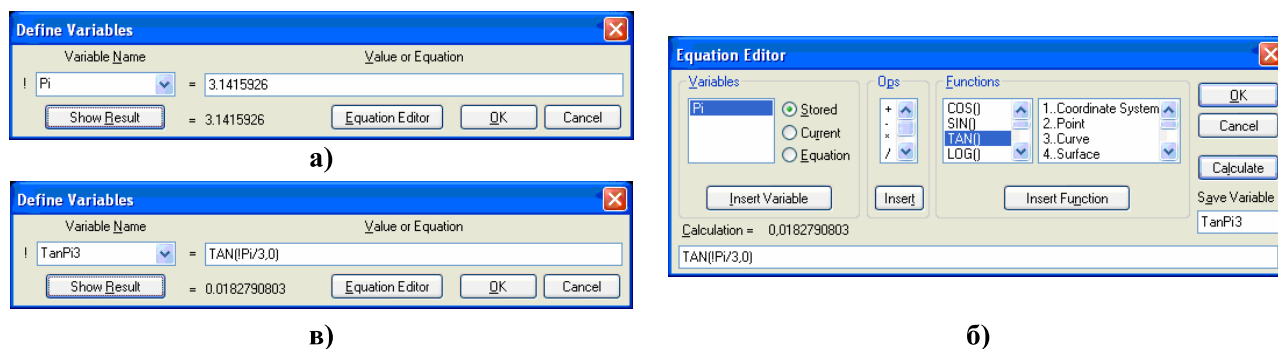


Рис.1.13. Диалоговые панели создания постоянных или переменных

1.6 О создании расчетной модели

Начало нового проекта (модели тела и краевой задачи) осуществляется командой **File**→**New**. Появляется рабочее поле с изображением глобальных осей.

Как это было указано во Вступлении, начальным этапом проведения вычисления элемента конструкций является анализ геометрии тела, условий его нагружения, свойств материала, из которого тело сделано, создание расчетной модели.

Расчетная модель – это некоторое *приближение* к реальному телу из реального материала с реальными условиями эксплуатации. Она позволяет провести численный расчет тела. Т.е. это тоже геометрия, материал, начальные и граничные условия, но приспособленные к расчетам.

Основные рекомендаций относительно создания расчетной модели:

- NX Nastran имеет ограниченный набор типов краевых задач, которые может решать (см. Введение). Если необходимого варианта нет, нужно уяснить: можно ли заменить желательный вариант на другой, какая будет погрешность от такой замены;
- NX Nastran имеет ограниченный каталог конечных элементов (КЭ). Все типы КЭ имеют свои свойства. Поэтому еще до начала процесса создания конечно-элементной сетки (КЭС) нужно ознакомиться с каталогом КЭ (см. Приложение 3), выбрать КЭ, удовлетворяющие условиям задачи. Нужно также решить, сколько их иметь в разных частях тела. В местах ожидаемой концентрации напряжений и в окрестности приложения граничных условий сетку КЭ нужно сгущать, в других – разрежать;
- поскольку метод конечных элементов (МКЭ) позволяет почти точно описать геометрию тела с помощью КЭ, то можно сохранить все геометрические подробности. Но для приближенного расчета некоторые несущественные подробности можно и опустить, особенно те, что не являются концентраторами напряжений (не вызывают возникновения значительных локальных напряжений), или не являются критическими, учитывая прочность или жесткость (их опускание или упрощенное моделирование не приведет к значительному перераспределению деформаций и напряжений в теле или в представляющей интерес его части);
- трехмерными КЭ можно описывать любое тело, но это может потребовать неоправданные затраты памяти ПЭВМ и времени. Поэтому всегда нужно искать возможность относительно „снижения” размерности тела и/или его частей в модели. Например, если тело имеет стержневые и тонкостенные части, то их желательно моделировать одномерными (стержневыми) или двумерными (пластинчатыми) КЭ соответственно. Если тело имеет геометрическую ось симметрии и все условия нагружения тоже симметричны относительно этой оси, то задача осесимметрична и ее желательно рассчитывать с применением осесимметричных КЭ;
- если тело имеет геометрическую плоскость симметрии и все условия нагружения тоже симметричны относительно этой плоскости, то симметричную часть нужно „отбросить”, заменив „отсеченную” часть граничными условиями симметрии: для задачи, связан-

ной с деформациями, запретить степени свободы узлов конечно-элементной сетки (что будут расположены на плоскости отсечения) в направлении, перпендикулярном к этой плоскости. Таких плоскостей может быть несколько. В задаче теплопроводности граничные условия симметрии – отсутствие каких-либо граничных условий на поверхностях отсечения.

- если задача характеризуется полной циклической симметрией (когда циклически повторяются как геометрия, так и условия нагружения), то можно моделировать лишь характерную часть конструкции (вырезать поверхностями), причем нужно создавать такую КЭС, чтобы узлы на подобных поверхностях отсечения расположились строго одинаково, потом для соответствующих узлов КЭС на этих поверхностях вводить связи (чтобы они имели одинаковые решения).

- сосредоточенные силы в МКЭ можно прикладывать только в узлах конечно-элементной сетки (КЭС). Поэтому при построении КЭС в этом месте необходимо предусмотреть наличие такого узла. Но нужно помнить, что в реальности сосредоточенных сил не бывает, что приложенная в узле сосредоточенная сила вызовет значительную местную концентрацию напряжений. Поэтому желательно избегать приложений сосредоточенных сил, заменять их на распределенные на некоторой линии или площади нагрузки;

- в зависимости от модели материала: линейно-упругий или упруго-пластический, изотропный или неизотропный (и прочие) требуются разные термофизические (задачи теплопроводности) и термомеханические (задачи о напряженно-деформированном состоянии) характеристики материалов, из которых „сделан” КЭ. Их нужно иметь.

Итак, процесс создания расчетной модели – не простой, даже творческий.

От него зависит многое, в частности: соответствие модели реальной ситуации, точность и время проведения расчетов. Чтобы создать модель правильной, а также оценить результаты расчетов, необходимо иметь профессиональные знания из таких дисциплин, как сопротивление материалов, теория упругости, теория пластичности и ползучести, строительная механика, теория колебаний, численные методы и т.п.


1.7 Уровни и группы

Уровни и группы – вспомогательные инструменты FEMAP. Распределенные в разных уровнях и собранные в разных группах объекты модели легче просматривать, редактировать, обрабатывать и т.п.

1.7.1 Уровни

Для удобства работы с моделью отдельные ее части можно создавать в отдельных уровнях (**Layers**), как это обычно делается в других САД-программах. Уровни (слои) целесообразно применять:

- при импортировании в модель дополнительных объектов из файлов;
- когда модель сложная, имеет неизменные объекты и такие, в которых возможны изменения;
- когда модель имеет объекты, чье изображение на экране мешают друг другу.

Для работы с уровнями удобно использовать электронную кнопку  на панели инструментов, что под главным меню (или команду **View→Visibility...**). Появляется диалоговая панель „**Visibility**”, на которой необходимо открыть вкладку „**Layer**” (см. рис.1.14-а).

Для создания *нового* уровня кнопкой  вызывается диалоговая панель „**Create Layer**” (см. рис.1.14-б). Другой вариант – командой **Tools→Layers...** вызывается диалоговая панель „**Layer Manager**” (см. рис.1.14-в), инициируется кнопка „**New Layer...**”. На панели „**Create Layer**” необходимо назначить отсутствующие в списке новые „**ID**” и „**Title**”; с помощью кнопки „**Palette**” (или редактированием цифрового значения) можно назначить основной цвет уровня (потом в секции „**Color Mode**” диалоговой панели „**View Option**” его можно избрать параметром „**2..Use Layer Color**”). Всегда присутствует уровень **9999..Construction Layer**, служащий для сохранения объектов, создаваемых программой автоматически как основа для объектов высшего уровня (точки – для линий, линии – для поверхностей, поверхно-

сти – для объемов). Именно этот уровень автоматически помещается в список „NoPick Layer” (не отображаемый уровень, см. рис.1.14-а).

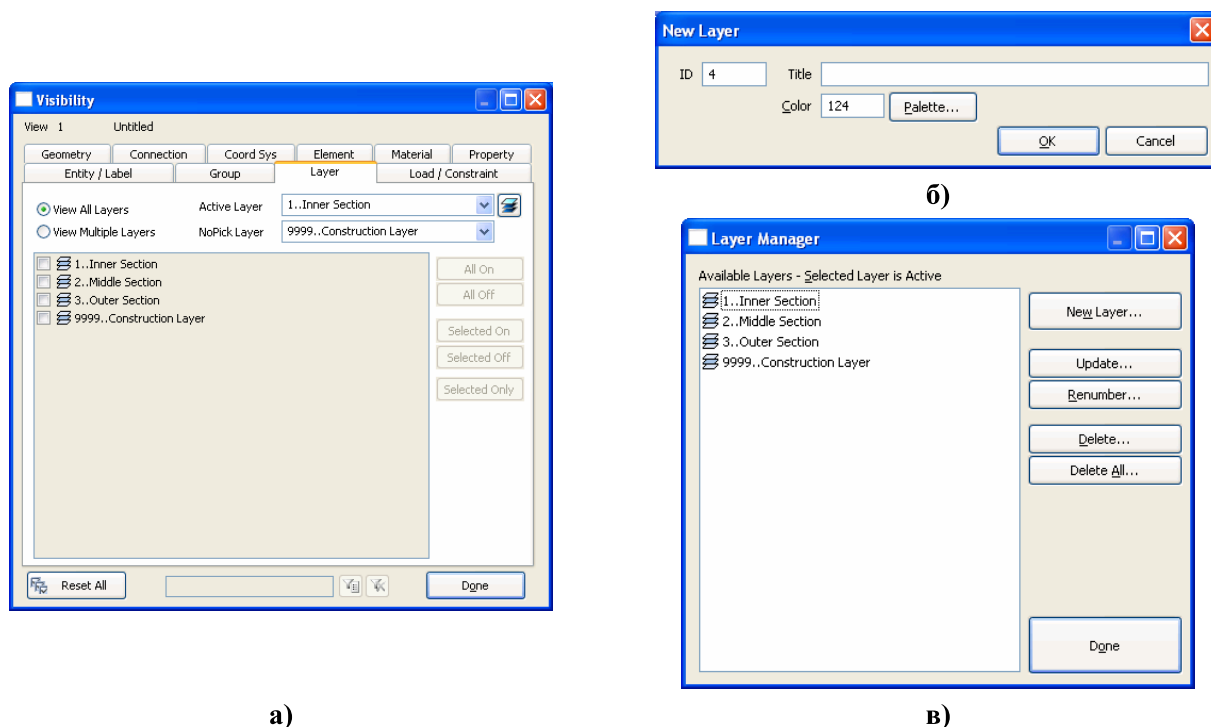


Рис.1.14. Диалоговые панели работы с уровнями: а) – установления активного уровня и рассматриваемых уровней; б) – создания нового уровня; в) – менеджер уровней

На диалоговой панели „Visibility” (см. рис.1.14-а) один из уровней устанавливается *активным* (в списке „Active Layer”). Именно в него с этого момента будут вводиться новые объекты. Но на экране отображаются объекты не активного уровня, а тех уровней, что избраны на диалоговой панели (см. рис.1.14-а): или всех уровней (радиокнопка „View All Layers”) или некоторых (радиокнопка „View Multiple Layers”, потом в списке нужно активизировать уровни для отображения).

Удаление уровней проводится на панели „Layer Manager” (см. рис.1.14-в) или с помощью панели „Entity Selection – Select Layer(s) to Delete”, что вызывается командой **Delete**→**Tools**→**Layers...** В первом случае нужно выбрать уровень, нажать кнопку „Delete...” и подтвердить удаление. Во втором случае нужно вписать соответствующий уровню „ID”, нажать на кнопку „More” (ID добавляется в список), нажать „OK” и подтвердить удаление. **Внимание:** объекты, что были „приписаны” к удаленному уровню, **не удаляются**. Эти объекты можно увидеть, лишь выбрав для отображения все уровни („View All Layers”). Их необходимо выбрать и передать в существующий уровень или удалить, если они уже не нужны.


Для *передачи* объектов другому уровню командой **Modify**→**Layer**→**Point...** (или другие объекты) вызывается диалоговая панель „Entity Selection – Select Point(s) to Modify Layer” (вместо **Point(s)** – соответствующая типу объектов), на экране выбираются необходимые объекты. После команды „OK” на появившейся диалоговой панели „Select Layer” указывается уровень, в который избранные объекты передаются (при необходимости из панели „Select Layer” с помощью кнопки можно создать новый уровень).

1.7.2 Группы

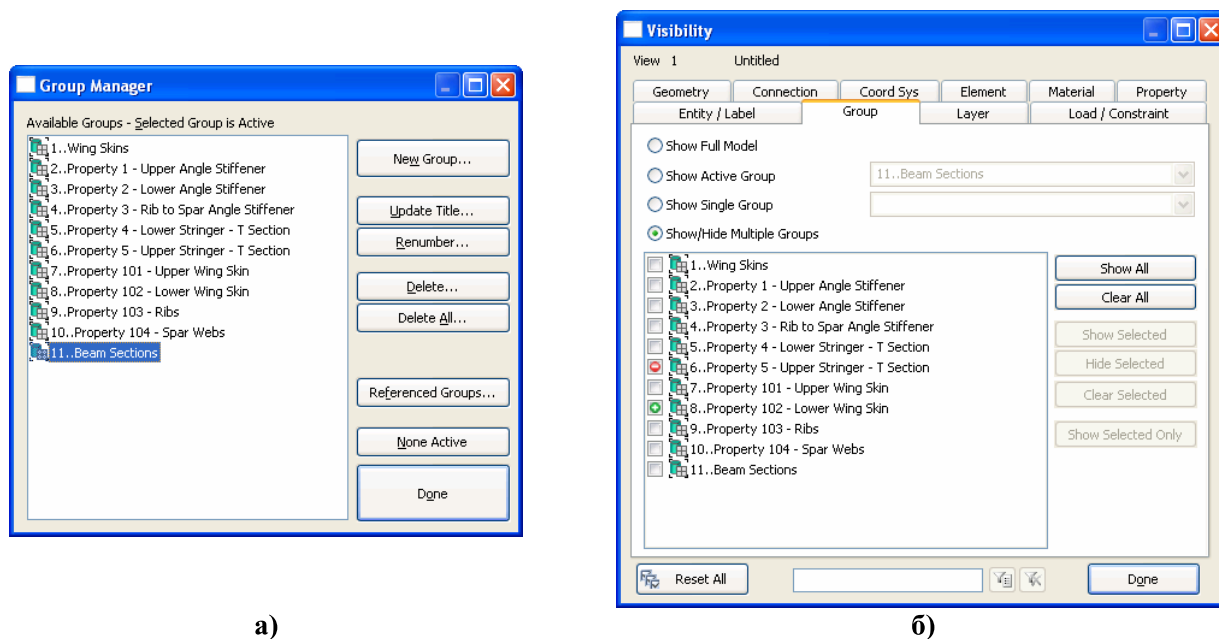
Группы – другой вариант отделения объектов, группированием. Но в отличие от уровней объекты могут одновременно входить в несколько групп, и на экране одновременно можно увидеть объекты или всех групп (групп нет или проведена дезактивация групп), или только одной группы. Как и уровни, избранная и активная группа – разные вещи: на экране отображаются объекты *избранной* группы, новые объекты вносятся в *активную* группу.

Почти все действия с группами проводятся через команды меню „Group”.

Командой **Group→Create/Manage...** вызывается диалоговая панель (см. рис.1.15-а) для манипуляций с группами, в частности, для *создания* группы (вводятся новые номер „ID” и название „Title”), или *активации* группы (выбирается существующая группа), или удаления группы, причем *объекты из проекта не удаляются*. Кнопкой „None Active” на этой панели проводится *дезактивация* группы. Удаление группы можно также проводить с помощью команды **Delete→Group...** (указать ID группы).

Для отображения объектов группы дается команда **View→Visibility...** (или клавишами „Ctrl+Q”, или кнопкой ). Появляется диалоговая панель „Visibility”, на ней выбирается вкладка „Group” (см. рис.1.15-б). Далее с помощью радиокнопок „Show Full Model”, „Show Active Group”, „Show Single Group” или „Show/Hide Multiple Groups”, а также элементов списков и активными кнопками инициируется нужный вариант. В рабочем окне будут показаны только объекты выбранной группы или групп, а в левом верхнем углу – соответствующий номер или номера через запятую (начинается с буквы G, например, G: 2,5,9).

Работа с активной группой в *неавтоматическом* режиме проводится с помощью соответствующих объектам команд меню „Group”: „Text...” (текст), „Point...” (точки), „Curve...” (линии), „Surface...” (поверхности), „Volume...” (объемы), „Solid...” („твердые” тела), „Connection Property...”, „Region...” или „Connector...” (контактные условия), „CoordSys...” (координатные системы), „Node...” (узлы), „Element...” (элементы), „Material...” (материалы), „Property...” (свойства), „Layup...” (слои материала в КЭ типа Laminate), „Load...” (нагрузки), „Constraint...” (закрепления). При этом необходимо выбрать метод избрания объекта: „ID...” (номер), „Color...” (цвет), „Layer...” (уровень), „Property...” (свойство), „Surface...” (поверхность) или другой, из активных. Появится соответствующая методу стандартная диалоговая панель для выбора объектов. Для добавления избранных объектов в активную группу необходимо выбрать радиокнопку „Add”, для исключения из группы – „Exclude”, для перемещения в другую группу – „Remove”.



а)

б)

Рис.1.15. Диалоговые панели: а) – управления группами; б) – отображения групп

Для *автоматических* действий с элементами групп есть такие команды и опции (общую часть команды, а именно **Group→Operations→**, опускаем):

- „Evaluate...”: обновить данные об объектах выбранных групп после удалений и изменений правил (выполнять перед добавлением новых объектов): выбрать группы (группу) из списка, дать команду „OK”;

- „Automatic Add...” (опция): добавление новых объектов автоматически в активную (**Active**) или указанную (**Select**) или никакую (**None**) группу. После включения этого режима давать команду **Evaluate...**или устанавливать опцию „Evaluate Always...” не нужно;

- „**Evaluate Always...**” (опция): режим автоматического обновления данных в выбранных группах. Значительно замедляет работу программы, не дает возможности выбирать объекты графическим способом;
- „**Renumber Rules...**”: перенумеровать объекты выбранных групп после изменения их содержимого (рекомендуют указать „**Yes**”, поскольку, судя по информации в „**Help**”, указание „**No**” может привести к потере объектов в группе при добавлении новых);
- „**Copy...**”: создать копию активной группы (с новыми „**ID**” и „**Title**”). Есть опция „**Condense New Group**” (сжать новую группу);
- „**Condense...**” (сжать данные выбранных групп): правило выбора объектов будет преобразовано к „**ID**” объектов;
- „**Reset Rules...**”: удалить все объекты в выбранных группах и все правила их занесения (очистить группы);
- „**Booleans...**” (логические). Появляется панель „**Group Booleans**” для создания новой группы (для нее предлагается „**ID**” и ввести „**Title**”; иначе будет создано название с названием команды и номерами групп, которые использовались, например „**Add 1,3,5**”), в которую будут включены объекты из нескольких избранных групп (из списка, с помощью клавиш „**Ctrl**” или „**Shift**”) по назначенному логическому правилу: „**Add / Combine**” (прибавлять / комбинировать), „**Subtract**” (вычитать; „основную” группу нужно выбрать в окне „**Subtract From**”), „**In All**” (из объектов, которые одновременно есть во всех избранных группах), „**Only in One**” (из объектов, встречающихся только в одной группе, т.е. только из уникальных объектов), „**Not in Any**” (из объектов не избранных групп, но без объектов, что есть в избранных группах), „**Not In All**” (не включать общие для избранных групп объекты; нужно выбирать не менее трех групп, иначе результат будет совпадать с вариантом „**Only in One**”);
- „**Add Related Entities...**” (добавить связанные объекты). Появляется панель „**Select Group(s) to Add Related Entities**”, на которой выбираются группы из списка с помощью клавиш клавиатуры „**Ctrl**” или „**Shift**”, а также кнопки „**All**”. Объекты из избранных групп связываются;
- „**Generate...**”: автоматически генерировать группы из конечных элементов (двумерных или трехмерных) разных свойств. Выбираются КЭ, появляется диалоговая панель (см. рис.1.16-а), где в трех секциях устанавливаются признаки сортировки:

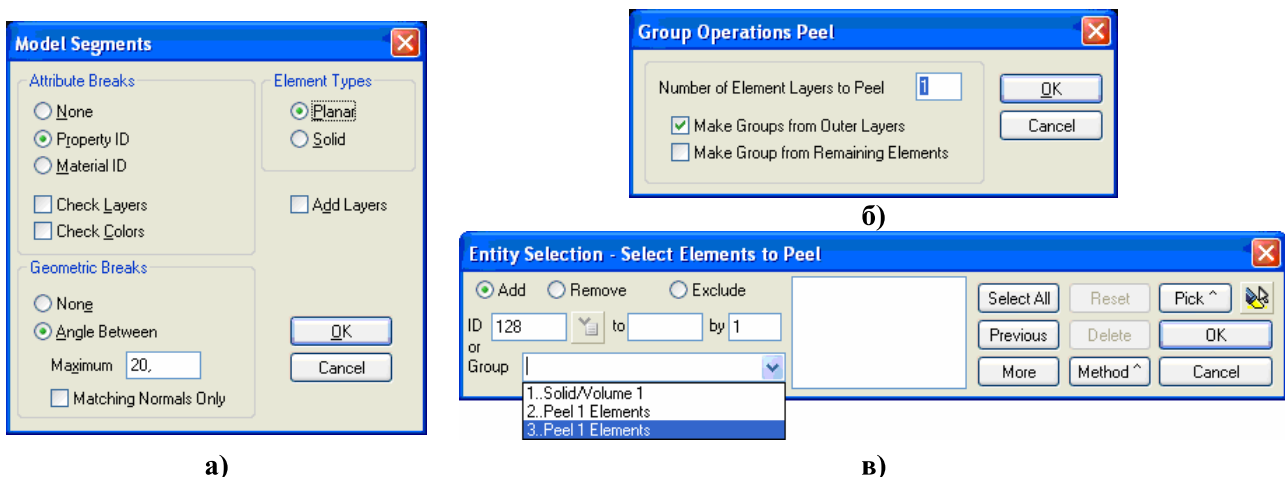


Рис.1.16. Диалоговые панели: а) – автоматического генерирования группы из КЭ; б), в) – снятия верхних слоев трехмерных КЭ

- ♦ в секции „**Attribute Breaks**” (по атрибутам): „**None**” (игнорировать), „**Property ID**” (по номеру свойства) или „**Material ID**” (по номеру материала). Дополнительные условия: „**Check Layers**” и „**Check Colors**” (по уровню и цвету);
- ♦ в секции „**Geometric Breaks**” (по геометрическим параметрам, только для двумерных КЭ): „**None**” (игнорировать), „**Angle Between**” (по углу между двумя нормалью к поверхностям КЭ: если угол – меньше, чем значение в поле „**Maximum**”, то

нормали считаются параллельными). Применение опции „**Matching Normals Only**” (вычислять только нормали) может ускорить генерацию в сложных моделях;

- ♦ „**Element Types**” (по типам КЭ): „**Planar**” (двумерные) или „**Solid**” (трехмерные). Если активизировать опцию „**Add Layers**”, создадутся уровни с отделенными типами КЭ;

- „**Generate Solids...**”: генерировать группу из избранных „твердых” тел; „**Generate Property...**”, „**Generate Material...**” и „**Generate ElemType...**”: генерировать группы КЭ с избранными свойствами, материалами и типами КЭ соответственно;

- „**Generate With Output...**”: генерировать группы с результатами расчетов. В секции „**Output Set**” (см. рис.1.17) нужно указать, какие наборы результатов будут задействованы: „**Any Set**” (любой), „**All Sets**” (все), „**Set**” (избрать со списка конкретный набор). В секции „**Output Vector**” указывается диапазон функций: „**From**” (от), „**Thru**” (через). При необходимости инициируются опции „**Include Components / Corners**” (включать компоненты / узлы) и/или „**Include All Layers**” (включать все уровни). В секции „**Selection Criteria**” (критерии выбора) – выбрать одну из радиокнопок: „**Above**” (выше), „**Below**” (ниже), „**Between**” (между), „**Outside**” (извне), при необходимости – ввести значение „**Minimum**” и/или „**Maximum**”. В секции „**Entity Selection**” (выбор объекта) указать „**Nodal**” (узловые) или „**Elemental**” (элементные) значения. В секции „**Select If**” (избрать, если) установить или „**All Criteria Met (And)**” (все критерии, которые встретились (И)) или „**This Criteria Met (Or)**” (эти критерии, что встретились (Или)). Кнопками „**Add Criteria**”, „**Delete**”, „**Update**” и „**Reset**” создается и редактируется список в поле „**Specified Selection Criteria**”. Для окончания есть команда „**OK**”;

- „**Generate Superelements...**” (генерировать суперэлементы): появится панель „**Fe-map with NX Nastran**” с вопросом „**OK to Make Groups of all Superelements including Residual ?**” (Сделать группу из всех суперэлементов включительно с последним?). Если дать команду „**No**”, то появится панель „**Superelement ID (0=Residual)**”, на которой в поле „**SE ID**” нужно указать номер будущего суперэлемента. Создается суперэлемент из всех не задействованных в других суперэлементах узлов, которые удовлетворяют требованиям узлов суперэлемента;

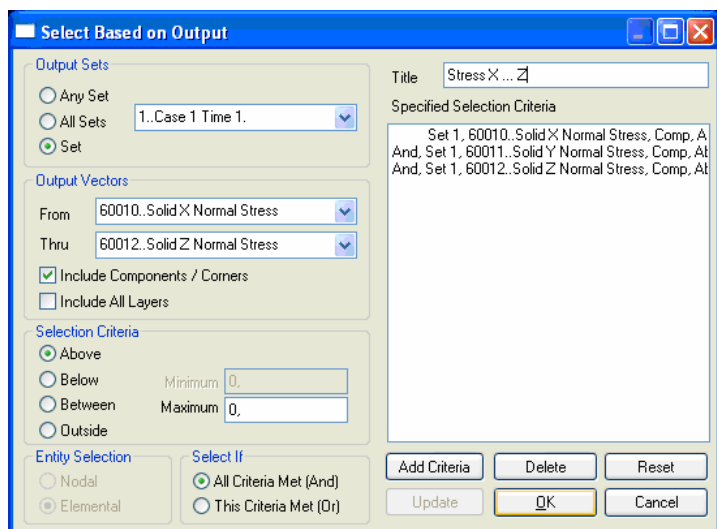



Рис.1.17. Диалоговая панель генерирования групп результатов расчетов

потребуется ответить на вопрос „**OK to Select Only Entities Currently on Layers (NO=Update when Layers change)?**”, т.е. если „**OK**”, то в дальнейшем содержание группы не будет обновляться;

- „**Move to Layer ...**”: перемещать избранные группы в один из существующих (или вновь созданный с помощью кнопки ) уровней;

- „**Peel...**”: предоставляет возможность просмотреть глубинные трехмерные КЭ после снятия верхних слоев КЭ. Выбираются КЭ, появляется диалоговая панель „**Group Operations Peel**” (см. рис.1.16-б). На ней указывается количество слоев КЭ, что будет сниматься (**Numbers of Element Layers to Peel**) и опции для создания групп: всех избранных КЭ (... **Outer ...**) и тех, что остались (... **Remaining ...**). При снятии следующего слоя КЭ нужно из-

брать из списка „**Group**” последнюю группу (см. рис.1.16-в). Избрание группы для отображения описано в начале этого Раздела.

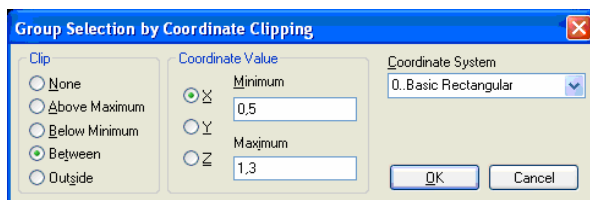
- „**Select Model...**”, „**Select Mesh...**” и „**Select Region...**”: добавить в активную группу *все* объекты модели, сетки конечных элементов или контактного региона по правилу: от 1-го до 99999999-го.

Несколько команд **Group**→**Clipping...** позволяют устанавливать правила *отказа* введению *новых* объектов в *активную* группу (вырезка объектов). На диалоговых панелях (см. рис.1.18) выбирается один из вариантов правил:

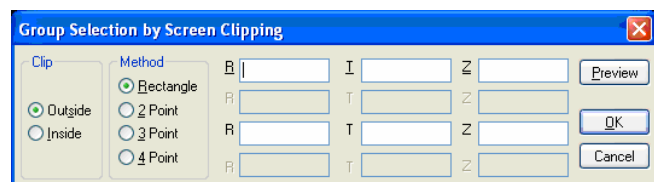
- „**Coordinate...**” (по координатам): „**None**” (нет ограничений), „**Above Maximum**” (выше), „**Below Minimum**” (ниже), „**Between**” (между), „**Outside**” (за пределами) указанных значений координаты (**X**, **Y** или **Z**) избранной координатной системы (см. рис.1.18-а);

- „**Screen...**” („экраном”, т.е. замкнутой областью). „Экран” задается прямоугольником (**Rectangle**), прямой линией (**2 Point**), треугольником (**3 Point**) или четырехугольником (**4 Point**) с помощью угловых точек (см. рис.1.18-б). Выбирается один из вариантов: за пределами (**Outside**) или внутри (**Inside**) „экрана”;

- „**Plane...**” (плоскостями см. рис.1.18-в). Выбирается номер (один из шести) плоскости, указывается направление вырезания: положительное или отрицательное (относительно нормали к плоскости). После команды „**OK**” указывается плоскость одним из стандартных методов;



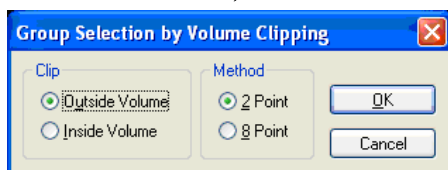
а)



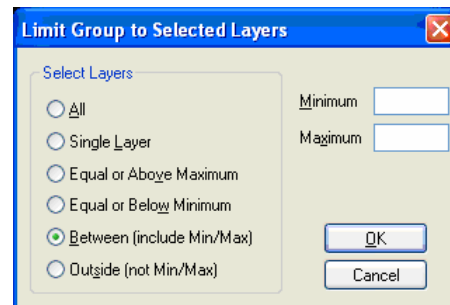
б)



в)



г)



д)

Рис.1.18. Диалоговые панели установления правил вырезки: а) – координатами; б) – „экраном”; в) – плоскостями; г) – объемом; д) – уровнями

- „**Volume...**” (объемом). Выбирается вариант введения объема: двумя точками (точки задают диагональ параллелепипеда) или 8 угловых точек (см. рис.1.18-г). Также указывается направление вырезания: за пределами (**Outside**) или внутри (**Inside**) объема;

- „**Reset Clip...**”: отменить правила вырезания для активной группы. Для каждого варианта правил можно сделать выбор: отменять или нет.

Еще одна команда: **Group**→**Layers...** вызывает диалоговую панель для ограничений номеров уровней для объектов активной группы (см. рис.1.18-д): все (**All**); один указанный уровень (**Single Layer**); со значениями, большими или равными (**Equal or Above Maximum**), меньшими или равными (**Equal or Below Minimum**) указанному в активном поле „**Maximum**” или „**Minimum**” соответственно; между (**Between (include Min/Max)**), т.е. включительно с предельными; за пределами интервала (**Outside (not Min/Max)**).

Еще раз напомним, что уровни и группы применяются исключительно для облегчения работы с разнообразными объектами модели. Когда модель – сложная, то таких объектов – много или очень много, поэтому применение уровней и групп становится просто необходимостью.

1.8 Функции и макросы

1.8.1 Создание функций

Функции желательно создаваться заранее, поскольку можно сослаться лишь на функцию, существующую в модели. Командой **Model**→**Function...** вызывается диалоговая панель „**Function Definition**” (см. рис.1.19).

Обязательно нужно избрать тип функции (**Type**, см. табл.1.8), указать имя функции (**Title**), при необходимости установить другой „**ID**” функции.

Когда назначается функция на свойства материалов или нагрузку, значение функции **Y** используется, чтобы умножить *постоянные* значения, определенные теми объектами.

Внимание: если тип функции выбран неверно, задача не будет решена. Например, для свойств материалов нужно выбирать тип функции „**2..vs.Temperature**” (**vs.** – от чего функция зависит, здесь от температуры). Для эволюционных процессов (протекающих во времени: нестационарная теплопроводность, ползучесть и т.п.) следует назначать тип функции „**1..vs.Time**”. В версии FEMAP 10.2 появилось 11 новых функций, с номерами 19 ... 33.

Внутреннее представление всех функций – табличное. Но вводиться функция может точками (**Single Value**), кусочно-линейным образом с шагом „**DeltaX**” (**Linear Ramp**), с помощью уравнения (**Equation**).

В последнем случае можно применять и элементарные функции FEMAP (см. Приложение 2). Введенные значения функции автоматически сортируются соответственно росту аргумента.

Введенные значения можно модифицировать в режимах „**Edit Phase (X)**” – значение аргумента **X**, и „**Edit Magnitude (Y)**” – значение функции **Y**: в полях „**X**” и „**To X**” указываются начальное и конечное значения **X**, потом указываются значения „**Scale**” – множителя, или/и „**Add**” – слагаемого. Введенную функцию можно сделать

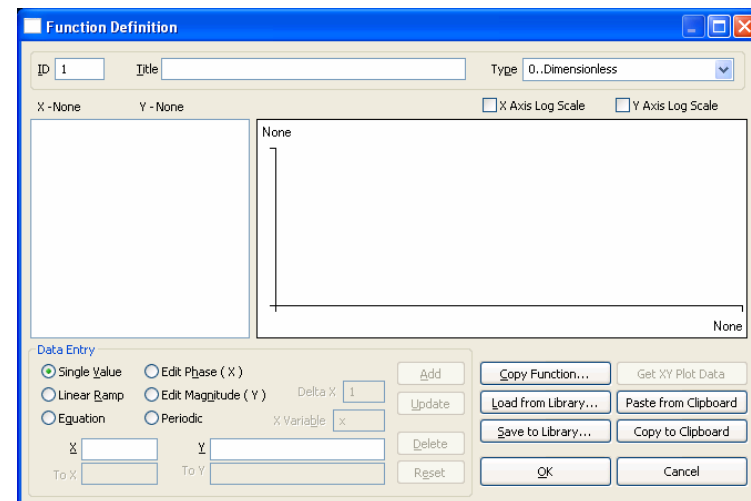


Рис.1.19. Диалоговая панель введения функций

периодической (**Periodic**): указать диапазон (**X**, **To X**) копирования и количество копий (**Copies**).

Опции „**X Axis Log Scale**” и „**Y Axis Log Scale**” позволяют перевести функцию к логарифмическим координатам.

Таблица 1.8. Функции FEMAP

Название функции	Тип аргумента X	Тип функции Y
0..Dimensionless (безразмерная)	нет	нет
1..vs. Time	время	значение (любой тип)
2..vs. Temperature	температура	значение
3..vs. Frequency	частота	значение
4..vs. Stress	напряжение	деформация или значение
5..Function vs. Temp	температура	ID функции
6.. Structural Damp vs. Freq	частота	эквивалентная вязкость демпфирования

7..Critical Damp vs. Freq	частота	критическое демпфирование
8..Q Damping vs. Freq	частота	коэффициент усиления
9..vs. Strain Rate	скорость деформирования	значение
10..Function IDs vs. Strain Rate	скорость деформирования	ID функции
11..vs. Curve Length	длина кривой	значение
12..vs. Curve Param	параметрическая координата	значение
13..Stress vs. Strain	деформация	напряжение
14..Stress vs. Plastic Strain	пластическая деформация	напряжение
15..Function vs. Value	значение	ID функции
16..Function vs. Critical Damp	ID функции	критическое демпфирование
17..vs. Angle of Incidence	Да/Нет (принадлежность углу)	угол
18..vs. Direction of Incidence	Да/Нет (принадлежность направлению)	направление
19..vs. Temp (TABLEM1 Linear, Linear)	температура	значение
20..vs. Temp (TABLEM1 Log, Linear)	температура	значение
21..vs. Temp (TABLEM1 Linear, Log)	температура	значение
22..vs. Temp (TABLEM1 Log, Log)	температура	значение
23..vs. Mode	номер (собственной частоты)	значение
24..Displacement vs. Freq	частота	значение
25..Rotation vs. Freq	частота	значение
26..Velocity vs. Freq	частота	значение
27..Angular Vel vs. Freq	частота	значение
28..Acceleration vs. Freq	частота	значение
29..Angular Acc vs. Freq	частота	значение
30..Force vs. Freq	частота	значение
31..Moment vs. Freq	частота	значение
32..Stress vs. Freq	частота	значение
33..Strain vs. Freq	частота	значение

Примечание 1.3. Функции 19...22 используются для типа задачи типа SOL 601. Функции 23...33 используются как функции вывода, созданные в диалоге, вызванном командой **Model**→**Output**→**Forced Response** (см. Раздел 9).

Электронные клавиши диалоговой панели „**Function Definition**” такие: „**Add**” (добавить в таблицу введенные в поля значения функции), „**Update**” (изменить значения выбранной строки таблицы), „**Delete**” (удалить выделенную строку значений), „**Reset**” (удалить все значения), „**Copy Function...**” (копировать значения из существующей функции, на которую будет указано), „**Load from Library...**” (загрузить существующую функцию), „**Save to Library ...**” (сохранить функцию в базе данных, т.е. в файле функций **function.esp**), „**Get XY Plot Data**” (получить таблицу, построенную в инструменте XY Plot Data), „**Paste from Clipboard**” (получить значения из буферной памяти, например, от табличного редактора **MS Excel**), „**Copy to Clipboard**” (поместить в буферную память).

В режиме введения функции с помощью уравнений (режим „**Equation**”) можно самостоятельно назначать названия аргументов функции, т.е. применять не только **x**, а и, например, **t**. **Внимание:** переменной должен предшествовать знак **!** или **@**. Последний вариант – когда задействована переменная, описанная ранее через функцию. Например, **!w=sin(!x)** и потом **!y=2*@w**.

Команда „**ОК**” позволяет начать введение новой функции.


Примечание 1.4. Если при решении задачи текущее значение аргумента **X** функции выйдет за границы, предусмотренные в применяемой функции, то NX Nastran будет использовать соответствующее крайнее значение функции **Y**.

1.8.2 Просмотр графиков функций

В FEMAP есть инструменты просмотра функций, введенных или полученных в результате решения краевой задачи.



Командой **View→Select...** (или клавишей „F5”, или кнопкой ) вызывается диалоговая панель „View Select”, на ней выбирается радиокнопка „XY of Function” и кнопкой „XY Functions...” инициируется панель „Select Multiple Functions for View”, на которой нужно в списках „Curve 1 ... Curve 9” секции „Functions” выбрать нужные функции и дважды дать команду „OK”. Будет создано новое окно с изображением выбранной функции, которую можно, как и геометрическое изображение, масштабировать или перемещать (роликом „мышь”, кнопками  и ).

Если нужно, оформление графика функции можно немного изменить. Нужно командой **View→Options...** (или клавишей „F6”) вызвать диалоговую панель „View Options” (см. рис.1.12-а), на ней в секции „Category” избрать радиокнопку „PostProcessing”, в окне „Options” – опцию „XY Axes Style”, в окне „Plot Type” – тип координатной сетки (обычная, полулогарифмическая или логарифмическая), в окнах „Axel color” (цвет осей), „X Tics” и „Y Tics” (количество нумерованных линий вдоль осей X и Y) указать нужные значения. Просмотреть результат можно не выходя из диалога: нажать кнопку „Apply”.

Чтобы быстро возвратиться к отображению модели тела, достаточно нажать электронную кнопку „View Style”  и выбрать нужный стиль изображения.


1.8.3 Создание макросов

Макрос – последовательность команд, что записана в файле и может выполняться автоматически после инициации. Макросы есть смысл создавать для часто повторяющейся цепи команд (действий). Создание макроса очень простое, содержит 3 этапа:

- дается команда **Tools→Programming→Program File**. Появляется панель программирования „Program File”. После инициации кнопки  FEMAP готов к созданию макроса;
- выполняются все нужные команды, что войдут в макрос. **Внимание:** для команд нужно использовать клавиши клавиатуры и/или команды меню, а не их дублиеры в виде кнопок инструментов. Последовательность действий сохраняется на панели программирования в виде соответствующего кода, который можно редактировать с помощью клавиатуры;
- дается команда окончания создания макроса: снова инициируется кнопка .
- дается команда для сохранения макроса. Появляется стандартная диалоговая панель записи файла (с расширением имени **.pro**). Нужно найти ему место в файловой системе и ввести имя файла.

Созданный макрос есть смысл вызывать командой. Для этого нужно создать соответствующую команду на вкладке „User Commands” диалоговой панели „Customize” (см. Раздел 1.5 и рис.1.9-в), потом из вкладки „Commands” (см. рис.1.9-а) перетянуть ее в меню FEMAP.

Например, в начале процесса создания осесимметричной модели необходимо развернуть глобальные оси так, чтобы ось Z была горизонтальной, а ось X – вертикальной, а потом – рабочую плоскость расположить в плоскости XZ, для чего – повернуть ее вокруг оси X на 90 градусов. Обычно это требует много команд „мышью” и время для их выполнения, а макрос, вызов которого помещен в „Users Menu”, – лишь одну команду „мышью”, причем макрос не ошибается. Второй этап создания макроса будет содержать такие действия: дать команду **View→Rotate→Model...** (или нажать клавишу „F8”); на диалоговой панели „View Rotate” внести с помощью клавиатуры значения X=90, Y=90, Z=0; дать команду „OK”. Потом дать команду **Tools→WorkPlane...** (или нажать клавишу „F2”), установить опцию „Draw Workplane”, инициировать кнопку „Global Plane...”, выбрать вариант „ZX Plane” и дать команду „OK”. Потом дать команду **Tools→Parameters...**, выбрать для опции „Coord Sys” значение **1..Basic Cylindrical** (чтобы во всех диалогах, где в этом есть потребность, автоматически выбиралась цилиндрическая система координат).

На панели программирования макроса „Program File” есть кнопка  для запуска макроса в работу с целью проверки.

Раздел 2

СОЗДАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕЛА


Создание геометрической модели – важный этап полного цикла проведения вычисления элемента конструкции.

В FEMAP 10.2.0 можно применять одно из двух ядер (наборов команд) геометрического моделирования Parasolid: **Standard** (стандартная версия) или его расширенная версия **Parasolid** (фирмы Electronic Data Systems Corporation (EDS), версии 23.0.194. Эти ядра также применяются в других программах: Unigraphics, SolidWorks, SolidEdge, CATIA и др., что обеспечивает полную совместимость FEMAP с указанными и другими программами. По умолчанию (т.е., заранее установленное значение) в FEMAP применяется ядро **Parasolid**, при необходимости его можно заменить на ядро **Standard** в диалоге „Geometry Engine” (команда **File**→**Preferences...**, вкладка **Geometry/Model**).

Геометрическая модель в FEMAP может иметь такие объекты: точка, линия (прямая или кривая), поверхность (прямолинейная или криволинейная), объем и „твердое” тело (разновидность объема). Линия опирается на точки; поверхность – на линии и точки; объем – на поверхности, линии и точки. Поверхность должна иметь замкнутый контур, созданный линиями; объем – общую замкнутую поверхность, созданную из одной (шар, тор) или нескольких поверхностей.

Внимание: невозможно *удалить* любой объект, что является основой для другого. Это свойство можно рекомендовать для очистки модели от уже ненужных или по ошибке введенных объектов низшего уровня. Например, после создания кривых (линий) можно дать команду: удалить все точки (**Delete**→**Geometry**→**Point...**→**Select All**→**OK**); после создания поверхности (поверхностей) – удалить все линии (**Delete**→**Geometry**→**Curve...**→**Select All**→**OK**) и потом – все точки; после создания объема (объемов) – все поверхности (**Delete**→**Geometry**→**Surface...**→**Select All**→**OK**), потом все кривые, потом все точки.

Если инициировать какой-либо диалог, в котором нужно выбирать объекты конкретного класса (точки, линии, поверхности, объемы и т.п.), то каждый объект этого типа, существующий в модели, на экране монитора меняет изображение (выделяется, выбирается), когда *мерцающий* курсор помещен в соответствующем поле диалоговой панели (например, для введения **ID**), а курсор „мыши” найдет именно этот объект. Тогда достаточно нажать на левую кнопку „мыши” или клавишу „Enter”, чтобы **ID** этого объекта поместился в отведенное для **ID** поле на диалоговой панели. Аналогично, если нужно ввести координаты точки тела, то (кроме введения с клавиатуры) достаточно поместить *мерцающий* курсор в одно из полей для координат, привести курсор „мыши” на соответствующее место на рабочем поле и нажать на левую кнопку „мыши” или клавишу „Enter”.

После инициации треугольника на правой части электронной кнопки  („View Style”) на панели появившегося динамического меню (см. рис.2.1), можно выбрать стиль изображения геометрической модели:

- каркасный (**Wireframe**): изображаются точки и линии; поверхности обозначаются дополнительными тонкими линиями;
- полигональный поверхностный (**Hidden** – скрытый): изображаются только границы поверхностей, причем только видимые;
- изображение модели – как твердое тело (**Solid**): заполненное цветом тонированное трехмерное, в совершенном графическом режиме (см. подраздел 1.5).

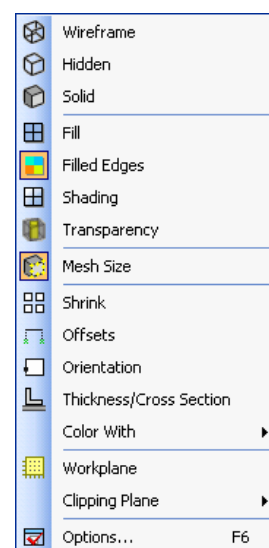


Рис.2.1

Еще есть несколько опций: „**Fill**” (заполнение поверхности цветом), „**Filled Edges**” (показ ребер конечных элементов), „**Shading**” (тонируание поверхностей) и „**Transparency**” (прозрачное изображение), позволяющие отдельно включать или выключать указанные инструменты.


Также есть переключатель „**Workplane**” (изображать/скрыть рабочую плоскость), команда „**Options**” для вызова диалоговой панели „**View Options**”. Еще есть пять опций: „**Mesh Size**” (размер сетки), „**Shrink**” („сжать” изображение КЭ), „**Offset**” (сдвиг одномерных и двумерных КЭ), „**Orientation**” (ориентация одномерных и двумерных КЭ), „**Thickness/Cross Sections**” (толщина, поперечное сечение), которые применяют при работе с конечно-элементной сеткой (рассмотрим в соответствующих разделах). Еще есть команда „**Color With**”, вызывающая один из трех переключателей цвета для изображения поверхностей конечных элементов: „**Element Colors**”, „**Property Colors**” или „**Material Colors**”. И еще есть команда „**Clipping Plane**”, вызывающая один из двух переключателей для плоскости отсечения: „**Clipping On**” (включить), „**Clipping Positive Side**” (отсечь с позитивной стороны), а также команду „**Plane...**” для изменения положения плоскости отсечения (будет изображаться только отсеченная часть проекта).

Есть два варианта создания геометрической модели в FEMAP:

- импорт полностью или частично готовой модели и дальнейшее ее редактирование;
- создание модели „с нуля”.

2.1 Импорт и экспорт геометрической модели тела

2.1.1 Импорт геометрической модели тела

Чтобы импортировать объект, необходимо в FEMAP иметь *открытый* проект: или совсем новый (**File**→**New**), или текущий. Импортируемый объект добавляется к тому, что имеется в открытом проекте, причем как дополнительный и в активный уровень (об уровнях см. в п.1.7.1). Иногда изображение на рабочем поле не изменяется. Чтобы увидеть все объекты, можно рекомендовать команду „**Ctrl+G**” (регенерация всей модели), или вызвать панель „**View Select**” (клавишей „**F5**”, или кнопкой ) , выбрать для „**Model Style**” другой вариант модели изображения, например, „**Draw Model**”.

Для импорта геометрической модели вызывается диалог „**Geometry File to Import**” (команда **File**→**Import**→**Geometry...**). Назначается тип формата файлов: **All Geometry** (все варианты) или конкретный тип: **ACIS** (*.SAT, до версии 21 включительно), **Parasolid** (*.X_T (текстовый) или *.X_V (битовый), до версии 23.0 включительно), **IGES** (*.IGS, версии 4.0...5.3), **Stereolithography** (*.STL), **AutoCAD DXF** (*.DXF), **STEP** (*.STP, версии от AP203 до AP214 включительно), **I-DEAS** (*.IDI), **Catia v4.x** (*.MDL, *.EXP, *.DLV, версии от 4.1.9 до 4.2.4 включительно), **Catia v5.3** (*.CATP, версии от R7 до R19 включительно), **Pro/E** (*.PRT, *.ASM, до версии Wildfire 4.0 включительно), **SolidEdge** (*.PAR, *.PSM, *.PWD, *.ASM, до версии Solid Edge with Synchronous Technology 3 включительно), **NX** (*.PRT, до версии 7.5 включительно) или **SolidWorks** (*.SLDPRT, *.SLDASM, до версии SolidWorks 2010 включительно). В файловой системе находится нужный файл, дается команда „**Open**”.

Внимание: *версии* форматов файлов должны соответствовать возможностям FEMAP 10.2.0, год выпуска которого – 2010. Файлы с геометрическими моделями форматов .X_T, .IGS и .STP можно открывать непосредственно командой **File**→**Open**, при этом автоматически создается новый проект.

На диалоговой панели „**Solid Model Read Option**” (см. рис.2.2-а), появляющейся при импортировании геометрической модели **Parasolid** (*.X_T), нужно обратить внимание на значение коэффициента „**Geometry Scale factor**” (коэффициенту масштаба геометрии). По умолчанию он равен числу **39.37** (приблизительное количество дюймов в метре). Если импортируемый файл создан программой FEMAP, то изменять его не надо. Но если, например, при импортировании файла, созданного программой **SolidWorks**, его не изменить, то миллиметры будут пересчитаны в дюймы. Чтобы этого не происходило, нужно задать величину коэффициента равную 1000. Еще можно изменить название проекта; номер уровня (**Layer**), в который проводить импорт (если такого уровня не было, он будет создан автоматически); цвет изображения и т.п.

Если импорт геометрии проводится в проект, который уже имеет „твердое” тело (**Solid**), то будет доступной опция „**Update Existing Geometry**” (обновить существующую геометрию) и соответствующая кнопка „**Options...**”, вызывающая диалоговую панель „**Geometry Replacement Options**” (см. рис.2.2-б) с опциями, что назначаются для „старой” модели: „**Match Existing Geometry**” (не изменять разметку сетки КЭ), „**Resize Curves with Length Changes**” (изменить разметку сетки КЭ на кривых, если длины линий („старого” и „нового” проектов) будут отличаться (изменены) больше (в ту или другую сторону), чем указанная в поле „**Length Tolerance**” пропорция) или „**Resize All**” (обновить всю начальную сетку). **Внимание:** такое обновление проводится только для *активного* „твердого” тела: одинаковые (по типу и **ID**) объекты заменяются, при этом на них переносятся все назначения (разметка, граничные условия и т.п.), но сетку КЭ еще нужно создавать. Еще одна опция: „**Delete Original Geometry and Mesh**” позволяет удалить всю „старую” геометрическую модель. Эта возможность обновления „твердого” тела предусмотрена для ускорения редактирования геометрии тела с применением другой программы геометрического моделирования с ядром **Parasolid**. Опция „**Update using Parasolid Identifiers**” позволяет обновить модель, пользуясь идентификаторами **Parasolid**, а опция „**Update Material Data**” – свойства материала.

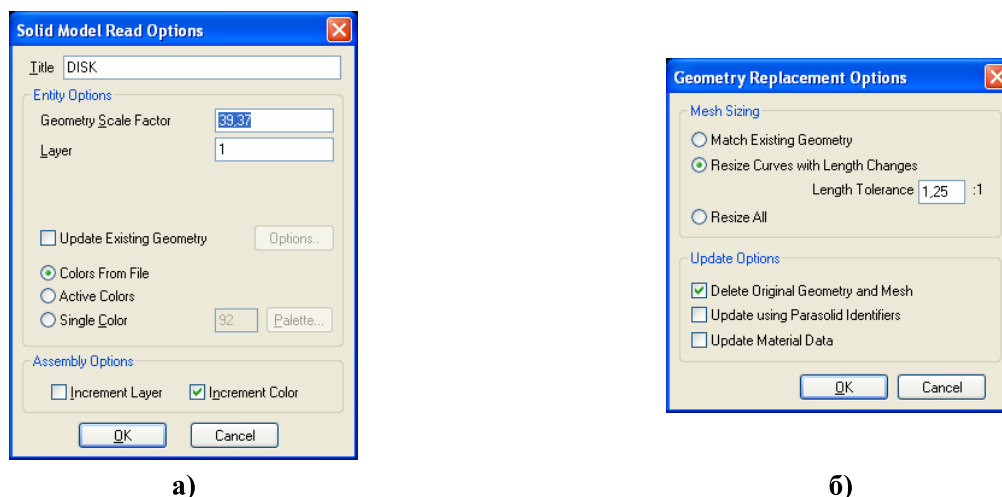


Рис.2.2. Диалоговые панели: а) – импортирования геометрической модели **Parasolid**; б) – обновления предыдущей модели

При импортировании геометрии из файлов *.IGS „твердые тела” (**Solid**) могут не передаваться, да и с поверхностями могут быть проблемы. Поэтому на диалоговой панели „**IGES Read Option**”, что появляется при импортировании (см. рис.2.3-а), есть три варианта преобразования („обрезания”) поверхностей: „**Default Trim Curves**”, „**2-D Trim Curves**” и „**3-D Trim Curves**”, а также – альтернативные назначения (см. рис.2.3-б), т.е. можно подобрать лучший вариант. В альтернативном случае модель должна „вписаться” в куб размером стороны 500 единиц (иначе импортированная модель будет проблемной). Поэтому нужно заранее подсчитать необходимое значение коэффициента „**Internal Scale factor**” (сколько единиц длины исходной модели помещается в единице FEMAP) и установить его (см. подраздел 1.5). **Внимание:** при этом расстояния между элементами модели, которые замеряются с помощью команды **Tools**→**Distance...**, не изменяются. Можно также установить опцию объединения совпадающих точек (**Merge Coincident Points**) и допуск на объединение (**Geometric Tolerance**). Если и после преобразований „твердые тела” не появились, то между поверхностями могут быть щели, поэтому необходимо задать команду для „сшивания” поверхностей: **Geometry**→**Solids**→**Stitch...** и указать допуск на „сшивание”. Только потом появляется возможность объявить объем: **Geometry**→**Solid**→**Activate**. Импортирование всегда проводится в ядро **Parasolid**, даже если было установлено ядро **Standard**.

При импортировании геометрии из файлов *.STL импортированные поверхности и объемы описываются узлами и треугольными поверхностными (двумерными) конечными

элементами. На диалоговой панели „**Read Stereo Lithography**” (см. рис.2.3-в), что появляется, целесообразно установить опции „**Skip Short Edges**” (отвергнуть короткие кромки по указанному размеру), „**Merge Nodes**” (объединить совпадающие узлы) и „**Close Gaps**” (уничтожить зазоры). При необходимости устанавливается опция „**PATRAN STL File**” (STL-файл программы PATRAN). Потом поверхностная конечно-элементная сетка может быть изменена командой **Mesh**→**Remesh...**, а объемная – создана командой **Mesh**→**Geometry**→**Solid from Elements...** (подробнее см. п.3.5.4).

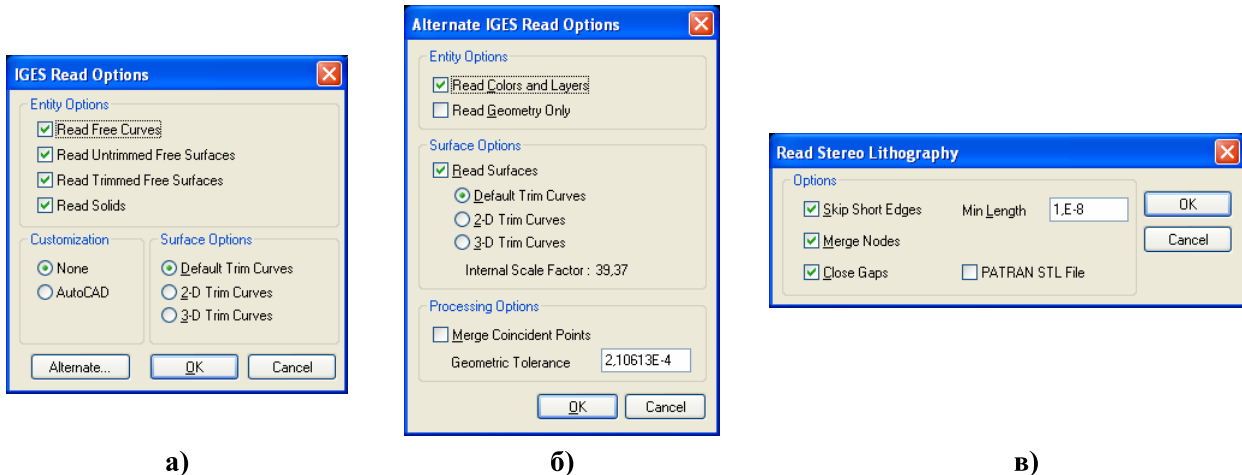


Рис.2.3. Диалоговые панели импортирования геометрической модели: а) – IGES стандартное; б) – IGES альтернативное; в) – Stereo Lithography

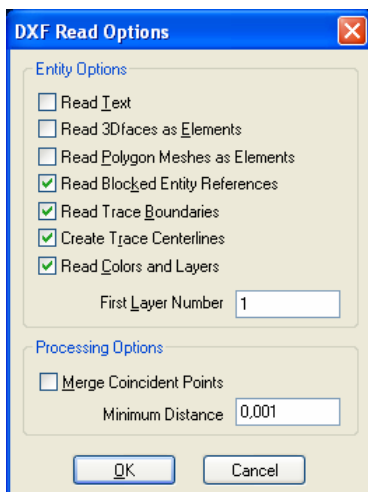


Рис.2.4. Диалоговая панель импортирования геометрической модели *.DXF

При импортировании геометрии из файлов *.DXF (файлы программы AutoCAD) импортированные поверхности и объемы описываются каркасным образом: линиями, поверхностями и/или конечными элементами. На диалоговой панели (см. рис.2.4) можно использовать такие опции: „**Read Text**” (читать текст), „**Read 3Dfaces as Elements**” (читать трехмерные грани как элементы), „**Read Polygon Meshes as Elements**” (читать полигональные ячейки как элементы), „**Read Blocked Entity References**” (читать блоки), „**Read Trace Boundaries**” (читать границы полос), „**Create Trace Centerlines**” (создать оси полос) и „**Read Colors and Layers**” (читать цвета и уровни), причем в поле „**First Layer Number**” можно изменять номер начального уровня.

Опция „**Merge Coincident Points**” указывает на необходимость объединения точек, что совпадают с заданной точностью (значение в поле „**Maximum Distance**”). **Внимание:** FE-MAP 10.2.0 не считывает формат *.DXF в полном объеме.

При импортировании геометрии из файлов *.SAT появляется диалоговая панель „**Solid Model Read Options**” (см. рис.2.5-а), а также можно вызвать диалоговую панель „**Geometry Conversion Options**” (см. рис.2.5-б). Первая из них является вариантом панели, изображенной на рис.2.2-а, поэтому не нуждается в дополнительных объяснениях. На второй есть опции: „**Conversion Scale Factor**” (масштабный фактор при конверсии), „**Cleanup Input Model**” (очистить введенную модель), „**Heal Converted Model**” (вылечить конвертируемую модель), „**Check Converted Model**” (проверить конвертируемую модель), „**Full Checking**” (полная проверка), „**Delete Invalid Geometry**” (удалить неисправную геометрию), „**Output Faces if no Solid**” (показать поверхности при отсутствии „твердого” тела).

При импортировании геометрии из файлов *.MDL (от CATIA v4.x) появляется диалоговая панель „**CATIA Read Options**” (см. рис.2.5-в). На ней есть опции: „**Read Analytical Surface Definition**” (читать поверхности, заданные сплайнами), „**Use CATIA Topology**” (фактически – не сшивать „твердые” тела, если они есть в модели), „**Use 2D Trim Curves**” и „**Use**

3D Trim Curves” (использовать 2D или 3D параметрические кривые), „Stitch into Solid” (сшить „твердые” тела из полученных поверхностей), „Heal Geometry” (вылечить геометрию).

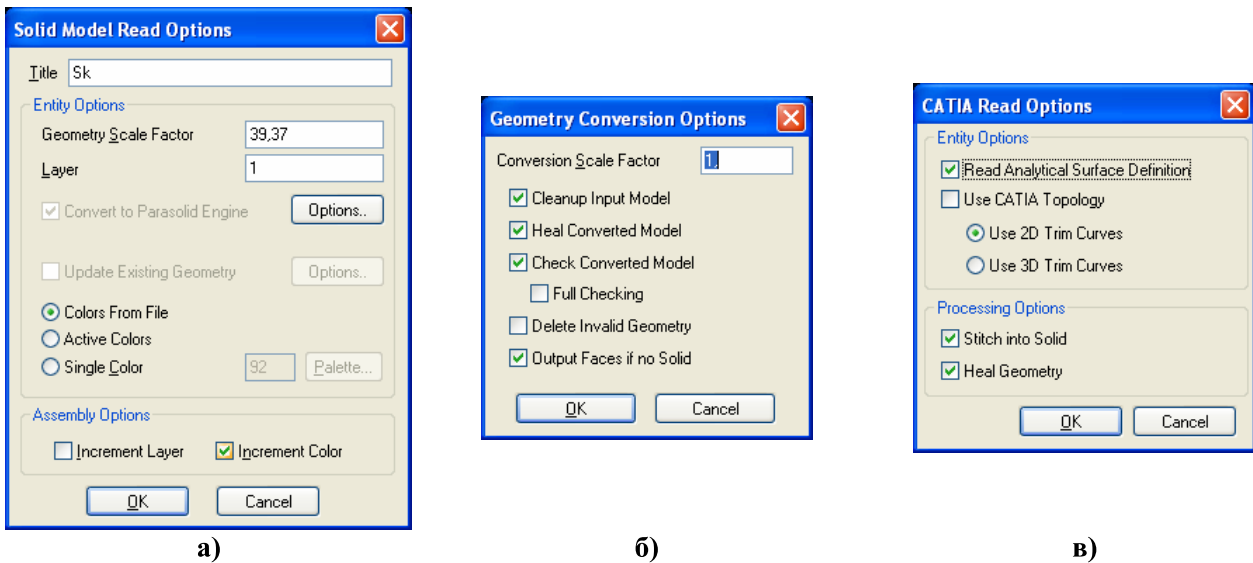


Рис.2.5. Диалоговые панели: а) – импортирования геометрической модели *.SAT; б) – дополнительные опции; в) – импортирования геометрической модели *.MDL (от CATIA v4.x)

При импортировании геометрии из файлов *.CATP (от CATIA v5) появляется диалоговая панель „CATIA V5 Read” (см. рис.2.6). На ней есть опции: „Simplify Geometry” (упростить геометрию (поверхностей и ребер)), „Read No Show” (не показывать сообщения при чтении (их может быть очень много)), „Read Inactive Layers” (читать неактивные слои), а также опции с названиями геометрических примитивов. В секции „Assembly Search Path” (читать файлы сборки модели из указанных папок) можно сформировать список этих папок с помощью клавиш „Add...” и „Remove”.

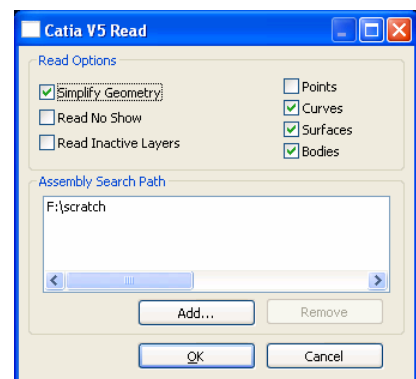


Рис.2.6. Диалоговая панель импортирования геометрической модели *.CATP (от CATIA v5)

При импортировании геометрии из файлов *.STEP появляется диалоговая панель „STEP Read Options” (см. рис.2.7-а), а также можно вызвать диалоговую панель „Advanced STEP Read Options” (см. рис.2.7-б). Первая из них

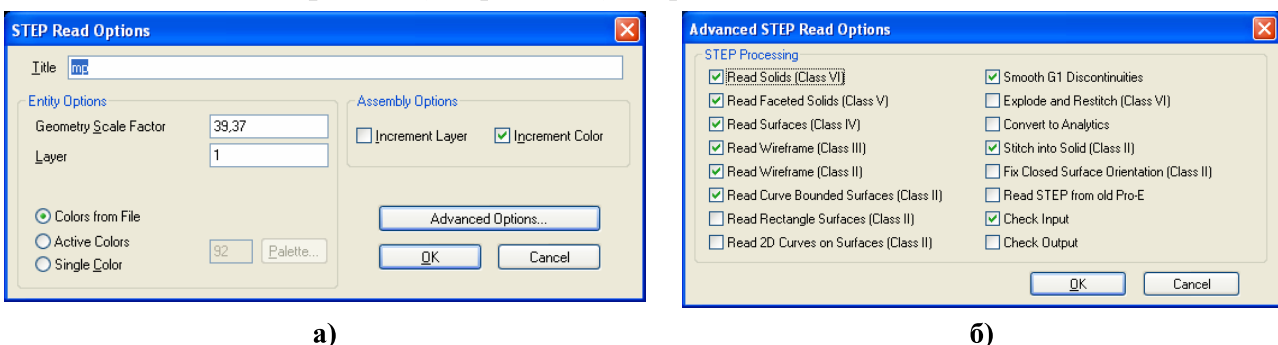


Рис.2.7. Диалоговые панели импортирования геометрической модели формата STEP: а) – стандартная; б) – расширенная

фактически является вариантом панели, изображенной на рис.2.2-а, поэтому не нуждается в дополнительных объяснениях. На второй есть опции: „Read ...”, с помощью которых можно указать, какие классы геометрических объектов модели не читать (если отключена опция „Read 2D Curves on Surfaces”, то вместо 2D будут использоваться 3D описание считанных 2D объектов), „Smooth G1 Discontinuities” (при наличии незначительных разрывов – сшить),

„Explode and Restitch (Class VI)” (попробовать считать „твердое” тело как поверхности, а потом сшить „твердое” тело), „Convert to Analytics” (конвертировать к аналитике), „Stitch into Solid (Class II)” (попробовать сшить в „твердое” тело поверхности класса II), „Fix Closed Surface Orientation (Class II)” (фиксировать ориентацию закрытых поверхностей – для поверхностей на основе сферы и тора), „Read STEP from old Pro/E” (читать STEP от старых версий Pro/E, чтобы решить проблему с разными единицами измерения углов), „Check Input” (проверить файл еще до импортирования модели), „Check Output” (проверить всю модель после импортирования).

2.1.2 Экспорт геометрической модели тела

При экспорте геометрической модели командой **File**→**Export**→**Geometry...** вызывается диалоговая панель „Translate” (см. рис.2.8-а), где выбирается один из форматов: Parasolid XMT, ACIS SAT, Stereolithography, VRML, STEP или IGES. **Внимание:** в формате STEP экспортируются только „твердые” тела; в формате Stereolithography – только двумерные и трехмерные КЭ.

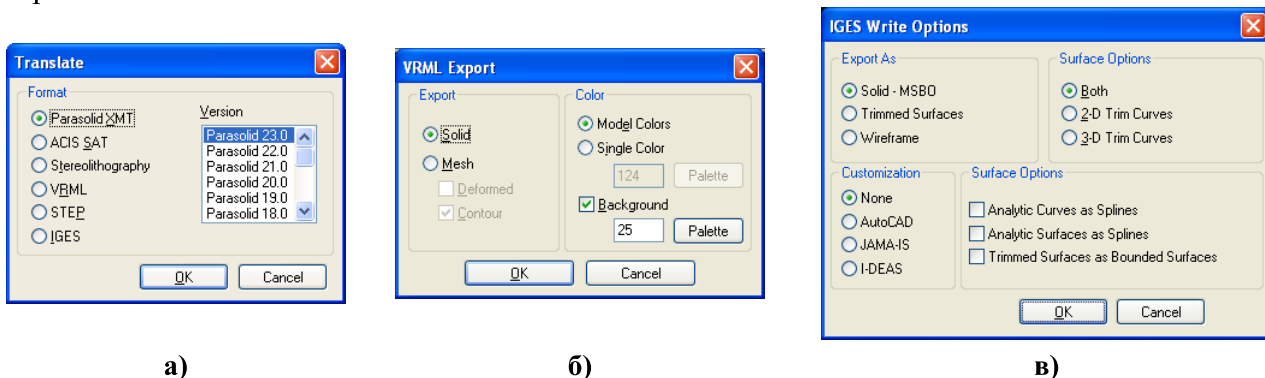


Рис.2.8. Диалоговые панели экспортирования геометрической модели в файлы: а) – основная панель (выбран формат Parasolid XMT); б) – дополнительная для формата ACIS SAT; в) – дополнительная для формата IGES

В случае экспорта в формате VRML еще появится диалоговая панель „VRML Export” (см. рис.2.8-б), где можно указать, что сохранять: „твердое” тело (**Solid**) или сетку объемных конечных элементов (**Mesh**). Для сетки КЭ еще можно вывести информацию о деформированной модели (**Deformed**) и контурные назначения (**Contour**). В секции „Color” можно сделать такие назначения: „Color Model” (цвета модели) „Color Single” (единый цвет) и „Color Background” (цвет фона). Последние два цвета можно ввести с клавиатуры или с помощью панели „Color Palette” (см. рис.1.5-б), что вызывается кнопкой „Palette”.

В случае экспорта в формате IGES на панели „Translate” появляется кнопка „Options...”, которая вызывает другую панель – „IGES Write Options” (см. рис.2.8-в). В секции „Export As” устанавливается способ экспортирования геометрии: как „твердое” тело (**Solids – MSBO**), поверхностями типа 144 (**Trimmed Surfaces**) или каркасом (**Wireframe**). В секции „Surface Options” можно указать, на основе каких кривых должны описываться поверхности: плоских (**2-D Trim Curves**), неплоских (**3-D Trim Curves**) или на обоих видах (**Both**); можно установить опции „Analytic Curves as Splines” и/или „Analytic Surfaces as Splines” (описывать кривые/поверхности сплайнами), „Trimmed Surfaces as Bounded Surfaces” (представить поверхности типа 144 (**Trimmed Surfaces**) как поверхности типа 143 (**Bounded Surfaces**)). В секции „Customization” можно выбрать один из вариантов CAD-систем, чтобы FEMAP мог учесть специфику этих систем.

Для просмотра результатов экспорта можно применить команду импорта геометрии FEMAP, а также соответствующие программы, например, Catia, SolidView, SolidWorks, AutoCAD, Unigraphigs и т.п.

Основной проблемой импорта/экспорта геометрии может оказаться принудительное масштабирование, когда коэффициент пересчета из одной метрической системы в другую изменить негде. Проблема решается применением других программ и сменой форматов.

2.2 Создание геометрической модели тела

Начинается новый проект командой **File**→**New**. Появляется изображение рабочей плоскости и глобальных осей на ней.

2.2.1 Системы координат, ориентация и размеры изображения, рабочая плоскость

Для установления *глобальной системы координат* необходимо командой **Tools**→**Parameters...** вызвать диалоговую панель „**Model Parameters**” и выбрать в списке „**Coord Sys**” нужный вариант системы: декартовую, цилиндрическую или сферическую (см. рис.2.9), причем надо иметь в виду, что в последних двух системах углы задаются в градусах. Еще один вариант: выбрать курсором „мыши” соответствующее название координатной системы в объекте „**Coordinate Systems**” информационно-навигационной панели „**Model Info**”, щелкнуть правой кнопкой „мыши” и на динамической диалоговой панели, что появится (см. рис.2.9-г), дать команду **Activate**.

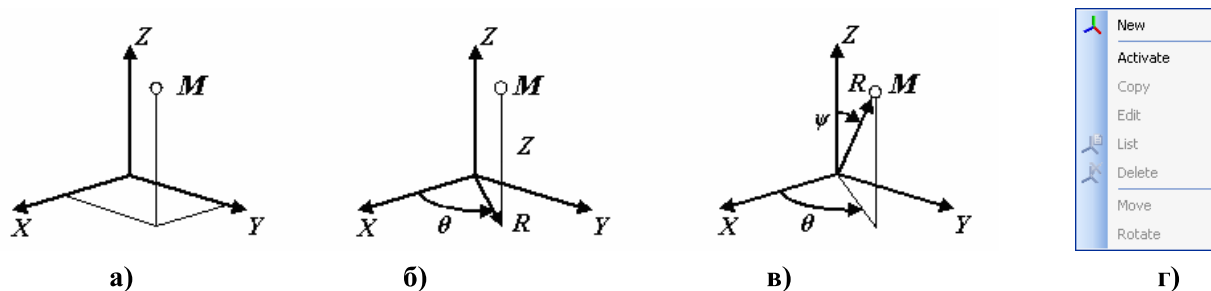


Рис.2.9. Декартовая (а), цилиндрическая (б), сферическая (в) системы координат; динамическая командная панель управления системами координат (г)

Примечание 2.1. Иногда нужна система координат, имеющая другую ориентацию осей, чем глобальная. Инструменты FEMAP для этого описаны в пп.6.1.2.1.

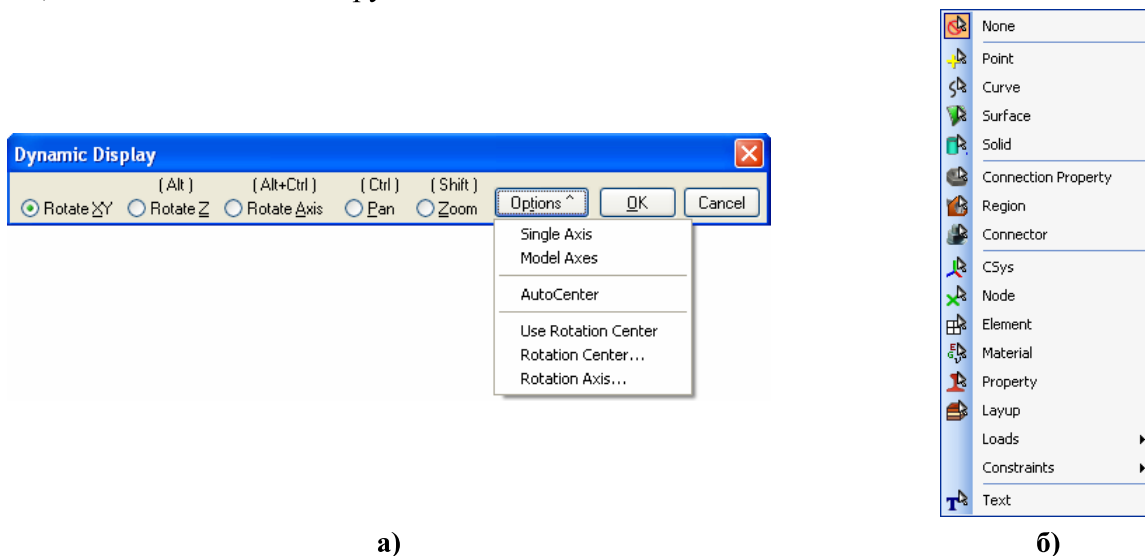




Рис.2.10. Диалоговая панель динамического управления геометрической моделью с нажатой кнопкой „Options” (а); динамическая панель меню типов объектов (б)


В процессе построения геометрии довольно часто необходимо сдвигать, вращать или масштабировать изображение на экране. Все эти действия можно выполнять после инициации электронной кнопки  (в мнемоническом меню „**View**”, слева). На диалоговой панели „**Dynamic Display**”, что появится (см. рис.2.10-а), есть радиокнопки для переключения режимов: „**Rotate**” (вращение), „**Pan**” (перемещение) и „**Zoom**” (масштабирование); а также подсказки, как быстро выбирать разные режимы без радиокнопок: нажать клавишу „**Alt**” – вращение вокруг оси **Z** экрана; клавишу „**Ctrl**” – перемещение; клавишу „**Shift**” – масштабирование (дополнительно нужно нажать на левую кнопку „мыши” и двигать курсором по экрану). Есть еще опции (кнопка „**Options**”): „**Single Axis**” – единичная ось; „**Model Axes**” – оси модели; „**AutoCenter**” – автоматически поместить в центр; „**Use Rotation Center**” – ис-

пользовать центр вращения; „**Rotation Center...**” – указать центр вращения; „**Rotation Axis...**” – указать ось вращения.

Напомним, что отображение любых объектов, в частности геометрических, можно изменить с применением диалоговой панели „**View Options**” (вызывается командой **View**→**Options...** или клавишей „**F6**”) – см. подраздел 1.5 и рис.1.10. Также напомним, что с помощью мнемонического меню „**Select**” (см. табл.1.4) можно вызвать динамическую панель меню (см. рис.2.10-б), на которой – выбрать тип объекта (точки, линии, поверхности, объемы, ...), чтобы потом просматривать данные о выбранном на рабочем поле объекте этого типа.

Для поворота глобальных осей и всего изображения на рабочем поле есть и другие возможности:

- группа электронных кнопок  мнемонического меню „**View**” (см. рис.1.1 и табл.1.2). Левая кнопка этой группы изменяет направление поворота на противоположное;

- команда **View**→**Align By**→**Along Vector...** На диалоговой панели, что появится (см. рис.2.11-а), нужно выбрать координатную систему и метод, которым будет задаваться направление вектора, вдоль которого будет рассматриваться модель (на рис.2.11-а – **Locate**), потом ввести необходимые значения в поля, соответствующие методу. После назначений вектор можно увидеть на экране (кнопка „**Preview**”). Например, в методе „**Locate**” в строке „**Tip**” вводятся значения направляющих косинусов этого вектора, или пропорциональных им величин. Кнопка  позволяет вызвать соответствующий раздел из „**Help**” (с помощью Интернет-браузера);

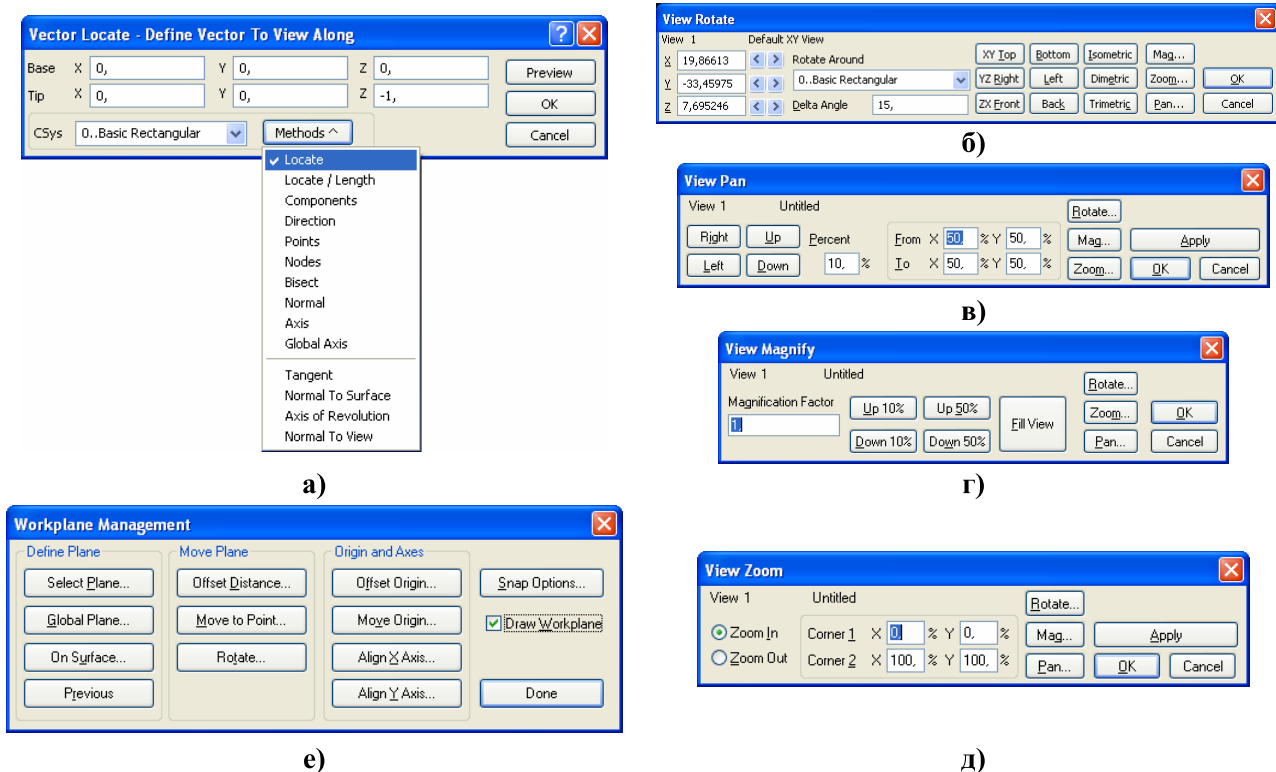



Рис.2.11. Диалоговые панели для: а) – задания направления вектора; б) – поворота; в) – смещения; г) – изменения масштаба; д) – „вырезания” зоны изображения; е) – настраивания рабочей плоскости

- команда **View**→**Rotate**→**Model...** (клавиши „**F8**”). На диалоговой панели „**View Rotate**” (см. рис.2.11-б) можно или числами (слева) или фиксировано (9-ю кнопками) установить положение осей и изображение. Из этой панели кнопкой „**Pan...**” вызывается диалоговая панель „**View Pan**” (см. рис.2.11-в) для изменения положения изображения на рабочем столе; кнопкой „**Mag...**” – панель „**View Magnify**” (см. рис.2.11-г) для изменения масштаба изображения (в частности, кнопкой „**Fill View**” – полное изображение); кнопкой „**Zoom...**” – панель „**View Zoom**” (см. рис.2.11-д) для назначения прямоугольной области на экране, изображение из которой будет увеличено (**Zoom In**) или уменьшено (**Zoom Out**) пропорционально

соотношению размеров прямоугольной области и рабочего поля (аналог кнопки  из мнемонического меню „View“).


Довольно часто возникает необходимость в изменении положения *рабочей плоскости*. Напомним (см. Введение), что рабочая плоскость (**Workplane**) – вспомогательная плоскость с „самостоятельными“ координатами **X** и **Y**. Ее назначение – облегчение построения геометрических объектов. Координаты введенных на рабочей плоскости геометрических объектов автоматически пересчитываются в текущую глобальную систему координат (**CSys**).

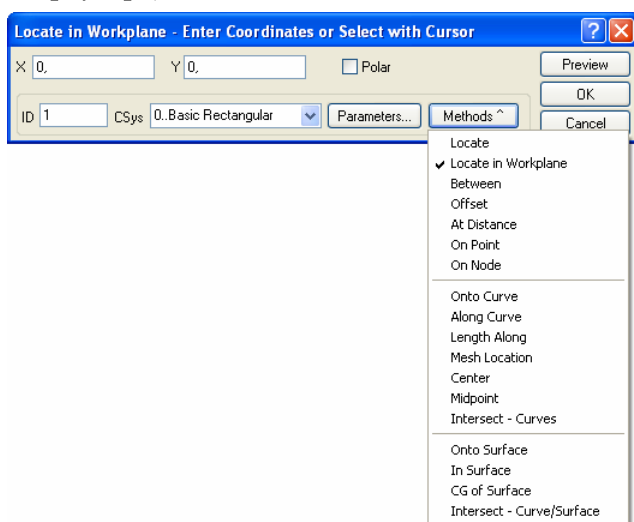
Для настраивания рабочей плоскости и изменения ее расположения вызывается диалоговая панель „**Workplane Management**” (клавишей „F2” или командой **Tools**→**Workplane...** или командой **Workplane...** после нажатия на правую кнопку „мыши”) и иницируется одна из кнопок (см. рис.2.11-е): „**Select Plane...**”, „**Global Plane**” или „**On Surface...**” (назначить положение рабочей плоскости выбранным способом); „**Offset Distance...**”, „**Move to Point...**” и „**Rotate...**” (ее смещение или вращение); „**Offset Origin...**” и „**Move Origin...**” (смещение начала координат на рабочей плоскости), „**Align X Axis...**” и „**Align Y Axis...**” (ориентирование координаты **X** (или **Y**) рабочей плоскости вдоль вектора, который будет указан). Если отменить опцию „**Draw Workplane**”, то рабочая плоскость на экране не будет отображаться. После иницирования кнопки „**Snap Options...**” можно изменить оформление рабочей плоскости: шаг, количество линий и стиль разметки сетки также.

Для построения геометрических объектов можно пользоваться командами соответствующих мнемонических меню (см. табл.1.5).

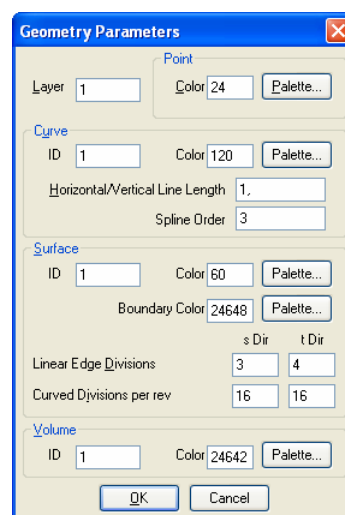
Внимание: если после удаления любого объекта он и в дальнейшем отображается на рабочем поле, необходимо очистить файл сохранения проекта (с расширением имени **.modfem**) командой **File**→**Rebuild...** (см. подраздел 1.4).

2.2.2 Введение точек

Точки обычно вводят как опорные (элемент-основа) при создании линий и поверхностей. Точки можно вводить или отдельным процессом (**Geometry**→**Point...**), или в процессе построения линии или поверхности. Например, если нужно задать ломаную кривую из нескольких отрезков линий, целесообразно сначала задать точки, потом проводить линии через уже существующие точки. Можно выбрать такие методы (кнопка „**Methods**”) введение точки (см. рис.2.12-а; кнопка  позволяет вызвать соответствующий раздел из „**Help**”, с помощью Internet-браузера):



а)



б)

Рис.2.12. Диалоговые панели: а) - для введения точек координатами, при выбранном методе „**Locate in Workplane**”; б) - параметров геометрических объектов

- тремя координатами в глобальной системе координат (**Locate**);
- двумя координатами рабочей плоскости (**Locate in Workplane**). Если установить опцию „**Polar**”, координаты точки будут задаваться в полярной системе координат;

- посередине между двумя выбранными точками (**Between**);
- величинами смещения от базовой точки (**Offset**);
- на указанной дистанции вдоль вектора (**At Distance**);
- на основе уже существующей точки (**On Point**) или узла (**On Node**);
- на кривой (**Onto Curve**) или на поверхности (**Onto Surface**);
- на указанной дистанции (проценты от длины) от начала кривой (**Along Curve**);
- от конца указанной кривой в направлении начала этой кривой на указанное расстояние (**Length Along**);
 - на сетке (**Mesh Location**): точка получает координаты существующей точки, ближайшей к положению курсора в момент нажатия на левую кнопку „мышь”;
 - посередине кривой (**Center**) или прямой (**Midpoint**);
 - как точка пересечения кривых (**Intersect – Curves**);
 - в четырехугольной поверхности (**In Surface**): координаты точки задаются параметрически, т.е. частями единицы (**Param Loc**) вдоль координат **U** и **V** (их начало – в углу);
 - в геометрическом центре геометрической (не конструкционной, см. п.2.2.4) поверхности (**CG of Surface**);
 - как точка пересечения линии с поверхностью (**Intersect – Curves/Surface**).

Кнопкой „**Parameters...**” вызывается панель „**Geometry Parameters**” (см. рис.2.12-б) общего назначения. На ней можно изменить параметры точки, в частности уровень (**Layer**) и цвет изображения.

Заключительные действия: или, установив курсор в соответствующее окно редактирования, с помощью курсора „мышь” найти соответствующий объект (он изменит вид – активизируется) и нажать на левую кнопку „мышь”, или с помощью клавиатуры ввести (отредактировать) необходимые значения координат или **ID** объектов.

Точки еще можно создавать операциями модификации (одинаковое для всех команд начало команды **Modify**→ опускаем) как результат:

- проектирования существующей точки (точек, узла, узлов) на указанную линию или поверхность (**Project**→**Point onto Curve...** или **Project**→**Point onto Surface...**). **Внимание:** исходный объект (точка, узел, узлы) удаляется автоматически как уже ненужный. Команды **Project**→**Point along Vector...**, **Project**→**Point onto Vector...** или **Project**→**Point onto Plane...** позволяют использовать дополнительную информацию: вспомогательные вектор (**along** – вдоль вектора; **onto** – перпендикулярно вектору) или плоскость (**onto Plane**);
- перемещение в точку (**Move To...**), причем на последнем этапе на появившейся панели „**Move To**” опциями „**Update Coordinate**” указывается, какие координаты изменять; или в указанном вектором направлении (**Move By...**);
- поворота точки вокруг указанной оси, когда двумя точками указывается угол поворота (**Rotate To...**);
- поворота точки вокруг указанной оси и одновременного ее смещения вдоль этой оси (**Rotate By...**);
- объединения операций поворота и перемещения точки (**Align...**);
- масштабирование координат точки (**Scale...**) по формулам типа $\bar{x} = x_0 + (x - x_0) * m_x$, где x_0 – координата базовой точки, m_x – масштабный коэффициент;

Координаты любой точки можно просто редактировать (**Modify**→**Edit**→**Point...**). Еще точки можно помещать в разные уровни и группы (см. подраздел 1.7), делать с ними другие общие операции модифицирования (см. п.2.2.6).

Когда точки уже не нужны, их можно удалить (**Delete**→**Geometry**→**Point...**).

2.2.3 Построение линий

Линии могут быть прямыми или кривыми. Кривые линии: окружность и ее отрезки – дуги, а также построенные сплайнами линии.

Подробные данные, в частности изображения для каждого варианта построения линий, можно получить в „Help” SPLMS.Fv10.2.0: команда **Help**→**Help Topics Ctrl+H**, вкладка **Fe-map**→**Contents**, раздел **Commands**→**3.Geometry**→**3.2. Creating Curves**.

2.2.3.1 Построение прямых линий

Напоминаем, что все команды, не имеющие на графической пиктограмме изображения трех координат, выполняются в (для) рабочей плоскости (**Workplane**).

Прямые линии можно проводить (одинаковое для всех команд начало команды **Geometry**→**Curve-Line**→ опускаем):

- через две точки, что создаются: **Project Points...** (результат проектируется на рабочую плоскость) или **Coordinates...**; или через две точки, что уже существуют (**Points...**). Последние две команды – в глобальной системе координат;
- через точку, горизонтальную (**Horizontal...**) или вертикальную (**Vertical...**) прямую, причем в обе стороны от указанной точки и с общей длиной, что вдвое превышает установленное значение на диалоговой панели „**Geometry Parameters**” (вызывается кнопкой „**Parameters**”). Вертикальная прямая параллельна *глобальной* оси **Y**, а горизонтальная – оси **X**;
- через точку, перпендикулярно к существующей прямой линии (**Perpendicular...**);
- параллельно существующей прямой на указанном расстоянии от нее (**Parallel...**);
- параллельно двум существующим параллельным прямым посередине между ними (**Midline...**); длина линии будет равна среднеарифметическому длин опорных линий;
- через точку под углом к оси **X** (**At Angle...**);
- через точку под углом к указанной прямой линии (**Angle to Curve...**);
- через точку и касательной к окружности или части ее дуги (**Point and Tangent...**);
- касательной к двум окружностям или к частям двух окружностей (**Tangent...**);
- как контур прямоугольника (**Rectangle...**): задаются два противоположных угла;
- как замкнутая ломаная линия, т.е. многоугольник (**Continuous...**);
- со смещением от выбранной существующей прямой (**Offset...**);
- через точку параллельно указанному вектору (**Vectored...**);

Соответствующие этим командам инструменты можно еще вызвать с помощью mnemonic меню (см. табл.1.5).

Почти в каждом из вариантов можно выбирать метод (электронная кнопка „**Methods**”), которым указываются координаты объектов. Эти методы – такие же, что и при создании точек. Также с помощью кнопки „**Parameters...**” можно вызвать диалоговую панель „**Geometry Parameters**” (см. рис.2.12-б) и изменить параметры линии. Например, цвет линии.

Кроме создания, с линиями можно проводить операции модификации (если линии являются основой поверхностей, то не все такие операции будут выполняться):

- удаление (отсечение) части линии от точки ее пересечения с другой линией или линиями (**Modify**→**Trim...**): выбираются две или больше пересекающихся линий, потом курсором выбирается та часть линии, которую нужно удалить (указывается точка в окрестности удаляемой части), и дается команда на удаление (**OK**). Если „флажок” на опции „**Extended Trim**” снять, то удаление проводится только для линии, где указывалась точка;
- удлинение линии до точки, которая создается проекцией указанной точки на направление линии (**Modify**→**Extend...**);
- разрезание линии на части точкой, которая создается проекцией другой точки на направление линии (**Modify**→**Break...**);
- создание общей точки пересечения двух линий (**Modify**→**Join...**) с возможностью удаления их „лишних” частей, что лежат за пределами угла, созданного этими линиями, содержащего некоторую указанную точку (на панели необходимо инициировать опции „**Update 1**” и/или „**Update 2**”);
- создание округления двух линий дугой заданного радиуса с центром, близким к указанной точке (**Modify**→**Filet...**), с возможностью удаления их „лишних” частей (на панели необходимо инициировать опции „**Trim Curve 1**” и/или „**Trim Curve 2**”);

- создание „фаски” указанных размеров между двумя линиями (**Chamfer Length**) на каждой линии близко к указанной точке (**Modify→Chamfer ...**) с возможностью удаления их „лишних” частей (на панели необходимо инициировать опцию „**Trim 1**” и/или „**Trim 2**”);
- изменение положения линии с помощью редактирования координат ее опорных точек (**Modify→Edit→Point...**).

Указанные операции модификации еще можно начать с помощью кнопок мнемонического меню „**Curve Edit**” (см. табл.1.5).

Еще линии можно помещать в разные уровни и группы (см. подраздел 1.7), проводить с ними другие общие операции модифицирования (см. п.2.2.6).

Когда линии уже не нужны, их можно удалить (**Delete→Geometry→Curve...**).

2.2.3.2 Построение окружностей и их частей (дуг)

Кривые линии в виде окружности или ее части (дуги) можно создавать, опираясь на несколько вариантов данных. В FEMAP инициация соответствующих процессов возможна через команды меню, электронные кнопки и команды мнемонических меню (см. табл.1.5).

Для создания *дуги* (одинаковое для всех команд начало команды **Geometry→Curve-Arc→** опускаем) указываются:

- центр и две точки, определяющие начало и конец дуги (**Center-Start-End...**), причем последняя точка фактически определяет *направление* радиуса до конца дуги (его размер определяется расстоянием между центром и первой точкой);
- две точки, определяющие начало и конец дуги, и ее радиус (**Radius-Start-End...**);
- две точки, определяющие начало и конец дуги, и угол между радиусами к этим точкам (**Angle-Start-End...**);
- две точки, определяющие центр и начало дуги, и угол (**Angle-Center-Start...**);
- две точки, определяющие центр и начало дуги, и длину хорды, которая „стягивает” дугу (**Chord-Center-Start...**);
- три точки на дуге (**Points...**);
- центр и три точки на дуге (**Center and Points...**), причем две первые задают начало и конец дуги, а третья точка задается приближенно и указывает направление проведения дуги: самым коротким путем или вокруг центра;
- две точки, определяющие начало и конец дуги, и касательную к дуге; касательная задается вектором из конечной точки (**Start – End-Direction...**).

Первые 5 вариантов создают дуги только в рабочей плоскости (**Workplane**).

В каждом из вариантов можно выбирать метод (электронная кнопка „**Methods**”), которым указывается объект.

На линии дуги FEMAP дополнительно создает от одной до трех опорных точек (в зависимости от размера угла дуги), а также точку – центр дуги, если она не существовала.

Для создания *окружности* (одинаковое для всех команд начало команды **Geometry→Curve-Circle→** опускаем) указываются:

- центр и точка на окружности (**Radius...**);
- две точки на окружности, которые фактически задают ее диаметр (**Diameter...**);
- центр и радиус окружности (**Center...**);
- две точки на окружности и ее радиус (**Two Points...**);
- три точки (**Points on Arc...**);
- центр и две точки на дуге окружности (**Center and Points...**), причем последняя фактически определяет *плоскость*, в которой создается окружность (размер радиуса определяется расстоянием между центром и первой точкой).

Кроме того, окружность создается:

- на основе центра окружности, касательной к указанной линии (**Point-Tangent...**); линия может быть прямой или кривой;
- касательной до двух указанных линий (**Tangent to Curves...**), с указанным радиусом и ориентировочными координатами центра; линии могут быть прямыми или кривыми;

- концентрической к существующей окружности, с указанным радиусом (**Concentric...**).

Кроме 2-х вариантов команд: **Points on Arc...** и **Center and Points...**, все варианты создают окружности только в рабочей плоскости (**Workplane**).

На линии окружности FEMAP создает четыре опорные точки: одну – базовую, три – вспомогательные через угол 90 градусов (для возможного использования), а также точку – центр окружности, если она не существовала.

Еще дуги и окружности можно помещать в разные уровни и группы (см. подраздел 1.7), проводить с ними другие общие операции модифицирования (см. п.2.2.6).

2.2.3.3 Построение линий сплайнами

Сплайн (от англ. **Spline** – чертежное устройство для проведения гладких кривых через заданные точки, основной элемент которого – тонкая металлическая линейка, расположенная ребром к бумаге) или сплайн-функция – кривая без изломов, аппроксимирующая функцию, заданную таблицей, и описываемая отрезками многочленов одинаковой степени, которые в местах сопряжения имеют непрерывные первые, вторые (наиболее распространенные в применении кубические сплайны) или высшие производные. В зависимости от того, какие многочлены применяются, различают такие сплайны: **кривые Безье** (Bezier), **В-сплайны** (рациональные равномерные), **NURBS** (Non-Uniforms Rational B-Splines – неравномерные рациональные В-сплайны) и прочие.

Аппроксимации эллипса, параболы, введенной формулой кривой, линии, касательной к другой линии или к поверхности, соединение двух кривых в FEMAP проводятся кубическими кривыми Безье. Если точек больше 4-х, то применяются кубические В-сплайны. Кроме того, к проекту FEMAP кривые NURBS могут быть импортированы из IGES файла.

Для построения сплайновой кривой необходимо не менее 4-х точек. FEMAP имеет и верхнее ограничение – 110 точек. При построении сплайнов могут создаваться дополнительные контрольные точки (это делается для эллипса, параболы, гиперболы и т.п.).

В FEMAP сплайновые кривые начинаются и заканчиваются в заданных точках, но через заданные промежуточные точки могут *не проходить* (те будут использоваться как контрольные – см. рис.2.13-а) или *проходить* (при этом FEMAP использует эти точки для того, чтобы создать дополнительные контрольные точки, см. рис.2.13-б). Расстояние между контрольными точками влияет на искривление сплайновой кривой: при увеличении расстояния искривление уменьшается.

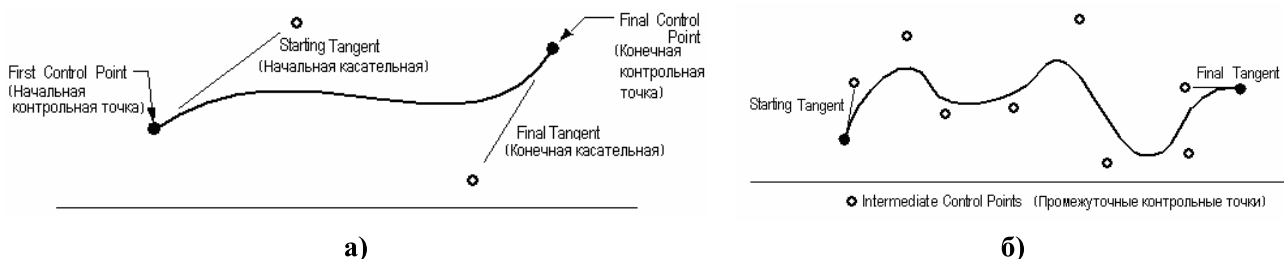


Рис.2.13. Сплайновые кривые: а) – через контрольные точки; б) – через точки

Подменю команды **Geometry→Curve-Spline** разделено на три секции: сплайны в **Workplane**, сплайны от аналитики (также в **Workplane**), и сплайны в трехмерном пространстве. Можно пользоваться мнемоническим меню „**Splines**” (см. табл.1.5).

Сплайновые кривые создаются (одинаковое для всех команд начало команд **Geometry→Curve-Spline→** опускаем):

- через контрольные точки: с последующим проектированием в **Workplane** (**Project Control Points...**); в трехмерном пространстве (**Control Points...**). Кривая не проходит через заданные промежуточные точки; а пары точек, расположенные на концах кривой, определяют *касательные* к кривой в конечных точках;

- через точки: с последующим проектированием в **Workplane** (**Project Points...**); в трехмерном пространстве (**Points...**). Кривая проходит через все заданные точки;

- в виде эллипса (**Ellipse...**): задаются координаты центра эллипса, потом – ориентацию большей оси эллипса, потом – размер большего (**Vector Radius**) и меньшего (**Other Radius**) его радиуса;
- в виде (точной) параболы (**Parabola...**): задаются координаты вершины (**Vertex**) кривой, потом – фокуса, потом – „специфической” точки близ конца кривой (см. рис.2.14-а);
- в виде (приближенной) гиперболы (**Hyperbola...**): задаются координаты вершины (**Vertex**) кривой, потом – направление вектора от вершины к фокусу (**Vector toward Focus**), потом – высоту вершины (**Vertex Height**) и угол асимптотической линии (**Asymptote Angle**), потом – „специфической” точки близ конца кривой (см. рис.2.14-б);
- заданием коэффициентов (кубические полиномы) для кривой, заданной через параметры (**Equation...**);
- касательной (концами) к двум векторам, начало и направление которых последовательно задается (**Tangents...**);
- такой, что соединяет концы двух линий (**Blend...**): выбираются две линии, причем одновременно указываются точки где-то возле этих концов;
- промежуточной (по положению) между двумя выбранными линиями (**Midspline...**);
- на указанном расстоянии от существующей *сплайновой* линии (**Offset...**), причем дополнительно задается точка, указывающая, с какой стороны от существующей сплайновой линии создавать новую. **Внимание:** если по ошибке расстояние указать таким, что не может реализоваться (слишком большим), то можно получить непредвиденное (т.е. ошибочное) очертание или положение новой кривой;
- как такие, что „округляют” углы замкнутого контура (**Multiple Curves...**).

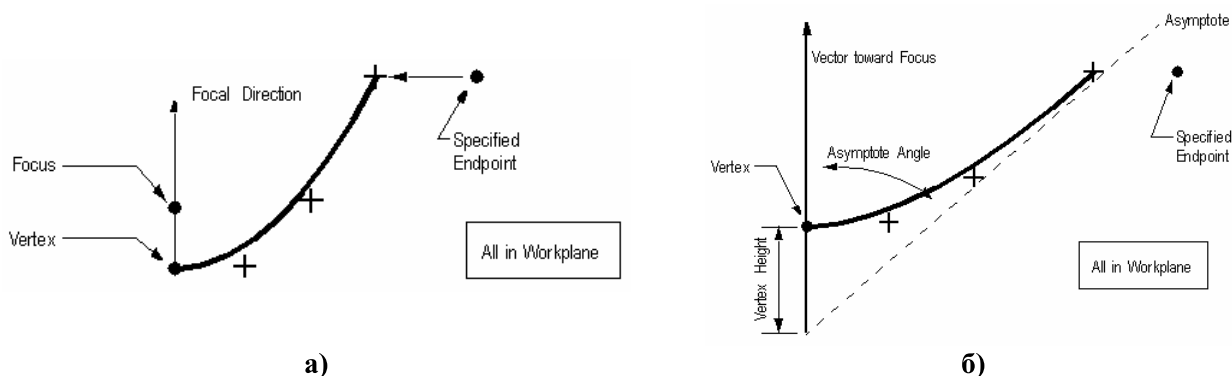


Рис.2.14. Сплайновые кривые в виде: а) – параболы; б) – гиперболы

При создании сплайновых линий кнопкой „**Parameters...**” можно вызвать панель „**Geometry Parameters**” (см. рис.2.12-б) и изменить на ней уровень (**Layer**), цвет изображения и порядок сплайна „**Spline Order**”.

Сплайновые линии можно помещать в разные уровни и группы (см. подраздел 1.7); можно проводить с ними другие общие операции модифицирования (см. п.2.2.6).

Сплайновые линии часто применяют для построения сложных поверхностей, например, крыла и фюзеляжа самолета, лопаток турбомашин, винтов, обводов автомобилей и др.

2.2.3.4 Построение линий на поверхности

Еще линии можно создавать как (одинаковое для всех команд начало команд **Geometry**→**Curve - From Surface**→ опускаем; см. мнемоническое меню „**Curves On Surfaces**” в табл.1.5):

- результат пересечения двух поверхностей (**Intersect...**): указываются две пересекающиеся поверхности;
- проекцию линии на поверхность (**Project...**): указывается поверхность, потом линия;
- проекцию на поверхность линии вдоль вектора (**Project Along Vector...**). **Внимание:** после выполнения этой и предыдущей (**Project...**) команды исходную линию нельзя редактировать;

- параметрическую линию на поверхности (**Parametric Curve...**). Указывается поверхность, потом выбирается метод, которым линия „привязывается” к поверхности, например: а) через существующую точку (**On Point**); б) на поверхности (**In Surface**) с одновременным редактированием параметра „Param Loc” (U или V); в) другой метод; потом задается, какой параметр (U или V) применяется;
- результат разрезания (**Slice...**): указывается поверхность или объем, потом – плоскость, что разрезает (**Specify Cutting Plane**);
- результат разрезания поверхности (**Split at Locations...**): выбирается поверхность и две точки на поверхности, меж которыми проводится линия рассечения поверхности;
- линии рассечения поверхностей линиями-окантовками ребер (**Offset Curve/Washer...**): от ребер одного круглого отверстия вокруг отверстия и в его глубине (вариант „Washer”, рис.2.15-а) или от ребер нескольких отверстий любых форм или поверхностей любых форм без отверстий (вариант „Offset Curve”, рис.2.15-б), причем построенная кривая будет иметь такое же или большее количество точек разрыва, что и опорное ребро;

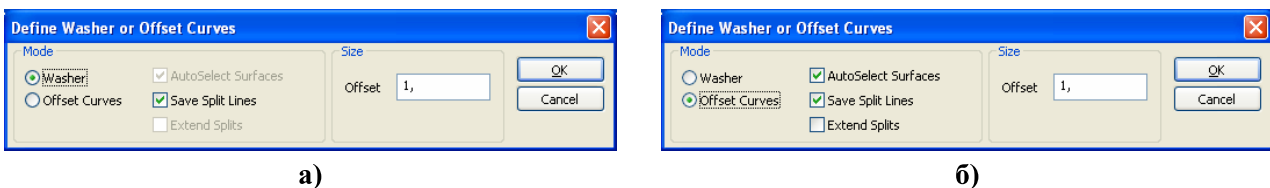



Рис.2.15. Диалоговые панели создания линий-окантовок вокруг отверстий

- окантовка кругового ребра на поверхности (**Pad...**), в соответствии с мнемоникой команды: . Указывается значение параметра „Pad Size Factor”, при необходимости – иницируется опция „Setup Mapped Meshing” (будет создаваться аналогичная конечно-элементная сетка, см. пп.3.3.1.3), выбирается способ ориентации: „Auto Align” (авто-направление), „Vector Align” (вдоль вектора) или „Tangent Align” (касательно к линии). Затем выбирается круговое ребро, (при необходимости – вектор направления или линия), затем – поверхность (**Surface to Split**). Значение параметра „Pad Size Factor” (не менее 0.5) соответствует отношению длины линии, отходящей от кругового ребра, к его радиусу. Если выбирается круговое ребро, не имеющее 180 или 360 градусов, то дополнительно будут появляться диалоговые панели для указания длины/ширины (**Pad/Width Length**) окантовки, центральной точки (**Pad Center**) и вектора выравнивания (**Pad Alignment Vector**). Выбранная поверхность разрезается на части в соответствии с нанесенными на нее линиями. **Внимание:** если операция проводится к ребру поверхности (не к отверстию), то она может завершиться успешно, но результат будет зависеть от геометрии ребра и поверхности, ориентации, значения параметра „Pad Size Factor”, т.е. может оказаться заранее непредсказуемым;

- (**Point to Point...**): прямая линия между выбранными с помощью появляющихся диалоговых панелей точками;
- (**Point to Edge...**): прямая линия от выбранной с помощью появляющихся диалоговых панелей точкой и ребром поверхности;
- (**Edge to Edge...**): прямые линии от выбранных с помощью появляющихся диалоговых панелей ребрами поверхностей (от выбранного первым ребра – кратчайшим путем ко второму ребру).

При работе с поверхностями целесообразно установить опцию **Geometry→Curve - From Surface→Update Surfaces**, чтобы их изображение после построения на них линий обновлялось автоматически. **Внимание:** для удаления созданных таким образом поверхностей (исходная поверхность разрезана на части) приходится использовать операции экспорта/импорта геометрии (а именно **Solid**), или операции **Explode/Stitch** (см. пп.2.2.5.2), причем последняя должна выполняться с установленной опцией **Cleanup Mergeable Curves**.

2.2.4 Построение поверхностей

В FEMAP есть три типа поверхностей:

- *конструкционные*. Создаются и редактируются группой команд из **Geometry→Boundary Surface**. В FEMAP учтено то, что довольно часто поверхностная КЭС создается (автоматически) более удачной (см. рис.2.16), если несколько геометрических поверхностей объединить в единую. Это потому, что создание поверхностной КЭС проводится от контура поверхности. Есть понятия „**Multi-surface boundaries**” („граничный контур нескольких поверхностей”, когда внутренние контуры – отброшены) и „**Underlying Surfaces**” („подложенные поверхности” – те, на основе которых строится поверхность с **Multi-surface boundaries**). Командой **From Curves...** поверхность создается на основе линий, описывающих замкнутый контур (в пп.2.2.6.3 описано, как преодолеть проблему совпадающих точек и линий, которая иногда при этом мешает; с помощью команды **Modify→Edit→Boundary...**

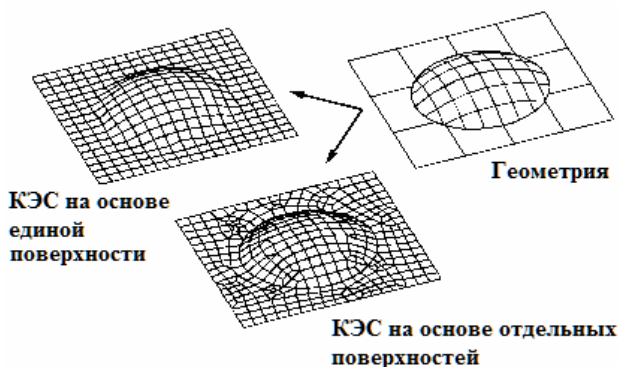


Рис.2.16. К применению поверхностей с **Multi-surface boundaries**

можно изменить набор линий в созданном ранее контуре поверхности); командой **From Surfaces on Solid...** – на основе выбранных поверхностей „твёрдого” тела (может появиться предупреждение: „**It appears that some holes may be outside of main. If they are, you will not be able to mesh this boundary**”, т.е. „Возможно, что некоторые отверстия могут быть за пределами главного контура. Если они будут, то Вы не будете в состоянии построить сетку в этом контуре”). Для поверхностей, созданных командой **From Surfaces on Solid...**, есть еще две команды: **Update Surfaces...**

– обновить информацию о поверхности соответственно текущему состоянию „подложенных поверхностей”; **Edit Surfaces...** – присоединить/отсоединить до/от Multi-поверхности те поверхности, что будут выбраны;

- *срединные* поверхности, создаваемые командами меню **Geometry→Midsurface...** как вспомогательные для двумерной конечно-элементной модели (см. пп.3.3.2.5);

- *обычные* (геометрической модели), которые могут создаваться разными методами командами меню **Geometry→Surface...**

Подробные данные, в частности изображение для каждого варианта построения поверхностей, можно получить в „**Help**” SPLMS.Fv10.2.0: команда **Help→Help Topics Ctrl+H**, вкладка **Femap→Contents**, раздел **Commands→3.Geometry→3.3. Creating Surfaces**.

Можно пользоваться командами меню, кнопками и командами мнемонического меню „**Surfaces**” (см. табл.1.5). Обычные поверхности в FEMAP можно создавать таким образом (одинаковое для всех команд начало команд **Geometry→Surface→** опускаем):

а) по углам (**Corners...**): указываются координаты трех или четырех углов поверхности, дается команда **Cancel**;

б) по кромкам (**Edge Curves...**): указываются три или четыре линии, создающие замкнутый контур;

в) по нескольким линиям (**Aligned Curves...**): указываются две или больше *не пересекающиеся* линии (прямые или кривые). Боковые кромки создаются автоматически;

г) по двум прямым или кривым линиям (**Ruled...**). Похожа на предыдущую;

д) по траектории перемещения выбранной линии (без изломов, кусочно-ломаной или замкнутой):

- 1) „выдавливанием” (**Extrude...**); поверхность создается в указанном вектором направлении на длину этого вектора;

- 2) ее вращением вокруг заданной оси на указанный угол (**Revolve...**). **Внимание:** линия, пересекающая заданную ось, новую поверхность создать не сможет;

3) вдоль прежде созданной линии без изломов (**Sweep...**): указываются линия, которая будет создавать поверхность, и линия направления. **Внимание:** если линия направления является сплайновой, то новая поверхность будет создана лишь тогда, когда эта траектория будет позволять описывать вокруг нее поверхность, т.е. характеристики линий должны быть согласованными. При применении геометрического ядра **0..Standard** созданная на сплайновой кривой поверхность будет ломаной, а **1..Parasolid** – с плавными переходами;

е) как плоская поверхность (**Plane...**): задается (выбранным методом) положение и ориентация плоскости в пространстве, потом – ее размер в двух направлениях;


ж) как боковая поверхность цилиндра или конуса (**Cylinder...**): задается вектор локализации „**Locate Vector**” (начало и конец вектора), потом – вектор направления к точке, из которой будет „начинаться” поверхность, потом – выбрать тип поверхности (цилиндр или конус) и указать внешние (**Outer**) радиусы при основе (**Bottom**) и вершине (**Top**) конуса (для цилиндра – только первую величину);

з) как полная сферическая поверхность (**Sphere...**). Задается вектор локализации „**Locate Vector**” (начало и конец вектора), потом – вектор направления к началу поверхности, потом – радиус (угол долготы (**Longitude Angles**) и угол широты (**Latitude Angles**) не активны);

и) на указанном расстоянии от выбранной поверхности (**Offset...**), причем то, с какой стороны от выбранной поверхности создавать новую, задается знаком при указании величины расстояния (плюс – в сторону „увеличения”). **Внимание:** если по ошибке расстояние указать таким, что не может реализоваться (слишком большим), то можно получить непредвиденное (т.е. ошибочное) очертание или положение новой поверхности.

Если поверхность будет создаваться на основе замкнутого контура, можно перед этим дать команду **Geometry→Sketch...** Появится панель „**Sketch**” (т.е. „эскиз”). Потом пользователем создается замкнутый контур и на панели „**Sketch**” нажимается кнопка „**Finish Sketch**” – создается поверхность.

Для поверхностей есть еще пять команд:

- **Offset...** (дистанция): с ее помощью создается копия поверхности на указанной дистанции от оригинальной. Для смены метода выбора дистанции присутствует кнопка ;

- **Geometry→Surface→Convert...**: выбранные поверхности преобразуются из представления **Standard**, которое есть в FEMAP, в **Parasolid**;

- **Geometry→Surface→Remove Hole...**: удаляет отверстия (из „твердого” тела или из поверхностей, имеющих свойство „твердого” тела), удаляя старые и создавая новые поверхности без отверстий (хотя бы одну линию из линий, создающих *замкнутый* контур отверстия (любого геометрического очертания) необходимо дополнительно указать в стандартном диалоге выбора линий);

- **NonManifold Add...**: проводит булево сложение поверхностей с твердыми телами (Solid) и оболочками (Shell). Может быть полезна при создании сложных конечно-элементных моделей;

- **Recover Manifold Geometry...**: антипод предыдущей команды.

Еще поверхности можно помещать в разные уровни и группы (см. подраздел 1.7), проводить с ними другие общие операции модифицирования (см. п.2.2.6).

Еще есть команда **Geometry→Solid→Intersect...**, которая позволяет создавать поверхности сечения выбранных „твердых” тел (см. пп.2.2.5.2).

Поверхности применяют как основу для описания поверхности объема (**Volume**) или „твердого” тела (**Solid**), а также для создания двумерной или трехмерной (для трехмерной – на первом этапе, т.е. во вспомогательных целях) конечно-элементной сетки (КЭС). Также их можно использовать как вспомогательные объекты, например, для построения линии как линии пересечения поверхностей, для построения точки как результат проектирования на поверхность другой точки и т.п.

2.2.5 Построение объемов и „твердых” тел

2.2.5.1 Построение объемов

Внимание: объемы (**Volume**) могут иметь не более 8 углов и не более 6 поверхностей, а также не могут иметь пустот. Это значительно снижает значение этого (**Volume**) представление геометрии тел, поэтому обычно оно применяется для последующего построения конечно-элементной сетки. На вкладке „**Geometry/Model**” (команда **File**→**Preferences**→) нужно иметь вариант **0..Standard**. Подробные данные, в частности изображения для каждого варианта построения объемов, можно получить в „**Help**” SPLMS.Fv10.2.0: команда **Help**→**Help Topics Ctrl+H**, вкладка **Contents**, раздел **Femap**→**Commands**→**3.Geometry**→ **3.4. Creating Solids/Volumes**→**3.4. 1.Volumes**.

Можно пользоваться лишь командами меню. Объемы в FEMAP можно создавать таким образом (одинаковое для всех команд начало команд **Geometry**→**Volume**→ опускаем):

- по точкам в углах (**Corners...**): указываются координаты от 4-х до 8-ми точек в порядке, указанном на рис.2.17. Если введенные данные не противоречивы, то объем создается;

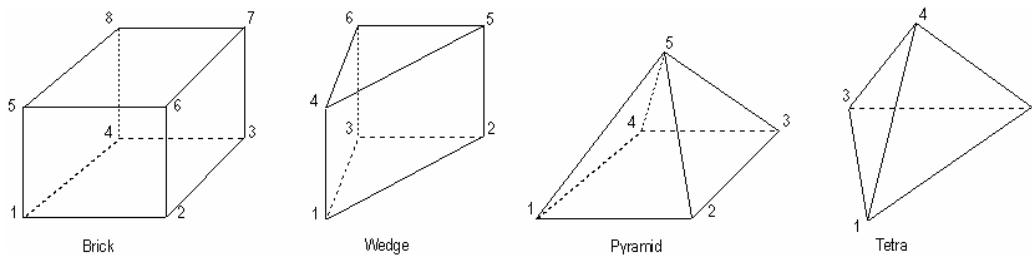


Рис.2.17. Порядок нумерации углов объемных фигур (рисунок из Help)

- поверхностями (**Surfaces...**): указывается тип фигуры (**Brick, Wedge, Pyramid** или **Tetra**, см. рис.2.17); как боковые (**Sides**), нижняя (**Bottom**) и верхняя (**Top**) выбираются ранее созданные поверхности, которые описывают замкнутое пространство. **Внимание:** нельзя применять конструкционные (граничные) поверхности (см. п.2.2.4), и созданные командой **Geometry**→**Surface**→**Aligned Curves...**, т.е. по нескольким линиям;

- между двух поверхностей или между поверхностью и точкой (**Between...**): выбираются ранее созданные поверхности одинакового типа (треугольные, четырехугольные: **2 Surface**) или поверхность и точка (**Surface and Point**);

- выдавливанием (**Extrude...**): выбирается поверхность или несколько поверхностей, потом указывается вектором направление, причем длина этого вектора является высотой полученной фигуры или полученных фигур;

- вращением (**Revolve...**): выбирается поверхность или несколько поверхностей, потом указывается ось вращения, потом – угол вращения;

- как цилиндр, конус или труба (**Cylinder...**): задается вектор локализации **Locate Vector** (начало и конец вектора), потом – вектор направления к точке, из которой будет „начинаться” внешняя поверхность, потом – выбрать тип поверхности (цилиндр, конус или труба), указать внешние (**Outer**) радиусы при основе (**Bottom Outer**) и вершине (**Top Outer**) конуса (для цилиндра – только первую величину, для трубы дополнительно – внутренние (**Bottom Inner** и **Top Inner**) размеры), указать угол разворота (360 – полный угол);

- как сфера (**Sphere...**): задается вектор локализации **Locate Vector** (начало и конец вектора), потом – вектор направления к точке, из которой будет „начинаться” внешняя поверхность, потом – радиус, начальные и конечные значения углов долготы (**Longitude Angles**) и широты (**Latitude Angles**).

Объемы можно помещать в разные уровни и группы (см. подраздел 1.7), выполнять над ними другие общие операции модифицирования (см. п.2.2.6).

2.2.5.2 Построение „твердых” тел

Внимание: на динамической панели команд, вызываемой командами **Geometry**→**Solid**→..., есть переключатель „**Add/Remove Material**”, который устанавливает в командах

(что расположены на панели ниже) значение „Add” (есть „флажок”) или „Remove” (нет „флажка”) по умолчанию (которое, при желании, всегда можно изменить). Это бывает удобно, когда выполняются в основном операции сложения или, наоборот, операции удаления.

Подробные данные, в частности изображения для каждого варианта построения „твердых” тел, можно получить в „Help” SPLMS.Fv10.2.0: команда **Help**→**Help Topics Ctrl+H**, вкладка **Contents**, раздел **Femap**→**Commands**→**3.Geometry**→**3.4. Creating Solids/Volumes**→**3.4.2. Solids**.

Можно пользоваться командами меню, кнопками и командами мнемонического меню „Solids” (см. табл.1.5). „Твердые” тела в FEMAP можно создавать таким образом (одинаковое для всех команд начало команд **Geometry**→**Solid**→ опускаем):

- выдавливанием (**Extrude...**). Появляется диалоговая панель „**Extrusion Options**” (см. рис.2.18-а). На ней выбирается поверхность (кнопкой **Surface**); всегда автоматически выбирается та поверхность, которая выбиралась последней). В секции „**Material**” указывается, что делать с материалом „твердого” тела: это будет новое тело (**New Solid**) или он будет добавлен к существующему (**Add – Protrusion**) или наоборот – это будет удаление материала (**Remove – Hole**). В секции „**Direction**” указывается направление (на рабочем поле появляется изображение вектора): положительное, отрицательное или в обе стороны (**Both Directions**). В секции „**Length**” указывается длина выдавливания. Если выдавливание – в направлении нормали к поверхности, то достаточно в окне „**To Depth**” указать значение. Если – „под наклоном”, то сначала необходимо указать направление (кнопка „**Along Vector**”). Также можно в секции „**Length**” выбрать „**To Location**” и дать команду „**OK**”: появляется диалог, в котором вводится направление и длина выдавливания в терминах описания вектора. Опцию „**Try All**” (через все тело) устанавливают, когда в теле необходимо создать сквозное отверстие. С помощью кнопки и диалога „**Patterns**” (см. рис.2.18-б) можно на основе *одной* поверхности одновременно создать несколько „твердых” тел (или отверстий), расположенных рядами (**Rectangular**, см. рис.2.18-в): указывается количество в каждом направлении (**Number**) и расстояние между ними (**Spacing**); или расположенных на окружности (**Radial**, см. рис.2.18-г) с центром (**Center**) и через угол, который равен результату деления общего угла (**Total Angle**) на количество (**Number**) таких элементов;

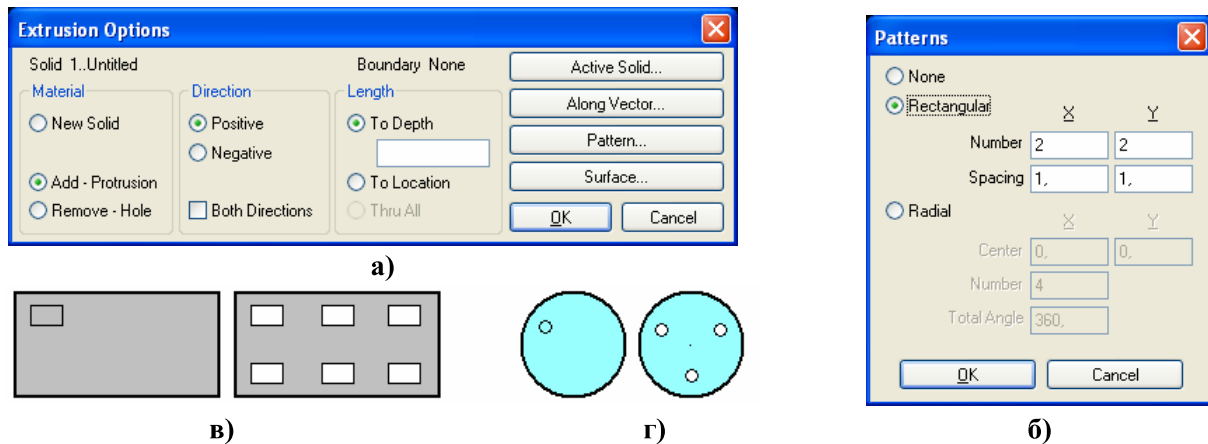


Рис.2.18. Диалоговые панели: а) – для выдавливания „твердого” тела; б) – шаблоны; и результаты действия шаблона: в) – Rectangular; г) – Radial

- вращением выбранной поверхности (**Revolve...**): сначала указывается ось вращения, потом появляется диалоговая панель „**Revolve Options**”, почти тождественная панели „**Extrusion Options**”, только в секции „**Length**” вместо „**To Depth**” и „**Try All**” указываются углы поворота „**Angle**” и „**Full 360**” соответственно. С помощью кнопки „**Revolve Axis**” (вместо кнопки „**Along Vector**”) можно изменить значение для уже указанной оси вращения;

- как один из примитивов (**Primitives...**) – см. рис.2.19-а: параллелепипед (**Block-Center** или **Block-Corner**), цилиндр (**Cylinder**), конус (**Cone**) и сфера (**Sphere** (рис.2.19-б, вверху) или **Sphere Alt** (рис.2.19-б, внизу)). Здесь новому материалу можно назначить имя (**Title**). В секции

„**Material**” есть дополнительная возможность: радиокнопка „**Common**” укажет на создание нового тела, которое будет содержать лишь *общую* часть того примитива, который задается, и существующего активного тела (общую часть пересечения). Тело создается в направлении нормали от рабочей плоскости; нормаль начинается из точки, указанной в секции „**Origin**”, причем в варианте „**Block-Center**” это координаты центра, а „**Block-Corner**” – угла параллелепипеда. **Внимание:** для конуса нулевой может быть лишь величина „**Top Radius**” (см. рис.2.19-а);

- как результат „сшивания” нескольких поверхностей, которые создают замкнутое пространство (**Stitch...**): выбираются поверхности, задается допускаемая величина зазора между поверхностями (может быть ликвидированной). **Внимание:** излишки (с выбранных) поверхностей будут удалены. Если установить опцию „**Cleanup Mergeable Curves**”, то в процессе сшивания будут удалены все избыточные линии.

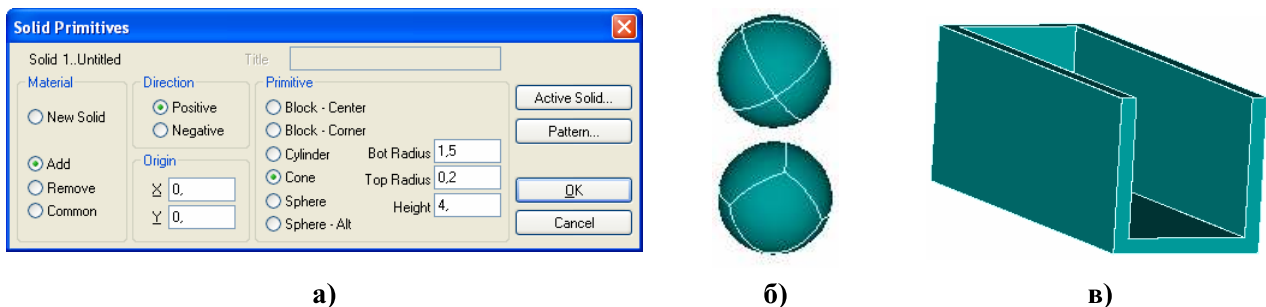


Рис.2.19. Диалоговая панель создания примитивов (а); два варианта сферы (б); результат превращения параллелепипеда в оболочку командой **Shell...** (в)

Если операция закончилась неудачно с сообщением в Messages „**Unable to stitch surfaces together. Verify that selected surfaces are continuous**”, т.е. „Сшить поверхности вместе невозможно. Проверьте, что выбранные поверхности – непрерывны”, а в процессе сшивания участвовала поверхность, созданная командой **Geometry**→**Boundary Surface**→**From Curves...**, то вполне возможно, что дефектна такая поверхность. Для проверки ее качества можно попробовать выдавить из нее Solid (**Geometry**→**Solid**→**Extrude...**).

Кроме указанных действий есть действия, связанные с модификацией существующих „твердых” тел:

- уничтожение „твердого” тела с сохранением поверхностей, которые содержали это пространство (**Explode...**);
- округление выбранных кромок указанным радиусом (**Fillet...**);
- создание фасок указанным размером на выбранных кромках (**Chamfer...**);
- преобразование тела в оболочку указанной толщины (**Shell...**): выбирается тело, одна или несколько поверхностей для преобразования, потом указывается толщина стенки оболочки. Те поверхности, что не выбраны, остаются без перемен, а те, что выбраны – преобразуются (см. рис.2.19-в);

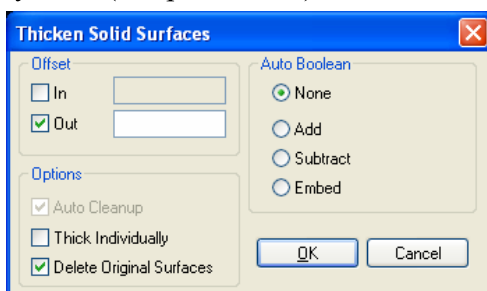


Рис.2.20. Диалоговая панель утолщения/утончения

- утолщение/утончение (**Thicken...**): выбираются поверхности, появляется панель „**Thicken Solid Surfaces**” (см. рис.2.20). На ней в секции „**Offset**” выбираются варианты „**In**” (в направлении тела) и/или „**Out**” (во внешнем направлении) и указываются соответствующие значения изменений (в каждой точке – по нормали к поверхности). В секции „**Options**” можно установить опции „**Auto Cleanup**” (автоматическое очищение), „**Thick Individually**” (индивидуальное утолщение) и „**Delete Original Surfaces**” (удалить оригинальные поверхности). В секции „**Auto Boolean**” указывается логическая операция: „**None**” (нет), „**Add**” (прибавить), „**Subtract**” (вычитание)

„**Embed**” (включение). Эта операция может применяться для изменений толщины стенок, увеличения („**Subtract**”) или уменьшения („**Add**”) диаметров отверстий, сферы, других.

- удаление поверхностей (**Remove Face...**): отверстий, углублений, округлений, фасок и т.п. объектов.

Также есть несколько команд *логических* операций с телами:

- сложение или объединение нескольких „твердых” тел (**Add...**): создается новое „твердое” тело; те, что вошли в новое тело – уничтожаются. Если указанные тела не пересекаются, то объединение не возникает. В диалоге „**Activate Solid**”, что вызывается командой **Geometry**→**Solid**→**Activate...**, новое тело будет иметь неопределенное название „**Untitled**”, которую можно изменить на другое;

- удаление общего для выбранных тел материала (**Remove...**): указывается базовое тело (его имя будет предоставлено новому) и еще одно или несколько;

- умножение (**Common...**), т.е. выделение *общего* для выбранных тел материала: указывается базовое тело и еще одно или несколько; не общие части выбранных тел исчезают;

- врезание (**Embed...**): подобно **Common...**, но не общая часть *первого* выбранного тела не исчезает, а новое тело имеет неопределенное название „**Untitled**”, которое можно изменить;

- пересечение (**Intersect...**): совпадающие поверхности (разных тел) будут отделены в новые поверхности, на которых узлы (при создании в будущем КЭС) будут иметь *согласованное* положение. Это будут разные узлы, а тела не будут в них связаны; для их связывания необходимо применить инструменты команды **Tools**→**Check**→**Coincident Nodes...** (аналогично описанному в пп.2.2.6.3 для точек).

Внимание: если результат логической операции – частичное разрушение тел с торчащей из тел линией (линиями), заканчивающейся точкой, то другим концом эта линия указывает на проблемную зону, а причину, скорее всего, является весьма незначительная внешняя, но такая нестыковка точек, линий или поверхностей, когда их объединение принципиально невозможно. Допуск выбирается автоматически самой программой FEMAP, или устанавливается предварительно пользователем на диалоговой панели „**Model Parameters**”, вызываемой командой **Tools**→**Parameters...**, в секции „**Merge Tolerance**” или на панели, появляющейся после команды на выполнение логической операции. После неудачи рекомендуется провести „откат” и редактирование проблемной зоны.

К логическим операциям можно также отнести несколько операций рассечения тел на части:

а) разрезание плоскостью (**Slice...**): выбирается тело (или тела) и назначается положение рассекающей плоскости. На поверхностях тела (тел) появляются новые ребра (в виде линий);

б) разрезание плоскостью „с соответствием” (**Slice Match...**): аналогично предыдущей операции, но потом при *одновременном* создании конечно-элементной сетки узлы на соответствующих поверхностях рассечения будут иметь *согласованное* положение (дополнительную информацию см. для команды **Intersect...**);

в) разрезание вдоль грани (**Slice Along Face...**): аналогично предыдущей операции, только выбирается (если она есть) грань (плоскость или криволинейная поверхность), вдоль которой будет разрезано тело на части;

г) врезание грани (**Embed Face...**): создание нового тела за счет „материала” существующего, путем врезания (вдавливания) у него выбранной грани тела. Сначала выбирается грань, которая будет врезаться, потом в левом столбце опций на появившейся диалоговой панели „**Solid Embed Face**” (см. рис.2.21-а) выбирается один из вариантов:

- 1) „**Automatic**” (автоматически): в направлении нормали к грани, насквозь (через все тело);
- 2) „**Specify Direction**” (в указанном направлении): дополнительно необходимо задать направление и расстояние (вектором);

3) „Specify Offset” (на указанное расстояние): в направлении *нормали* к грани, на указанное расстояние, причем геометрия не плоской грани при врезании преобразуется подобно исходной геометрии;

Будет реализовываться один из двух (выбранный из правого столбца) вариантов:

- ♦ „Outline Only” (только контур): врезается *краеугольный* замкнутый контур выбранной грани;
- ♦ „All Curves” (все кривые): врезается выбранная грань, причем все отверстия, которые на ней расположены, будут создавать соответствующие отверстия в новом теле (см. рис.2.21-б).

Напомним, что в FEMAP есть еще команда **Geometry→Solid→Intersect...**, которая позволяет создавать поверхности пересечения выбранных „твердых” тел.

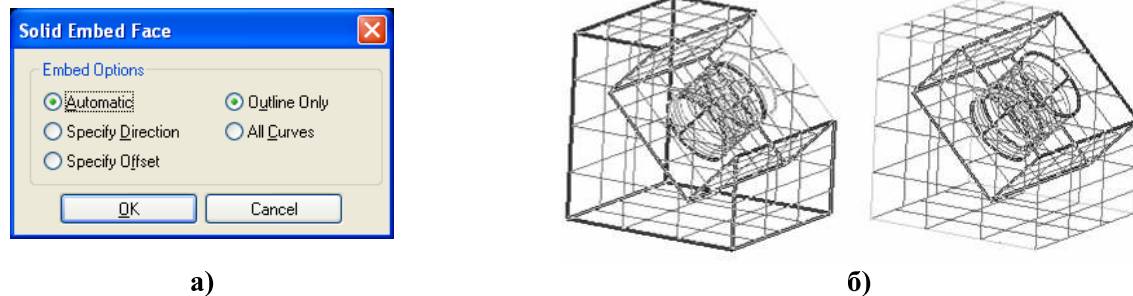


Рис.2.21. Диалоговая панель **Solid Embed Face** (а) и пример врезания грани с неглубоким круглым углублением (б): создано два тела, второе – со сквозным отверстием

С помощью команды **Modify→Update Other→Solid Facetting...** можно изменить параметры отображения твердого тела в Femap. После выбора тела появится диалоговая панель, на которой (см. рис.2.22) указываются критерии построения изображения: „**Angle Error**”, „**Chord Error**” – меры углов и длины для объектов, „**Curve Factor**” – порядок аппроксимации кривых (панель появляется со значениями по умолчанию). Опции секции „**Cross Hatching**” позволяют переопределять число штриховки на каждой поверхности тела, изображенного в режиме **Wireframe**.

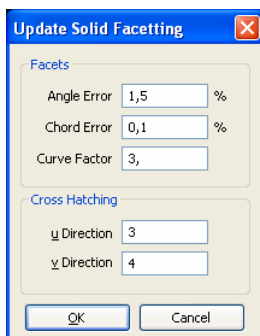


Рис.2.22. Диалоговая панель отображения **Solid**

В процессе работы с *несколькими* „твердыми” телами для выбора нужного тела его необходимо „активизировать”: командой **Geometry→Solid→Activate...** вызывается диалоговая панель „**Activate Solid**”, на которой можно выбрать необходимое тело, а также изменить его название.

Еще „твердые” тела можно помещать в разные уровни и группы (см. подраздел 1.7), проводить с ними другие общие операции модифицирования (см. п.2.2.6).

2.2.5.3 Очищение „твердых” тел

Последняя операция, которую целесообразно проводить с созданными „твердыми” телами всегда – „очистка” от „остатков” после логических операций и операций преобразования при импортировании (вспомогательных точек, обрезков линий, поверхностей и т.п.).

Командой **Geometry→Solid→Cleanup...** вызывается панель „**Select Solid(s) for Cleanup**”, выбираются объекты для „очистки”. Появляется панель „**Solid Cleanup**” (см. рис.2.23-а), на которой можно установить опции „**Remove Redundant Geometry**” (удалить избыточные объекты. **Внимание:** дополнительные линии, созданные при выполнении операций **matching** (с соответствием), будут удалены), „**Remove Sliver Surface**” (удалить обрывки поверхностей: только для геометрического ядра **Parasolid**), „**Check Geometry**” (контроль геометрии на ее соответствие понятию „твердого” тела) и „**Match Model Scale Factor**” (при наличии нескольких разных масштабных факторов для „твердых” тел установится единый). Для дополнительной настройки процесса очищения кнопкой „**Advanced**” вызывается панель „**Solid Cleanup Operations and Tolerance**” (см. рис.2.23-б), на которой есть несколько секций.

В секции „Cleaning” есть опции: „Repair Edges” (точность на „ремонт краев” для удаления разрывов), „Smooth or Split Discontinuities” (восстановить гладкость, с точностью ... градусов), „Remove Surface Self Intersections” (удалить пересечение поверхности с собой), „Allow Surface Modifications” (разрешить проведение модификаций поверхностей). В секции „Small Feature” задаются точность для удаления (**Remove ...**): „Spikes” (шипов, т.е. игловидных образований), „Small Edges” (малых ребер), „Small Faces” (малых поверхностей), „Sliver Faces” (кусков поверхностей). В секции „Geometry Simplification” (варианты упрощения) опция „Convert to Analytic Geometry” указывает, что при упрощении в описании объектов (линий, поверхностей) оригинальная геометрия В-сплайна должна отвечать аналитическому представлению в пределах указанной точности. В секции „Edge Heal” (лечение ребер) опция „Recalculate Edge Geometry” указывает на точность повторного вычисления геометрии ребра; опция „Merge Edges” указывает на необходимость проведения слияния ребер. В секции „Surface Heal and Stitch” („заживление” и сшивание поверхностей) есть опции: „Heal Surface” (точность „заживления” поверхностей), „Smooth or Split Discontinuities” (восстановить гладкость, с точностью ... градусов), „Replace Missing Geometry” (замена поверхностей, которых не хватает).

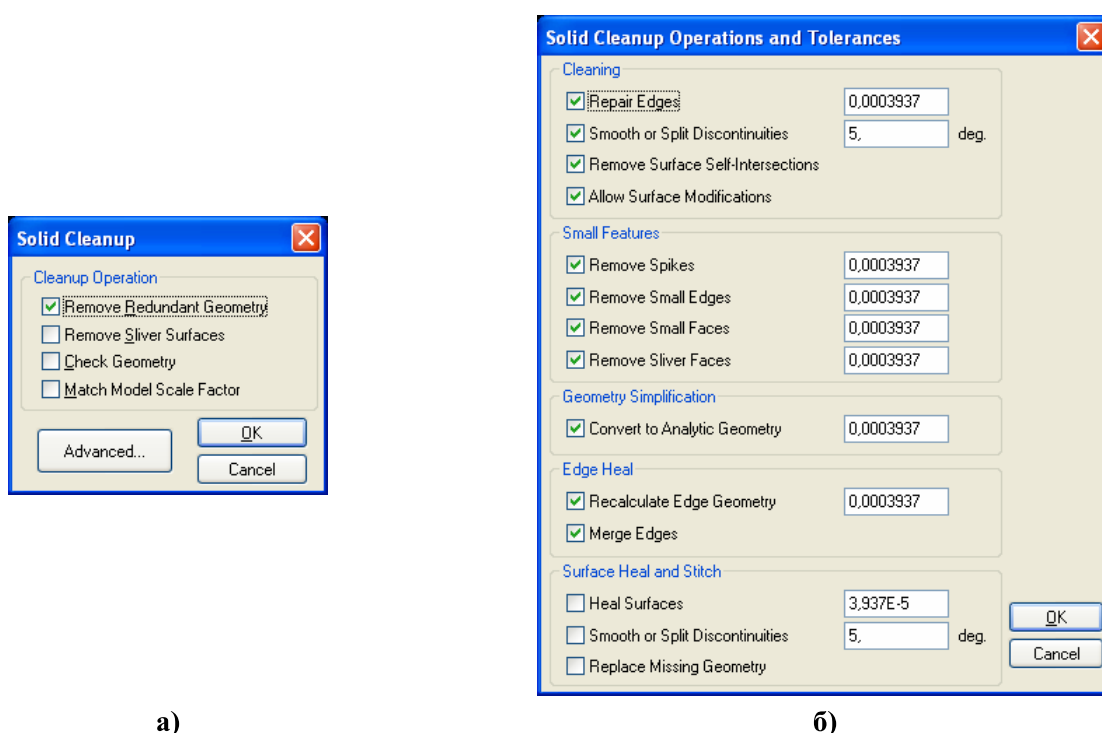


Рис.2.23. Диалоговые панели проверки „твердого” тела

Дополнительно укажем, что при „ремонте” FEMAP сначала проводит операцию разъединения, а потом – соединения (воспроизведения). Поэтому не всегда такой „ремонт” приводит к ожидаемым результатам.

2.2.6 Общие операции с элементами геометрической модели

Одна из общих операций с элементами геометрической модели – создание групп. Эти инструменты рассмотрены в п.1.7.2. Есть и другие.

2.2.6.1 Операции копирования

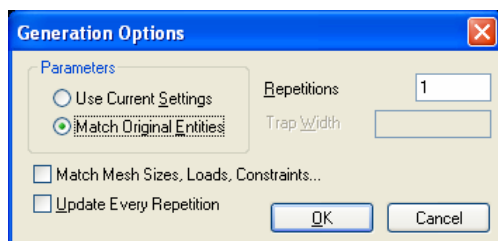
Для всех типов геометрических объектов (точек, линий, поверхностей, объемов и „твердых” тел) можно делать операции копирования (одинаковую часть команды **Geometry** → опускаем):

- обычного копирования (**Copy...**): выбирается объект, появляется диалоговая панель „**Generation Options**” (см. рис.2.24-а). В секции „**Parameters**” выбирается одна из радиокнопок „**Use Current Settings**” (применить текущие установки) или „**Match Original Entities**” (отвечать оригинальным объектам) и указывается количество копий „**Repetitions**”. Опция

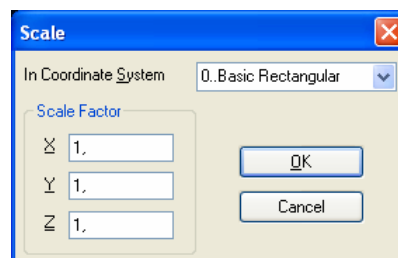
„**Match Mesh Sizes, Loads, Constraints...**” позволяет переносить разметку и граничные условия с оригинальных объектов на вновь созданные. Если активизировать опцию „**Update Every Repetition**”, то для каждого экземпляра копии будет необходимо указывать (вектором) ее положение, если нет – все копии будут созданы в одинаковом направлении на указанном расстоянии одна от одной;

- радиальное копирование (**Radial Copy...**, кроме **Solid**): все почти аналогично **Copy...**, но смещение проходит на расстояние **Length** вдоль радиуса, что проходит через указанный центр копирования и текущую точку выбранного объекта (см. рис.2.25-а);

- копирование с одновременным масштабированием (**Scale...**): выбирается объект, указывается количество копий и координаты центра масштабирования, потом – масштабные коэффициенты для трех координат (см. рис.2.24-б);



а)



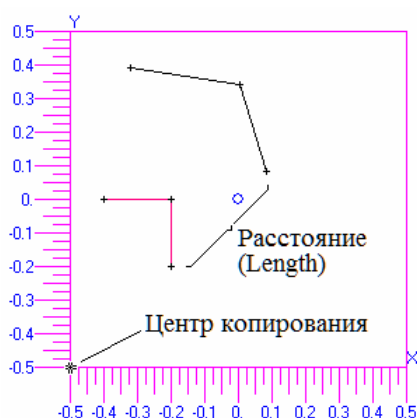
б)

Рис.2.24. Диалоговые панели установления:

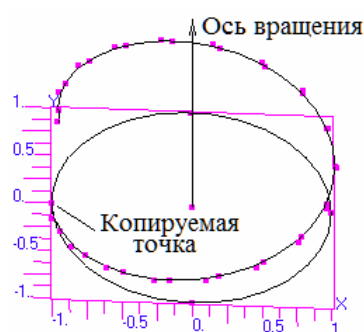
а) – количества копий и других опций копирования; б) – коэффициентов масштабирования

- копирование с одновременным вращением (**Rotate...**): выбирается объект, указывается количество копий и положение оси вращения, потом – угол вращения и шаг смещения при копировании. На рис.2.25-б точка копировалась 19 раз вокруг вертикальной оси с углом вращения 18 градусов и шагом смещения 0.05; потом через точки проведена сплайновая линия (на рисунке видны автоматически созданные опорные точки сплайна). Результат – полный оборот винтовой линии с шагом 1.0.

- копирование (только одна копия) с зеркальным отражением (**Reflect...**): выбираются объекты, на панели „**Generation Options**” указывается значение „**Trap Width**” – фильтр расстояния (на рис.2.24-а этот параметр не является активным) и положение плоскости отражения. Все объекты, что расположены близко к плоскости отражения, копироваться не будут.



а)



б)

Рис.2.25. Примеры копирования: а) – радиального (линий); б) – точки с обращением и смещением, с последующим созданием сплайновой линии

2.2.6.2 Операции модификации

Значительную часть этих операций рассмотрено в п.2.2.2 о создании точек: **Modify**→ **Move By...**, **Rotate To...**, **Rotate By...**, **Align...**, **Scale...** и т.п. Их применение к другим объектам, не только геометрическим, аналогичное.

Не были рассмотрены такие общие операции модификации элементов геометрической модели:

а) перемещение в указанную точку начала введенной прежде координатной системы (**Modify→Move To→Coord Sys...**). В отличие от перемещения точки есть возможность установить дополнительную опцию „**Move CSys, Nodes and Points which Reference modified CSys**” (Переместить системы координат, узлы и точки, что ссылаются на систему координат, которая модифицируется). Если ее выбрать, то вместе с координатной системой будут перемещены и все объекты, построенные в этой системе. Также есть возможность указать, какие координаты (X, Y или Z) обновить (см. рис.2.26);

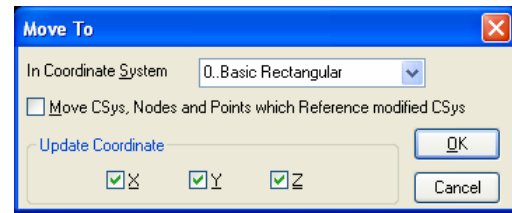


Рис.2.26. Задание условий перемещения координатной системы


- б) цвета изображения (**Modify→Color...**): выбираются объекты, устанавливается цвет;
- в) других вариантов обновления (**Modify→Update Other...**). Есть несколько вариантов:
- 1) система координат для точки (**Point Definition CSys...**): точки относятся к выбранной системе координат (обычно используют как подготовительное действие перед операциями перемещения, вращения и т.п.);
 - 2) порядок сплайна (**BSpline Order...**): выбирается сплайновая кривая и изменяется порядок сплайна (от 2 до 10, но не больше количества точек, через которые проведена кривая);
 - 3) узлы сплайна (**BSpline Knots ...**): для выбранной сплайновой кривой прибавляются контрольные точки (**Control Points**), что изменяет аппроксимацию;
 - 4) изменение направления кривой (**Reverse Curve...**), когда это имеет значение. Не применяется для кромок поверхностей и ребер „твердых” тел;
 - 5) назначить кривые такими, что не будут исчезать при проведении таких операций, как булевы, очищение, сшивание (**Nonmergeable Curve...**);
 - 6) границу (поместить) на поверхность (**Boundary On Surface...**). Команда задается как заключительная, когда на *обычной* криволинейной поверхности с помощью замкнутого контура создана *границная* поверхность (командой **Geometry→Boundary Surface**). Дефект неточного соответствия двух поверхностей может оказаться после создания на поверхности конечно-элементной сетки;
 - 7) изменение направления нормали к „твердой” (Solid) поверхности (**Surface Normal...**);
 - 8) привязка системы координат (**CSys Definition CSys...**): почти аналогичная команде **Point Definition CSys...**, но вместо точки указывается система координат.

2.2.6.3 Операции контроля качества геометрии

Довольно часто при создании геометрических элементов появляются совпадающие точки и линии (точки – чаще). Иногда это явление – отрицательное, например, нельзя создать конструкционную поверхность (командой **Geometry→Boundary Surface...**), если внешне замкнутый контур фактически является разорванным, поскольку линии опираются на совпадающие точки, или выбрано одну (не ту что нужно) из совпадающих линий. Иногда это явление – положительное, например, при подготовке геометрии к решению контактной краевой задачи, когда точки с одинаковыми координатами создают контактные пары и принадлежат разным контактирующим телам.

Команды вызова инструментов для выявления совпадающих линий и точек и дальнейшей работы с ними такие: **Tools→Check→Coincident Points...** и **Tools→Check→Coincident Curves...**. Поскольку действия для выявления совпадающих линий и точек – одинаковые, то рассмотрим их на примере точек.

С помощью стандартной диалоговой панели для выбора точек создается их список (все точки из прямоугольной области рабочей зоны можно выбрать с помощью нажатых клавиши

„Shift” и левой кнопки „мыши”). После команды „OK” появляется диалоговая панель „Check/Merge Coincident” (см. рис.2.27), где можно: назначить допуск на поиск совпадающих точек „Tolerance” (с клавиатуры или с помощью инструмента для измерения расстояния, вызываемого кнопкой , в списке „Action” назначить действие: объединить (**Merge**), объединить и вывести отчет (**Merge and List**) или только вывести отчет (**List**); в списке „Keep ID” выбрать принцип назначения номера объединенному (сохраненному) объекту: как получится (**Automatic**), оставить самый меньший (**Lower ID**) или больший (**Higher ID**) номер, позволить пользователю сформировать еще один список (**Select Point(s) to Keep**). Последнее сработает после команды „OK”. Еще на панели есть кнопка предварительного просмотра и три опции: „Make Groups” (Создать группы для сохранения результатов), „Safe Merge” (безопасное слияние, т.е. не разрушающее модель) и „Merge Across Connections” (слияние через связи, если таковые имеются).

Список совпадающих точек, а также указание на количество объединенных точек появляется на информационной панели „Messages”, будет иметь приблизительно такой вид (в скобках – расстояние между точками):

Coincident Point List

Point	7	Coincident with Point	15	(3.4986E-2)	Not Merged, Point 15
Point	9	Coincident with Point	8	(0.)	

2 Point(s) Merges

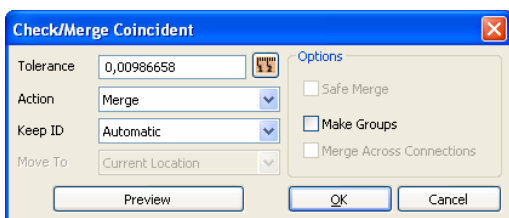


Рис.2.27. Диалоговая панель назначения опций для работы с точками

Если все совпадающие точки необходимо объединить, то достаточно установить опцию „Merge”. Если нет, то целесообразно сначала просмотреть список совпадающих точек, потом делать необходимые объединения. Выбирать точки для объединения можно, выбирая в диалоге назначения точек для объединения группу для объединения (со списка **Group**).

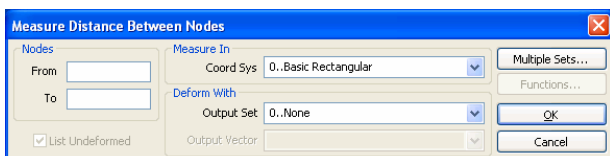
Если проведенное объединение не удовлетворяет, нужно возвратиться к предыдущему состоянию и изменить назначения в действиях: выбрать другую группу узлов, назначить другой допуск на поиск совпадающих точек и т.п.

2.2.6.4 Операции измерения

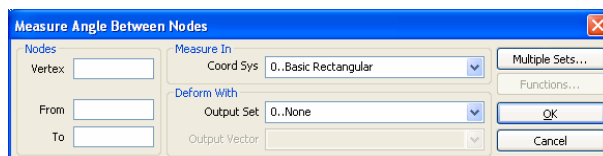
В FEMAP есть инструменты измерения (**Measure**) расстояния, углов между выбранными объектами, длины, площадей, объемов, масс, моментов инерции и других параметров геометрических объектов (а также объектов конечно-элементной модели).

Из группы команд **Tools**→**Measure** ► командой **Distance...** (расстояние) вызывается стандартная диалоговая панель выбора объектов, где с помощью кнопки „Method...” устанавливается тип объектов, после чего последовательно выбираются два объекта. Результат появляется на информационной панели: прямое расстояние и его разложение на глобальные оси. Аналогичные действия – при измерении угла (команда **Angle...**), причем первую точку нужно выбирать в вершине угла.

Если выбрать команды **Distance Between Nodes...** (расстояние меж узлами) или **Angle Between Nodes...** (угол меж узлами), вызывается соответствующая диалоговая панель (см. рис.2.28). Результаты измерений появляются на информационной панели „Messages”.



а)



б)

Рис.2.28. Диалоговые панели замера: а) – расстояний между узлами; б) – углов между узлами

Есть еще две команды, вызываемые командой **Tools**→**Measure**► :

- **Curve Length...** (длина линии);

- **Surface Area...** (площадь поверхности).

В меню **Tools** есть еще две группы команд, которые вызываются командами:

- **Tools→Mass Properties ►** (массовые характеристики): **Solid Properties...** (свойства „твердого” тела: объем, площадь поверхностей, координаты центра масс, осевые моменты инерции; потребуется ввести значение удельной плотности материала); **Mesh Properties...** (разнообразные свойства конечных элементов);

- **Tools→Section Properties ►** (свойства выбранных сечений относительно указанного вектора): **Surface Properties...** (геометрических поверхностей); **Mesh Properties...** (конечных элементов).

Отчеты появляются на информационной панели „**Messages**”.

Раздел 3

СОЗДАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ТЕЛА

Конечно-элементная модель тела может создаваться автоматически (на основе созданной геометрической модели) или в диалоговом режиме (без геометрической модели) или комбинацией этих вариантов. Еще ее можно получить из других источников. В этом случае нужно начать новый проект (**File**→**New**), дать команду **File**→**Import**→**Analysis Model...**, выбрать название программы, которая создала модель, указать (при необходимости) вариант версии формата, выбрать файл в файловой системе; или дать команду **File**→**Import**→**FEMAP Neutral...**, найти файл модели с расширением имени **.neu** или **.fno**.

Каждому конечному элементу при создании необходимо назначить некоторые свойства: тип КЭ, геометрические характеристики, порядок аппроксимации в КЭ, материал, из которого он создан и т.п. Последняя характеристика (материал) может выбираться из базы данных (заранее созданных), может иметь свойства, зависящие от некоторых параметров. Такие зависимости формулируются с помощью функций (см. Раздел 1.8).

3.1 Задание свойств материалов

Как уже указывалось во Вступлении, FEMAP не имеет конкретной системы измерений геометрических и физических величин. Поэтому при создании модели пользователю необходимо выбрать конкретную систему измерений, и строго ей придерживаться. В FEMAP есть диалог (вызывается командой **Tools**→**Convert Units...**) преобразования размерностей (см. рис.3.1), с помощью которого можно быстро получить масштабные коэффициенты преобразования *производных* величин: достаточно для *основной* величины (секция „**Base Factors**”) в поле „**Multiply**” ввести новое значение масштабного коэффициента (для длины, силы, времени, массы, температуры, энергии), а в поле „**Add**” – значение начала отсчета и дать команду „**Calculate**”. С помощью кнопки „**Invert**” можно мгновенно инвертировать назначение, а кнопки „**Load...**” – считать масштабные коэффициенты из одного из файлов, предоставленных фирмой – разработчиком FEMAP (имеют расширение имени **.cf**).

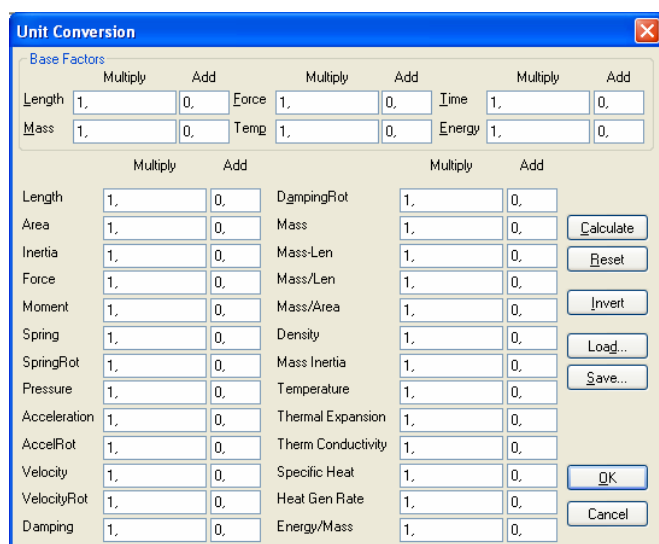


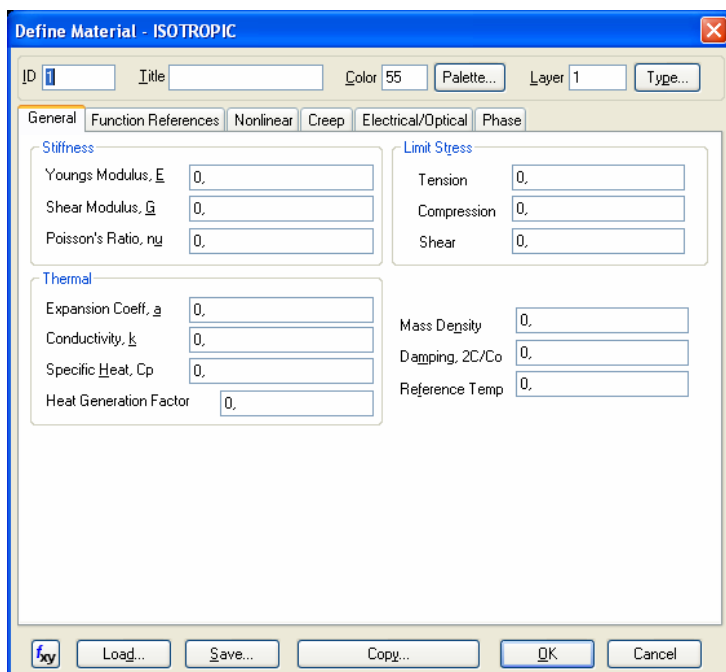
Рис.3.1. Диалоговая панель преобразования размерностей

Для введения в модель нового материала командой **Model**→**Material...** вызывается диалоговая панель „**Define Material – Isotropic**” (см. рис.3.2-а). Если материал имеет более сложные свойства, нужно кнопкой „**Type...**” вызвать диалоговую панель „**Material Type**” (см. рис.3.2-б) и сделать необходимое назначение (для „**Other Types**” есть много специальных вариантов, характерных для программ **LS-DYNA3D**, **ABAQUS**, **MARC** и др.). Диалоговая панель для введения свойств материала примет необходимый вид.

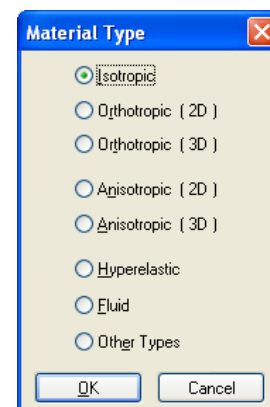
С помощью кнопки „**Load...**” можно вызвать список материалов, помещенных в базу данных, выбрать необходимый.

Для создания материала нужно:

- указать имя материала (**Title**), при необходимости можно установить для него другие **ID** и уровень (**Layer**);
- ввести в диалоговые окна необходимые для решения краевой задачи значения (остальные можно не вводить), причем строго соблюдать выбранную систему (см. табл.3.1);



а)



б)

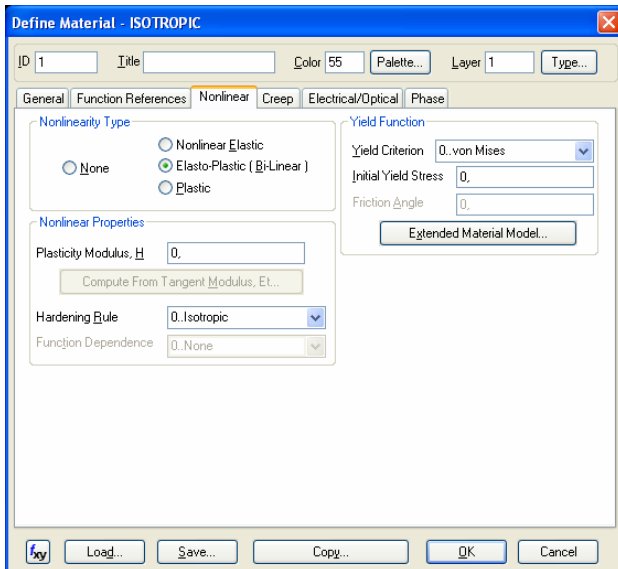
Рис.3.2. Диалоговые панели: а) – введения свойств изотропного материала;
б) – назначения типа материала

• при наличии влияния *температуры* на свойстве материала – перейти на вкладку „**Function References**”, в диалоговых окнах тех параметров, что изменяются, выбрать необходимую функцию типа **2..vs.Temperature**. Функцию можно создать, не выходя из диалоговой панели, если инициировать кнопку на ней.

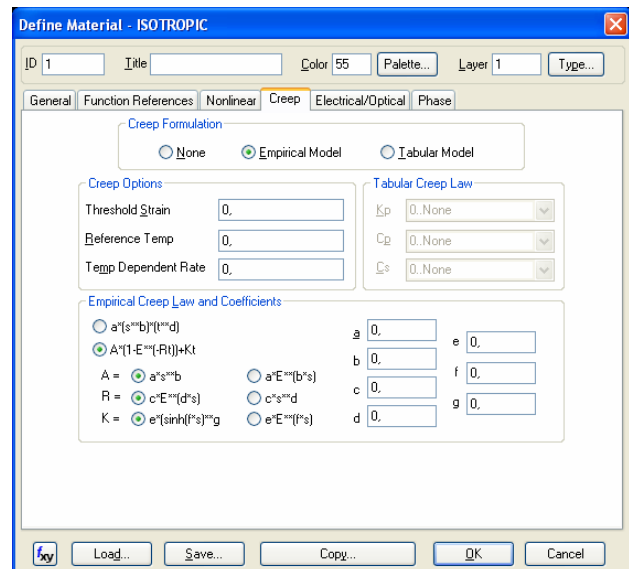
Таблица 3.1. Основные характеристики изотропного материала

№	Название (на панели)	Содержание	Единица измерения, система SI	Характерные значения*
<i>Секция Stiffness (упругость)</i>				
1	Young Modulus, E	Модуль Юнга	$Pa = N / m^2$	$(0.7-2.5) \cdot 10^{11}$
2	Shear Modulus, G	Модуль сдвига		$G = E / [2(1 + nu)]$
3	Poisson's Ratio, nu	Коэффициент Пуассона	–	0.23–0.42
<i>Секция Thermal (тепловые)</i>				
4	Expansion Coeff, a	Коэффициент линейного температурного удлинения	$1/^\circ$	$(0.5-2.5) \cdot 10^{-5}$
5	Conductivity, k	Коэффициент теплопроводности	$W / (m \cdot ^\circ K)$	85–400
6	Specific Heat, C_p	Удельная теплоемкость	$J / (kg \cdot ^\circ K)$	$(0.38-0.88) \cdot 10^3$
7	Heat generation factor	Коэффициент генерации тепла	–	–
<i>Секция Limit Stress (предельные напряжения, границы текучести)</i>				
8	Tension	При растяжении	Pa	$(60-1800) \cdot 10^6$
9	Compression	При сжатии	Pa	$(120-1800) \cdot 10^6$
10	Shear	При сдвиге	Pa	$(40-700) \cdot 10^6$
<i>Другие</i>				
11	Mass Density, ρ	Плотность материала	kg / m^3	$(2.7-9) \cdot 10^3$
12	Damping, $2C/C_0$	Коэффициент конструкционного демпфирования G	–	$(1-10) \cdot 10^{-3}$
13	Reference Temp	Температура испытания	$^\circ K (^\circ C + 273.15)$	>0
* – железо, титан, алюминий, медь и сплавы на их основе, стали, чугуны				

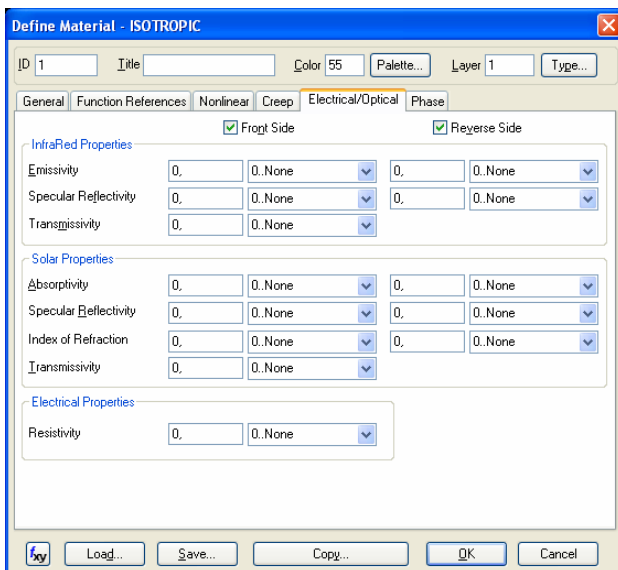
• чтобы для задачи о напряженно-деформированном состоянии учесть упругую нелинейность или пластичность – перейти на вкладку „**Nonlinear**” (см. рис.3.3-а), выбрать и задать свойства нелинейно-упругого или пластического материала. Кнопка „**Extended Material Model...**” предназначена для учета влияния температуры или скорости деформирования на границу текучести (подключением функции типа **2..vs.Temperature** или **9..vs. Strain Rate**);



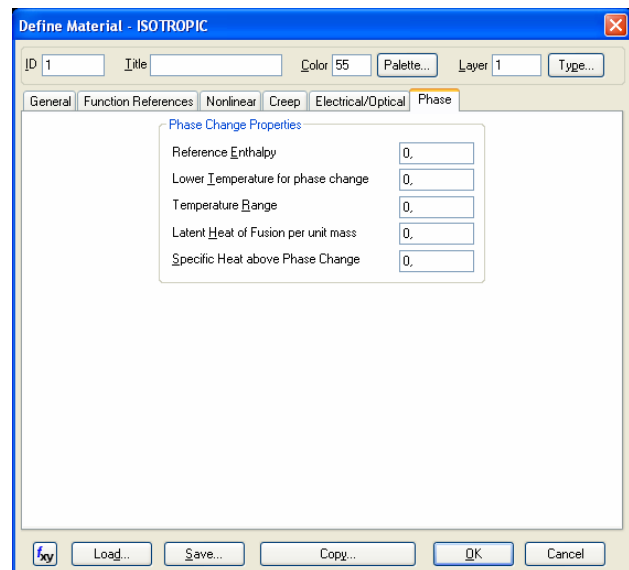
а)



б)



в)



г)

Рис.3.3. Диалоговые панели введения свойств материала: а) – упруго-нелинейного или пластического; б) – при ползучести; в) – электро-оптических; г) – при фазовых переходах

• чтобы для задачи о напряженно-деформированном состоянии учесть ползучесть материала – перейти на вкладку „**Creep**” (см. рис.3.3-б), выбрать и задать свойства материала при ползучести;

• на вкладке „**Electrical/Optical**” (см. рис.3.3-в) – ввести электро-оптические характеристики изотропных и ортотропных материалов (для моделирования теплопередачи в программах, подобный **TMG**).

• на вкладке „**Phase**” (см. рис.3.3-г) – ввести характеристики фазовых переходов (обычно – для задач теплопередачи и термического анализа в последних версиях Nastran и ABAQUS);

Внимание: если не задать необходимые для данного типа задачи данные, например, значение модуля Юнга и/или коэффициента Пуассона (линейно-упругой), границу текучести

„**Initial Yield Stress**” (пластичный материал), плотность материала (задачи нестационарной теплопроводности и динамические), то это вызовет фатальную ошибку при попытке решить соответствующую задачу.

Диаграмма деформирования для нелинейно-упругого материала (**Nonlinear Elastic**) задается функцией типа **4..vs. Stress**, где параметр **X** – это напряжение, а **Y** – деформации (выбирается из списка „**Function Dependence**”, см. рис.3.3-а) или **13..Stress vs. Strain** (**X** и **Y** – деформации и напряжения). Разгрузка проводится с применением этой же функции. Модуль линейного упрочнения (**Plasticity Modulus, H**) для упруго-пластического материала с кусочно-линейной аппроксимацией (**Elasto-Plastic, Bi-Linear**) вычисляется по формуле $H = E_T / (1 - E_T / E)$, где E – модуль Юнга, E_T – касательный модуль (из аппроксимации диаграммы растяжения образца), после введения значения E_T с помощью кнопки „**Compute From Tangent Modulus, Et...**”. Диаграмма деформирования для упруго-пластического материала общего вида (**Plastic**) задается функцией аналогично нелинейно-упругому материалу (выбирается из списка „**Function Dependence**”). Но разгрузка упруго-пластического материала моделируется линейно-упругой (используется модуль Юнга E). **Внимание:** эта функция должна иметь точку (0, 0); для разно сопротивляющегося растяжению-сжатию материала располагаться в 1-м и 3-м квадранте. Первый ее участок должен иметь тангенс угла наклона, равный модулю Юнга, т.е. $\sigma_2 / \varepsilon_2 = E$, причем $\sigma_2 = \sigma_s$, где σ_s – предел текучести.

Для критериев текучести (**Yield Criterion**) **2..Mohr-Coulomb** и **3..Drucker-Prager** (для материалов типа грунтов) нужно ввести значение „**2* Cohesion**” (удвоенное значение коэффициента сцепления) и „**Friction Angle**” (угол внутреннего трения).

Ползучесть материала описываются (см. рис.3.3-б) одним из трех вариантов:

- эмпирической формулой $\varepsilon^c(\sigma, t) = A(\sigma) \cdot \{1 - \exp[-R(\sigma) \cdot t]\} + K(\sigma) \cdot t$ (**Empirical Model**), где $A(\sigma) = a \cdot \sigma^b$ или $A(\sigma) = a \cdot \exp(b \cdot \sigma)$; $R(\sigma) = c \cdot \exp(d \cdot \sigma)$ или $R(\sigma) = c \cdot \sigma^d$; $K(\sigma) = e \cdot [sh(f \cdot \sigma)]^g$ или $K(\sigma) = e \cdot \exp(f \cdot \sigma)$; a, b, c, d, e, f, g – вводимые постоянные; σ – напряжение; t – время;

- эмпирической формулой (**Empirical Model**) $\varepsilon^c(\sigma, t) = a \cdot \sigma^b \cdot t^d$ (те же обозначения);

- табличной моделью (**Tabular Model**), где в окнах секции „**Tabular Creep Law**” для коэффициентов Kp , Cp (стадия первичной ползучести) и Cs (стадия вторичной ползучести) необходимо указать функции типа **4..vs.Stress**.

Для всех трех вариантов еще вводятся значения „**Threshold Strain**” (пороговое напряжение), „**Reference Temp**” (температура описания) и „**Temp Dependent Rate**” (скорость ползучести, зависящая от температуры).

В ортотропных материалах для трехмерных конечных элементов (**3D Orthotropic**) характерно наличие трех плоскостей и трех направлений упругой симметрии, причем $(nu)_{ij} / E_i = (nu)_{ji} / E_j$, где $i, j = 1, 2, 3$. Поэтому характеристики материала E, G, nu, a имеют по три значения, а k даже шесть (симметричная матрица 3×3). Для двумерных и осесимметричных конечных элементов (**2D Orthotropic**) направления главных осей обозначены как 1, 2, z , задаются два значения E , три – G , одно – nu , а предельными могут быть по два значения напряжений или деформаций при растяжении и сжатии. Количество коэффициентов a тоже равняется двум.


У анизотропных материалов – полный набор характеристик (**3D Anisotropic**) или несколько ограниченный (**2D Anisotropic**). Высокоэластичные материалы (резина, каучук, полимеры и т.п.) описываются другими уравнениями.

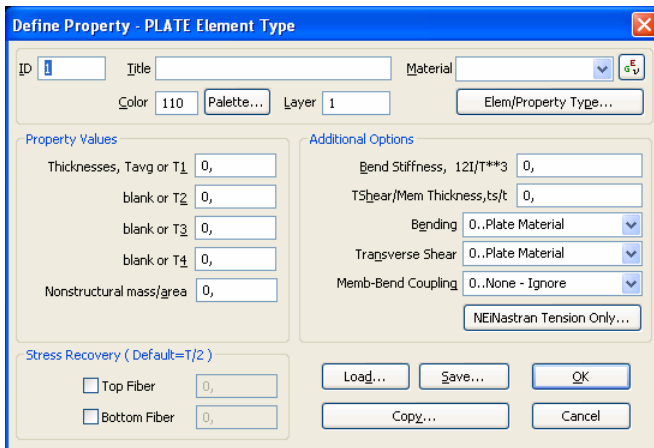
Дополнительная информация о характеристиках материалов изложена в Приложении 5.

3.2 Задание атрибутов „**Properties**” конечных элементов

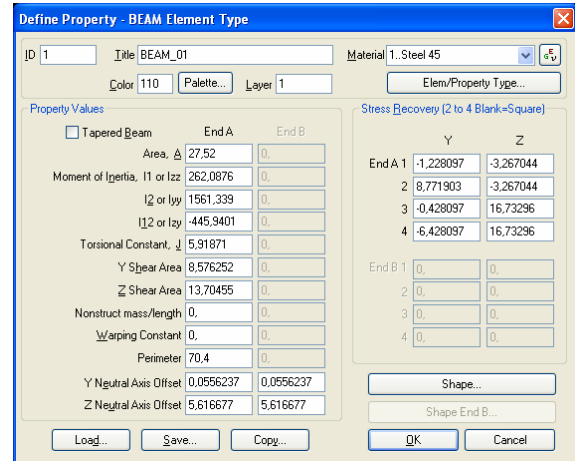
Атрибут, или свойство (**Properties**) – это объект (список) с выбранным конкретным типом КЭ и с назначенными его характеристиками, в частности: ID материала, очертанием и размерами сечения, другими. Атрибуты можно создавать непосредственно при создании ко-

нечно-элементной сетки (КЭС) тела. Но чтобы не делать это снова и снова (после отмены предыдущих действий командой **Undo**), целесообразно их создавать заранее и сохранять в библиотечном файле.

Командой **Model→Property...** вызывается диалоговая панель „**Define Property**” (см. рис.3.4), которая имеет вид, соответствующий типу КЭ (по умолчанию – для КЭ типа **PLATE**). Целесообразно сначала задать название этого „свойства” (**Title**), при необходимости изменить ее **ID**, выбрать из списка материал для КЭ или создать новый с помощью кнопки .



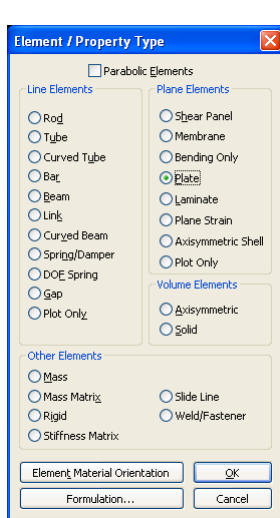
а)



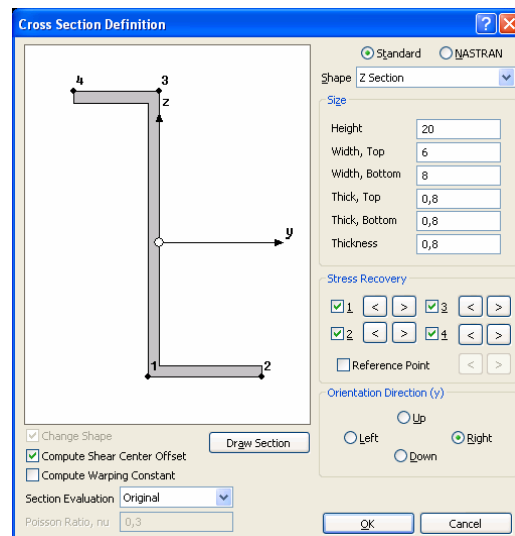
б)

Рис.3.4. Диалоговые панели „Define Property” для КЭ типа: а) – PLATE; б) – BEAM

Если нужен другой тип КЭ или другая ориентация материала в КЭ, кнопкой „**Elem/Property Type...**” вызывается соответствующая диалоговая панель (см. рис.3.5-а), где можно:



а)



б)

Рис.3.5. Диалоговые панели назначения:

а) – типа КЭ; б) – геометрических характеристик сечения одномерного КЭ

- выбрать тип КЭ (типы КЭ и их применение приведены в Приложении 3);
- установить опцию „**Parabolic Elements**”, чтобы назначить в КЭ *второй* порядок аппроксимации будущего решения задачи (*повысится точность*, но и время решения тоже);
- кнопкой „**Element Material Orientation**” вызвать одноименную панель и указать ориентацию свойств анизотропного материала или вектором, или как совпадающую с направлением оси координатной системы, или углом наклона;
- кнопкой „**Formulation**” вызвать панель с названием, соответствующим выбранному типу КЭ, указать дополнительные свойства КЭ (не для всех типов КЭ), если модель готовится для программ **Nastran**, **FEMAP Structural**, **DYNA**, **ABAQUS** или других.

После команды „ОК” диалоговая панель „Define Property” примет вид, соответствующий выбранному типу КЭ. Если это нужно для данного типа КЭ, на ней появятся несколько диалоговых окон для введения общих значений для КЭ, связанных с геометрическими или физическими характеристиками (см. рис.3.4).

В таблицу 3.2. в алфавитном порядке сведены параметры КЭ (возможно, не все), значения которых нужно вводить в диалоговые окна собственноручно.

Таблица 3.2. Основные параметры конечных элементов

Параметр	Пояснение	Типы КЭ
Allowable Tensile Stress	допустимое напряжение растяжения	Rod (для ANSYS)
Angle	угол	Laminate
Area, A	площадь поперечного сечения	Rod, Bar, Gap
Area Moment of Inertia	момент инерции плоскости	Rod (для ANSYS)
Bend Radius, r	радиус кривизны	Curved Tube
Bend Stiffness, BS	присоединенная изгибная жесткость ¹	Bending only, Plate
Bending	сгиб	Plate
BondShr Allow	допустимый относительный сдвиг слоев	Laminate
Bottom Surface	смещение нижней поверхности	Laminate
Coef. for Torsional Stress, C	коэффициент напряжений при кручении ²	Rod
Compression Stiffness	жесткость при сжатии	Gap
Damping	коэффициент вязкого демпфирования	Spring, DOF Spring
Effectiveness Factor, F	коэффициент приведенной площади сечения дополнительных ребер жесткости ³	Shear Panel
Failure Theory	теория (критерий) разрушения	Laminate
Fiber (Top, Bottom)	слой (вершины, основы): расстояние для вывода напряжений	Bending only, Plate, Plain Strain
Friction Coefficient	коэффициенты трения вдоль осей Y и Z	Gap
H	высота	Bar, Beam, Curved Beam
Initial Gap	начальный зазор	Gap
Initial Tension (Cable Only)	сила начального натяжения (гибкая нить)	Rod
Initial Slack	начальное послабление	Rod (для ANSYS)
Inner Diameter, Di	внутренний диаметр	Tube, Curved Tube
Max Penetration	максимальное проникновение	Gap
Max Adjustment Ratio	максимальный коэф. настраивания	Gap
Min Penetration Ratio	минимальный коэффициент проникновения	Gap
Memb-Bend Coupling	мембранно-сгибающее подкрепление	Plate
Nonsliding Frictional Stiffness	коэффициент жесткости для относительного смещения	Slide Line
Nonstructural mass/area, N.S.Mass/Area	неконструкционная масса на единицу площади	Почти все двумерные
Nonstructural mass/length	неконструкционная масса на единицу длины	Почти все одномерные
Outer Diameter, Do	наружный диаметр	Tube, Curved Tube
Penetration	проникновение	Slide Line
Perimeter	периметр	Rod, Bar, Beam, Curved Beam
Preload Force	предыдущая нагрузка	Gap
Radius	радиус	Bar, Beam, Curved Beam
RefTemp	начальная температура	Laminate
Slide Line Plane (Coord Sys XY)	координатная система для КЭ	Slide Line
Static Frictional Coefficient	статический коэффициент трения	Slide Line
Stiffness	жесткость ⁴	Spring, DOF Spring
Stiffness Scale Factor	коэффициент установления допустимого натяжения ⁵	Slide Line
Tension Stiffness	жесткость при растягивании	Gap
Thick (Top, Bottom)	толщина (вершины, основы)	Bar, Beam, Curved Beam

Thickness	толщина	Bar, Beam, Curved Beam, Shear, Axisymmetric Shell
Thickness, Tavg or T1	среднее значение толщины	Membrane, Bending only, Plain Strain
Torsion Constant, J	полярный момент инерции сечения	Rod
Transverse Shear	поперечный сдвиг	Plate
Transverse Stiffness	поперечная жесткость при закрытом зазоре	Gap
TShear/Mem Thickness	изгибная присоединенная жесткость ⁶	Plate
Width	ширина	Bar, Beam, Curved Beam, Gap
Width (Master, Slave)	ширина основной и подчиненной контактирующих поверхностей	Slide Line
Width Bottom	ширина основы	Bar, Beam, Curved Beam

¹ $BS = 12I/T^3$, где T – толщина КЭ; $I = I_p/t_p$; I_p – момент инерции сечения одного ребра жесткости; t_p – шаг ребер;
² $C = J/W_K$, где W_K – момент сопротивления сечения при кручении;
³ при $F \leq 1.01$ площадь сечений равна $0.5Ftb$, а при $F > 1.01$ она равна $0.5Ft^2$, где t – толщина КЭ, b – средняя величина ширины КЭ;
⁴ $C_N = \Delta x/N$ или $C_T = \Delta\varphi/T$, где Δx , $\Delta\varphi$ – изменения длины и угла кручения пружины; N , T – продольная сила и момент кручения соответственно;
⁵ коэффициент установления допускаемого натяжения ($0 \leq k_f \leq 1$), регулирует величину штрафа на взаимное проникание. Если $k_f = 0$ (по умолчанию), то допускается взаимное проникновение (натяжение) контактирующих поверхностей на величину около 1-2% от перемещений узлов этих поверхностей в направлении нормали к ним. При увеличении k_f допускаемое натяжение уменьшается;
⁶ $TS = t_s/t$, где t_s – толщина ребра изгибной присоединенной жесткости; t – средняя толщина конечного элемента.




Для описания сложных сечений одномерных КЭ типа **BAR, BEAM, CURVED BEAM** есть дополнительный инструмент, который вызывается кнопкой „**Shape...**” (см. рис.3.4-б). Появляется диалоговая панель „**Cross Section Definition**” (см. рис.3.5-б), на которой в окне „**Shape**” (Форма) нужно выбрать очертание сечения, которое сразу отображается в окне; задать характерные размеры сечения, изменить в секции „**Stress Recovery**” (исходные напряжения) нумерацию характерных точек и положение контрольной точки (**Reference Point**) для вывода (в таблицу результатов расчетов) значений напряжений (кнопками); установить ориентацию локальных осей сечения. Для КЭ типа **BEAM** можно применить модель тонкостенного стресса, если установить опции „**Compute Shear Center Offset**” (вычислить смещение от центра изгиба) и „**Compute Warping Constant**” (вычислить секторальный момент инерции). Этот тип КЭ еще может учитывать продольное изменение размеров сечения по линейному закону. Для этого нужно сначала для первого конца КЭ (**End A**) назначить форму и размеры сечения (они поместятся в диалоговые окна для начала КЭ, потом (см. рис.3.4-б) установить опцию „**Tapered Beam**” (суживающаяся балка), применить кнопку „**Shape End B...**” и сделать аналогичные назначения для второго конца КЭ (**End B**).

Все параметры, вычисляемые в FEMAP с помощью инструмента „**Shape...**” автоматически, не рассматриваем. Целесообразно в секции „**Stress Recovery**” обратить внимание на значения координат точек, в которых будут выведены значения напряжений.

Для КЭ типа **GAP** параметры секции „**Interface Element Option**” – для программы ABAQUS; КЭ типа **LINK** – для MSC/PAL и CDA/SPRINT I, поэтому их не рассматриваем.

В файле **rebeam.doc** (в папке **...FEMAPv102**) приведены данные о дополнительных библиотеках (файлы **reishape.esp**, **reangle.esp**, **retee.esp**, **rechan.esp**, **retube.esp** и **repipe.esp**) одномерных КЭ типа **BEAM, TUBE** и т.п. с конкретными вариантами сечений, что вырабатывает промышленность США, приведенными в пособии „**AISC Manual of Steel Construction**”

(тавры, двутавры, швеллеры, треугольники, трубы и т.п.). Их можно подключить из панели „Define Property ...” (см. рис.3.4-а): клавишей „Load...” вызвать панель „Select From Library”, на ней клавишей „Choose Library...” – стандартный диалог открытия файла. **Внимание:** в тексте есть предостережение, что это только справочные данные, что при их применении нужно внимательно сравнивать эти характеристики с реальными, поскольку возможны изменения в стандарте.

Для КЭ типа LAMINATE можно создать и применять структуру „Layup” (сэндвич, слоеный пирог) – набор из слоев материалов, имеющих или разные характеристики, или разную ориентацией осей анизотропии материала относительно КЭ. Для этого командой Model→Layup... или кнопкой  вызывается диалоговая панель „Layup Editor” (см. рис.3.6-а). На ней в поле „Material” выбирается (или с помощью кнопки  создается) материал слоя, в полях „Thickness” и „Angle” указываются соответственно толщина слоя и угол θ ориентации оси анизотропии материала относительно КЭ (см. рис.П3.2-а Приложения 3). Кнопкой „New Ply” эти данные переносятся в таблицу слоев (у выбранный в таблице слой). В поле „Global Ply ID (optional)” можно выбрать или с помощью кнопки  и диалоговых панелей „Global Ply Definition” и „New Global Ply” (см. рис.3.6-б, в) создать глобальный слой, который будет доступен для всех сэндвичей модели. **Внимание:** этот глобальный слой можно использовать в таблице лишь один раз (если их введено несколько, то будет учитываться лишь один на той позиции, на которую был введен последним). Для изменений значений в *таблице* нужно изменить значение в поле (над таблицей) и соответствующей кнопкой с началом названия „Update ...” – ввести эти значения в таблицу. Кнопка „Duplicate” дублирует один или несколько выбранных строк в таблице. Кнопка „Rotate” позволяет для всех выбранных в таблице слоев (с помощью клавиши „Ctrl”) одновременно изменить значение угла (путем алгебраического добавления значения на появившейся панели). Кнопки „Move Up”, „Move Down” и „Reverse” позволяют изменять порядок расположения слоев в таблице. Кнопка „Symmetry” создает в таблице симметричную копию выбранных слоев. Есть еще кнопки „Copy”, „Paste”, „Load...”, „Save...”, „Delete”, „OK” и „Cancel”, а также поля „ID” и „Title”, не нуждающиеся в пояснениях.

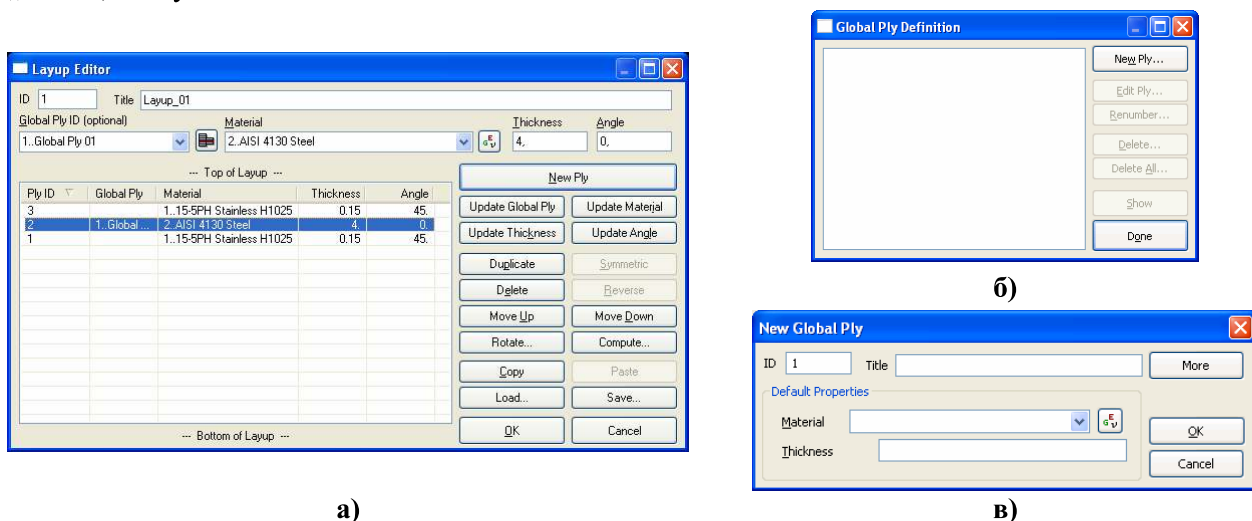


Рис.3.6. Диалоговые панели для создания: а) – сэндвича; б) – глобального слоя

Если инициировать кнопку „Compute”, то на информационную панель „Messages” будут выведены расчетные значения об *усредненных* характеристиках сэндвича: общую жесткость „Total Thickness”; ортотропные свойства в плоскости „In-Plane Properties (2-D orthotropic)”, а именно модули упругости (E_x , E_y , G_{xy}), коэффициенты Пуассона (ν_{xy} , ν_{yx}), коэффициенты теплового расширения (α_{px} , α_{py} , α_{paxy}), модули изгиба (E_{xb} , E_{yb} , G_{xyb}), коэффициенты Пуассона при изгибе (ν_{xyb} , ν_{yxb}), коэффициенты теплового расширения при изгибе (α_{pxb} , α_{pyb} , α_{paxyb}). Кроме того, выводятся шесть матриц: **A** (пространственной жесткости), **B** (жесткости связей), **D** (изгибной жесткости) и обращенные эти матрицы **A-Inv**, **B-Inv**, **D-Inv** (для опытных пользователей).

3.3 Создание конечно-элементной модели тела на основе геометрической модели

Это основной и быстрый метод создания конечно-элементной сетки (КЭС). Все команды, опции и параметры доступны через меню „Mesh” и мнемоническое меню „Mesh” (см. рис.1.5), а также значительная их часть – с помощью инструментальной панели „Meshing Toolbox” (см. рис.3.7), появившейся в 10-й версии FEMAP.

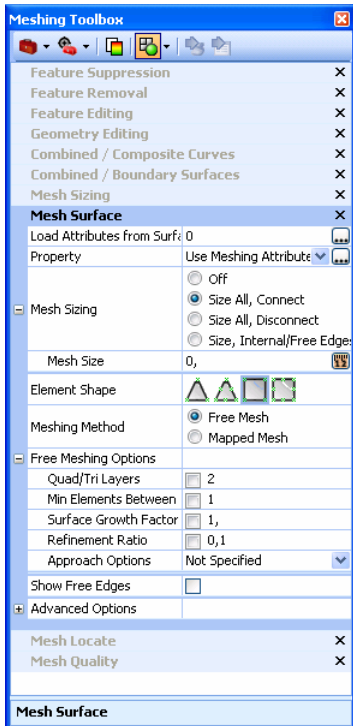
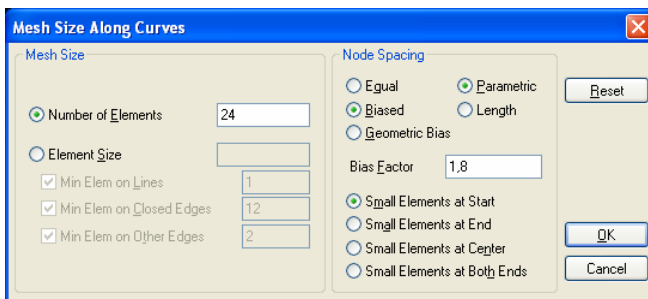


Рис.3.7. Панель Meshing Toolbox

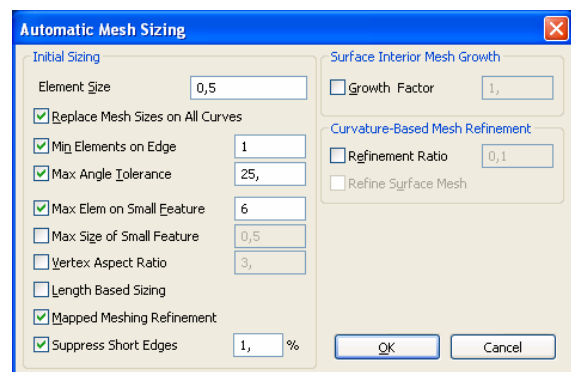
некоторую неопределенность: результат не всегда совпадает с предварительными представлениями пользователя. Нужен опыт их применения.

Разметку в FEMAP можно проводить таким образом (одинаковое для всех команд начало Mesh→Mesh Control→ опускаем):

- **Size At Point...** (размер КЭ в окрестности точки *на границе поверхности*): выбираются точки, назначается размер КЭ. Для отмены назначений тоже выбираются точки, указывается *нулевой* размер;



а)



б)

Рис.3.8. Диалоговые панели разметки КЭ: а) – на кривых; б) – на поверхностях

- **Size Along Curve...** (размер КЭ на линии): выбираются линии, после чего появляется соответствующая диалоговая панель (см. рис.3.8-а). Обычно указывается количество КЭ (**Number of Element**) на линии; принцип назначения шагов точек разметки: равномерный (**Equal**), линейный (**Biased**) или логарифмический (**Geometric Bias**); тип координаты, кото-

рая будет использоваться вдоль линии (это важно для сплайновой кривой): параметрическая (**Parametric**) или длина (**Length**); коэффициент увеличения шага (**Bias Factor**); где располагать наименьший КЭ (**Small Elements at**): в начале (**Start**), на конце (**End**), посередине (**Center**) или на обоих концах (**Both Ends**) кривой. Если выбрано несколько кривых, на которых желательно иметь КЭ приблизительно одинакового размера, целесообразно задавать не количество КЭ, а среднее значение размера КЭ (**Element Size**), которое применяется для определения количества КЭ на каждой кривой отдельно. Тогда дополнительно еще можно указать минимальные количества КЭ (**Min Elem on ...**): вдоль линии (**Lines**), на замкнутых (**Closed Edges**) и других (**Other Edges**) кромках. **Внимание:** электронной кнопкой „Reset” можно „очистить” все выбранные кривые от ранее сделанных назначений;

- **Size on Surface...** (размер КЭ на поверхности): выбираются поверхности, после чего появляется соответствующая диалоговая панель „Automatic Mesh Sizing” (см. рис.3.8-б). На ней нужно указать максимальный размер КЭ (**Element Size**); минимальное количество элементов на ребре (**Min Elements on Edge**); максимальный допустимый угол (**Max Angle Tolerance**, см. рис.3.9); максимальное количество (**Max Elem of Small Feature**) и размер (**Max Size of Small Feature**) КЭ в окрестности малых особенностей. Еще на ней можно установить опцию „Replace Mesh Sizes on All Curves” (заменить размеры сетки на всех кривых), т.е. отменить всю предыдущую разметку; а также опции „Length Based Sizing” (разметка, основанная на длине), „Mapped Meshing Refinement” (усовершенствованное отображение сетки) и „Suppress Short Edges” (подавить короткие края, с указанием процентов). Есть еще параметры: коэффициент уменьшения для вершины (**Vertex Aspect Ratio**); в секции „Surface Interior Mesh Growth” – коэффициент роста размеров КЭС по мере отдаления от границы поверхности (**Growth Factor**); в секции „Curvature-Based Mesh Refinement” включенная опция „Refinement Ratio” укажет на то, на кривых границах разметку КЭ необходимо провести соответственно указанному коэффициенту, который равен отношению $H/L < 1$ (см. рис.3.9), что позволяет построить качественную сетку на криволинейных границах; а опция „Refine Surface Mesh” – что после этого КЭС необходимо еще раз оптимизировать;

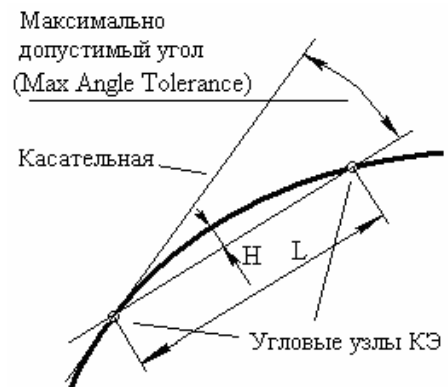


Рис.3.9. К заданию значения „Max Angle Tolerance”

- **Size on Solid...** (размер КЭ для „твердого” тела). Но соответствующая процедура вызывается и из панели „Automesh Solids” (кнопкой „Update Mesh Sizing...”), поэтому ее рассмотрим в Разделе 3.3.2.6;

- **Interactive...** (модификацией уже заданной на ребрах разметки): появляется диалоговая панель „Interactive Mesh Sizing”. На панели нужно радиокнопкой выбрать характер действия: прибавить (**Add**), удалить (**Subtract**) или задать (**Set To**) количество элементов, потом указать значения, лишь в последнюю очередь – ввести с клавиатуры **ID** линии или просто выбрать линию на рабочем поле и нажать левую кнопку „мыши”. Результат появится немедленно, диалоговая панель не исчезает. **Внимание:** панель имеет такую специфику: **ID** выбранной на рабочем поле кривой в соответствующем окне не появляется (практически это и не нужно).

Дополнительные возможности для проведения разметки:

- **Custom Size Along Curve...** (группами на линии): выбирается линия, после чего появляется соответствующая диалоговая панель (см. рис.3.10-а) для частичной разметки линии. Панель имеет уже знакомые элементы в секциях „Mesh Point Data” и „Spacing”, а также некоторые новые. В окне „Mesh Definition” помещается список групп, заголовки которых создаются автоматически и содержат информацию о значении локальной координаты начала группы разметки (**At**), количество КЭ (**Elem**) и коэффициент увеличения шага (**Bias**). Всегда есть „финальная” группа, которая „закрывает” разметку и которую нельзя удалить. Локальная

координата может иметь значения от 0 до 1. Ее можно вводить из клавиатуры или визуально с помощью кнопки „**Locate...**”. Когда значения для группы выбраны, необходимо нажать на кнопку „**Add/Edit**”. Кнопка „**Move...**” позволяет визуально редактировать локальную координату прежде введенной группы. Кнопки под окном „**Mesh Definition**” позволяют проводить изменения назначений для *всей* выбранной линии, причем на основе введенных групп. Это команды:

- ♦ **Equal** (равными отрезками): появляется диалог для введения количества групп (от 2 до 160), каждая из которых будет иметь один КЭ;
- ♦ **Fill** (заполнение): все группы будут размечены на отрезки (КЭ) указанного размера;
- ♦ **Expand** (разделение): все группы делятся на группы с одним КЭ, т.е. количество групп будет равно количеству КЭ;
- ♦ **Match** (соответствия): выбирается другая линия, с которой разметка переносится на активную, модифицируя введенные группы;
- ♦ **Match Mesh** (соответствия к сетке): выбирается уже существующие узлы на любой линии, разметка расположения этих узлов переносится на активную, модифицируя введенные группы;

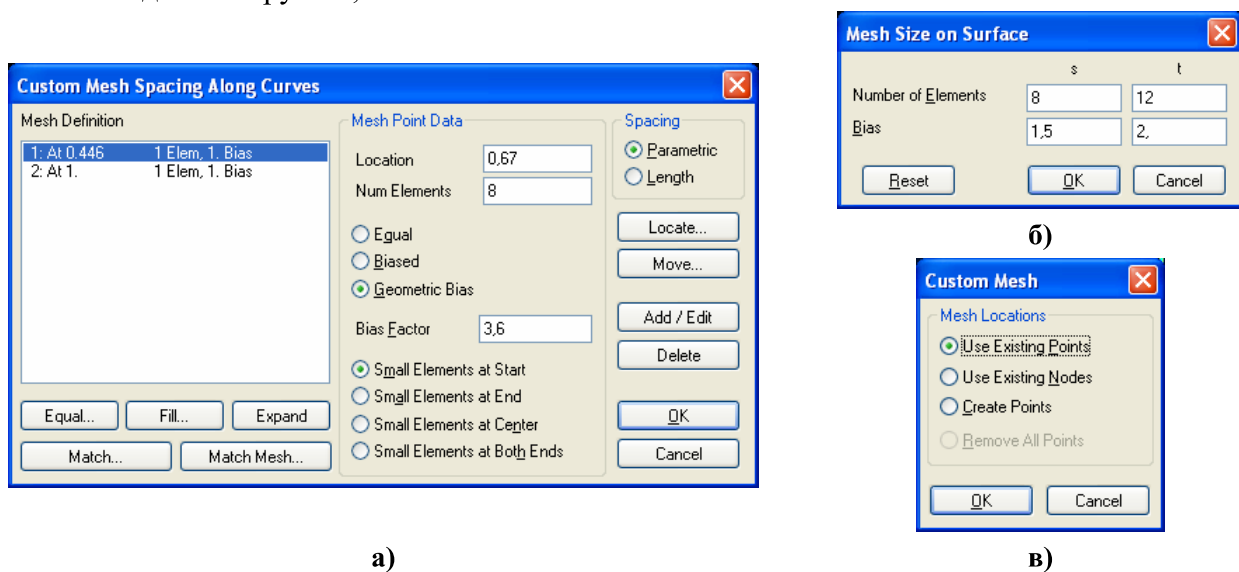


Рис.3.10. Диалоговые панели разметки КЭ: а) – на кривых; б) – на поверхностях; в) – с учетом точек и узлов


• **Mapped Divisions on Surface...** (деление параметрическим образом на ребрах поверхности (с тремя или четырьмя ребрами) „твердого” тела): выбирается поверхность (не конструкционная, см. Раздел 2.2.4), на диалоговой панели „**Mesh Size on Surface**” (см. рис.3.10-б) указывается количество КЭ по направлениям двух параметров: s (направление указано стрелкой) и t , а также значение коэффициентов *увеличения* шага от *начала* координат (**Bias**). **Внимание:** для поверхности с тремя ребрами локальные координаты на них s , t и s , т.е. первое и третье ребра будут размечены одинаково;

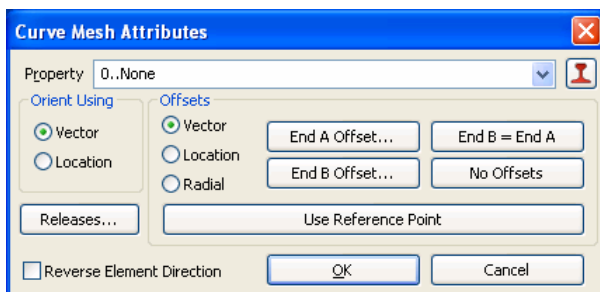
• **Mesh Point on Surface...** (с учетом точек на поверхности): выбирается поверхность „*твердого*” тела, на которой во всех точках (с границами включительно) будут обязательно созданы узлы КЭС. Потом появляется дополнительная диалоговая панель „**Custom Mesh**” (см. рис.3.10-в). На нее необходимо выбрать один из вариантов: „**Use Existing Points**” (использовать существующие точки), „**Use Existing Nodes**” (использовать существующие узлы), „**Create Points**” (создать точки) или „**Remove All Points**” (удалить все точки).

3.3.1.2 Назначение атрибутов конечно-элементной сетки геометрическим объектам

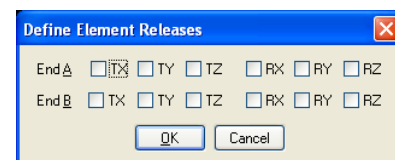
Назначение геометрическим объектам атрибутов может ускорить создание КЭС или улучшить ее качество. Эту процедуру можно проводить (одинаковое для всех команд начало **Mesh**→**Mesh Control**→ опускаем):

- **Attributes At Point...** (для точек): сначала выбираются точки, потом со списка ранее введенных „свойств” КЭ (**Property**) – вариант, который может быть приписан точке. В Nastran это может быть лишь КЭ с массой (**Mass, Mass Matrix**);

- **Attributes Along Curve...** (вдоль линий для одномерных КЭ): сначала выбираются линии, потом на появившейся диалоговой панели „**Curve Mesh Attributes**” (см. рис.3.11-а) выбирается „**Property**” или создается новое „свойство” (кнопка ); в секции „**Orient Using**” выбирается способ, которым будет указываться ориентация оси **Y** сечения одномерного КЭ („**Vector**” – вектором или „**Location**” – точкой); в секции „**Offsets**” – способ задания отступления (смещения) оси КЭ от выбранных линий: „**Vector**”, „**Location**” или „**Radial**”; кнопками „**End A Offset**”, „**End B Offset**” или „**End B = End A**” – их величины („**No Offset**” – отсутствие). Кнопка „**Use Reference Point**” устанавливает способ задания отступления (смещения) оси КЭ от выбранных линий в „**Location**” и нулевое отсутствие смещений. Кнопкой „**Released...**” (подвижность) вызывается панель для отключения на концах „**End A**” и/или „**End B**” соответствия (связи) для отдельных степеней свободы (см. рис.3.11-б): **TX, TY, TZ** (устанавливаются разрывы), **RX, RY** и/или **RZ** (устанавливаются шарниры). Опцией „**Reverse Element Direction**” меняется направление внутренней координатной системы в КЭ;




а)



б)

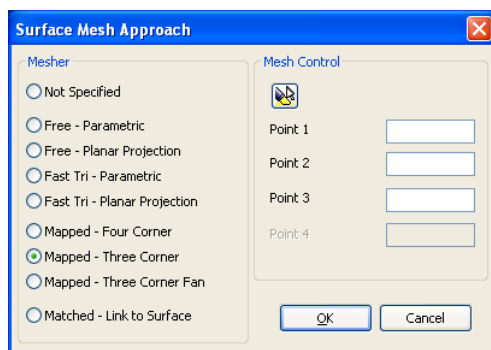
Рис.3.11. Диалоговые панели назначения геометрическим объектам атрибутов для линий

- **Attributes On Surface...** (на поверхности для двумерных КЭ). Но соответствующая панель „**Automesh Surface**” вызывается и из одноименной панели кнопкой „**More Options...**”, поэтому ее рассмотрим в Разделе 3.3.2.4;

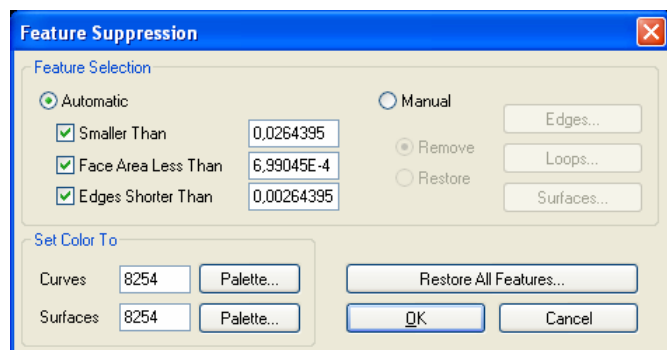
- **Attributes On Volume...** (для объемов) или **Attributes On Solid...** (для „твердых” тел): выбираются объекты, для них выбирается из списка заранее созданное „**Property**” или создается новое „свойство” (кнопка ).

3.3.1.3 Упорядочивание будущей конечно-элементной сетки на поверхности

Командой **Mesh**→**Mesh Control**→**Approach On Surface...** вызываются инструменты для упорядочивания КЭС на поверхности: выбирается поверхность, на диалоговой панели „**Surface Mesh Approach**” (см. рис.3.12-а) назначается один из вариантов:



а)



б)

Рис.3.12. Диалоговые панели:

а) – приведения в порядок КЭС на поверхности; б) – исключения особенностей КЭС

- „**Not Specified**” (нет упорядочивания) – используется по умолчанию;
- „**Free – Parametric**” – параметрическое упорядочивание;

- „Free – Planar Projection” – свободного типа, но на основе проекции КЭС с плоскости, которая потом будет выбрана. Для поверхностей с малой кривизной может давать лучшие результаты, чем предыдущий вариант;
- „Fast Tri – Parametric” – параметрическое упорядочивание, когда используется быстрый алгоритм под названием **FEMAP Fast Triangle Mesher** (см. Раздел 1.5, **Database...**);
- „Fast Tri – Planar Projection” – свободного типа, но на основе проекции КЭС с плоскости, которая потом будет выбрана (см. предыдущее объяснение). Для поверхностей с малой кривизной может давать лучшие результаты, чем предыдущий вариант;
- „Mapped – Four Corner” и „Mapped – Three Corner” – отраженного типа (имеет ось симметрии), используя информацию про 4 или 3 назначенных угла поверхности (**Point 1 ...**);
- „Mapped – Three Corner Fan” – подобно предыдущей, но веерного типа;
- „Matched – Link to Surface” – КЭС создается подобной КЭС на поверхности, что будет дополнительно указана (**Master Surface**). **Внимание:** эти поверхности не должны где-то спрягаться. Также это нельзя делать на поверхности с **Multi-surface boundaries**.

Кнопка  позволяет увидеть выбранные объекты на рабочем поле.

3.3.1.4 Исключение несущественных особенностей в „твердых” телах

Команда **Mesh→Mesh Control→Feature Suppression...** предназначенная для нахождения несущественных особенностей в „твердых” телах, для которых КЭС создаваться не будет. Она вызывает одноименную диалоговую панель (см. рис.3.12-б), где можно выбрать соответствующие опции: „**Smaller Than**” (меньше чем ... – для замкнутых кривых), „**Face Area Less Than**” (площадь грани меньше чем ...) и/или „**Edges Shorter Than**” (кромки, менее короткие, чем ...) и указать их максимальные размеры. Эти особенности будут выделяться цветами, которые назначены в секции „**Set Color To**”. Если вместо „**Automatic**” выбрать „**Manual**”, то можно исключить (**Remove**) или восстановить (**Restore**) указанные с помощью кнопок объекты: „**Edges...**” (кромки), „**Loops...**” (замкнутые кривые) или „**Surfaces...**” (поверхности). Также можно кнопкой „**Restore All Features...**” отменить все исключения.

3.3.2 Создание конечно-элементной сетки тела или конструкции на основе геометрической модели

Проводится командами **Mesh→Geometry→...**

Внимание: неудачное окончание создания КЭС сопровождается соответствующим сообщением на панели „**Messages**” (выделяется красным цветом). Но довольно часто „в наследство” остается поверхностная КЭС из элементов типа **PLOT ONLY**, которая на экране выглядит как хорошая сетка. Поэтому целесообразно просмотреть свойства полученной КЭС, например, с помощью команды „**List→Model→Element...**” или с использованием панели „**Entity Info**” и мнемонического меню „**Select**” (см. Раздел 1.3).

Довольно часто возникает необходимость удалить полностью или частично конечно-элементную сетку. Если это невозможно сделать командой отмены последнего действия (**Undo**), то применяются инструменты меню „**Delete**”. Сначала выбираются все или часть КЭ (команда **Delete→Model→Element...**, кнопка „**Select All**” или указываются КЭ, которые нужно удалить, дважды – команда „**OK**”), потом удаляются все узлы (команда **Delete→Model→Node...**, кнопка „**Select All**”, подтвердить удаление). После обновления изображения экрана (**Ctrl+D**) или регенерации модели (**Ctrl+G**) тело уже не имеет лишних ни КЭ, ни узлов.

3.3.2.1 Задание параметров узлов и конечных элементов

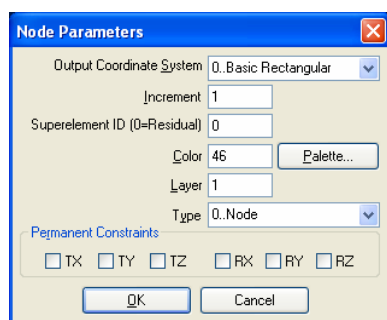
Это общие действия на этапе создания КЭС. На диалоговой панели „**Node Parameters**” (см. рис.3.13-а), которая вызывается кнопкой „**Node Param...**” диалоговых панелей создания КЭС (см. рис.3.13-б, рис.3.14-а,б, рис.3.16-а,в) можно:

- исключить некоторые степени свободы *всех* узлов КЭС, что будут создаваться: в секции „**Permanent Constraint**” (предварительное закрепление) установить соответствующие опции для **TX**, **TY**, **TZ** (перемещений в направлении указанных осей), **RX**, **RY**, **RZ** (вращений вокруг указанных осей) в выбранной координатной системе (**Output Coordinate Sys-**

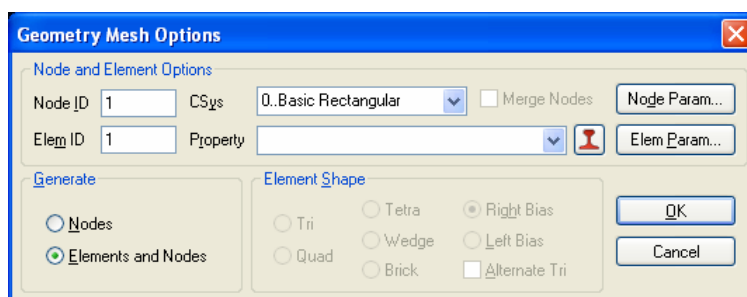
tem). **Внимание:** трехмерные и осесимметричные КЭ не имеют степеней свободы **R_X**, **R_Y**, **R_Z** (вращений), хотя в диалоге они присутствуют. Эти степени свободы желательно исключить, чтобы значительно уменьшить размер файла *.f06, который будет создаваться программой Nastran при решении краевой задачи;

- изменить шаг нумерации узлов (**Increment**), цвет изображения, **ID** уровня и/или суперэлемента (в которые будут помещены созданные узлы);
- уточнить (изменить) тип объекта (нужно лишь в некоторых случаях), что будет создаваться (диалоговое окно „**Type**“): узлы (**0..Node**), скалярная (**1..Scalar Point**) или дополнительная точка (**2..Extra Point**).

На диалоговой панели „**Element Parameters**“, вызываемой кнопкой „**Elem Param...**“ диалоговых панелей создания КЭС (см. рис.3.13-б, рис.3.14-а,б, рис.3.16-а,в) можно изменить шаг нумерации КЭ (**Increment**), цвет изображения КЭ, **ID** уровня (в который будут помещены созданные КЭ).



а)




б)

Рис.3.13. Диалоговые панели задания параметров:
а) – узлов; б) – создания КЭС в точках или на линиях

3.3.2.2 Создание конечных элементов в точках

Дается команда „**Mesh→Geometry→Point...**“, выбираются точки, появляется диалоговая панель „**Geometry Mesh Options**“ (см. рис.3.13-б). На ней можно:

- изменить координатную систему (**CSys**), начальный номер узлов и/или элементов, если это нужно (**Node ID**, **Elem ID**);
- выбрать (**Property**) или создать (кнопка , см. Раздел 3.2) „свойство“ КЭ.

В Nastran есть лишь два типа КЭ, содержащих только один узел: **MASS** и **MASS MATRIX** (см. Приложение 3). Полученный результат – КЭ в виде одного узла.

3.3.2.3 Создание конечно-элементной сетки на линиях

Дается команда „**Mesh→Geometry→Curve...**“, выбираются линии, появляется диалоговая панель „**Geometry Mesh Options**“ (см. рис.3.13-б). Она рассмотрена в Разделе 3.3.2.2.


В Nastran есть несколько типов одномерных КЭ: **ROD**, **TUBE**, **CURVED TUBE**, **BAR**, **BEAM**, **LINK**, **CURVED BEAM**, **SPRING**, **DOF SPRING**, **GAP** и **PLOT ONLY** (см. Приложение 3). Но есть еще один тип КЭ: двумерный **AXISYMMETRIC SHELL**, который создается на линиях, *не пересекающих ось вращения Z*.

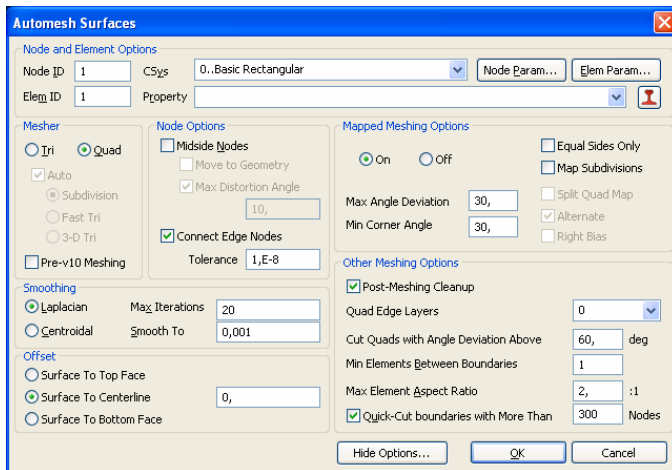
При создании КЭС будут учтены назначения относительно КЭС, сделанные заранее (см. Раздел 3.3.1). Результат – КЭС в виде (на экране) линий и узлов на них. Отрезок линии между узлами – одномерный КЭ, имеющий указанные в „**Property**“ очертание, размеры и ориентацию сечения, созданный из выбранного материала. Реальное очертание и ориентацию КЭ можно увидеть в режиме „**Solid**“, если вызвать командой **View→Options...** (или клавишей **F6**) панель „**View Options**“ и установить на ней для „**Element – Orientation/Shape**“ значение „**2..Show Inertia Ratio**“, а также установить опцию „**Show Orientation**“.

3.3.2.4 Создание двумерной и осесимметричной конечно-элементной сетки

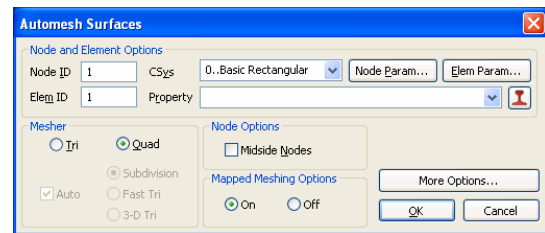
Двумерной моделью обычно представляют тонкостенные тела в виде пластин и оболочек, а осесимметричную – осесимметричные тела, в частности и толстостенные оболочки (трубы), когда по их толщине „укладывают“ несколько слоев КЭ.

Дается команда „**Mesh→Geometry→Surface...**”, выбираются поверхности, появляется диалоговая панель „**Automesh Surfaces**” (см. рис.3.14-а или рис.3.14-б). На ней можно:

- изменить координатную систему (для осесимметричных КЭ – выбрать цилиндрическую);
- изменить начальный номер узлов и/или элементов (**Node ID, Elem ID**);
- выбрать (**Property**) или создать (кнопка , см. Раздел 3.2) „свойство” КЭ. **Внимание:** в Nasran есть несколько типов двумерных КЭ: **SHEAR PANEL, MEMBRANE, BENDING ONLY, PLATE, LAMINATE, PLANE STRAIN** и **PLOT ONLY**, и лишь один тип осесимметричных КЭ: **AXISYMMETRIC** (см. Приложение 3). Есть еще один тип двумерного КЭ – **AXISYMMETRIC SHELL**, но он создается на линиях (см. Раздел 3.3.2.3).



а)



б)



в)

Рис.3.14. Диалоговые панели задания параметров создания КЭС на поверхностях (а – расширенный, б – укороченный варианты); к заданию значения „**Max Distortion Angle**” (в)

При создании КЭС будут учтены назначения относительно КЭС, сделанные заранее для точек и линий (см. Раздел 3.3.1). Однако на панели в секциях можно установить дополнительные параметры, которые будут иметь приоритет, если возникнут противоречия (все опции содержит расширенный вариант панели, см. рис.3.14-а):

- в секции „**Mesher**” (построитель сетки) можно выбрать „**Tri**” (все – треугольные) или „**Quads**”, т.е. предпочтительно четырехугольные КЭ, причем углы могут различаться на указанную в поле „**Cut Quads with Angle Deviation Above**” величину. Отключение опции „**Auto**” в режиме „**Subdivision**” позволяет управлять минимальным количеством КЭ между границами (**Min Element Between Boundaries**), допустимым соотношением между длинами сторон КЭ (**Max Element Aspect Ratio**): желательно не больше 10:1, допустимо <100:1, а также установить опцию быстрой разбивки границы при превышении указанного числа узлов на ней (**Quick-Cut boundaries with More Than ... Nodes**): иногда это улучшает созданную КЭС. Есть еще возможность применить быстрый построитель треугольной сетки (**Fast Tri**), а также треугольной сетки с максимальным учетом неплоскостности поверхностей (**3-D Tri**). В случае выбора опции „**Pre-v10 Meshing**” (построитель Femap 10-й версии) многие параметры станут недоступными, т.е. будут выбираться в автоматическом режиме;

- в секции „**Node Options**” (опции узлов) в случае, когда КЭ имеют промежуточные узлы, для более точного описания нелинейных границ тела желательно активизировать опции „**Midside Nodes**”, „**Move on Geometry**” (поместить промежуточные узлы на границах) и „**Max Distortion Angle**” (максимальный угол отклонения), указать (редактировать) его значение. Чем больше кривизна границы, тем больше значение этого угла (см. рис.3.14-в). **Внимание:** увеличение этого значения может увеличить погрешности будущих расчетов. Еще есть опция требуемой точности (**Tolerance**) расположения узлов на ребрах (**Connect Edge Nodes**);

- в секции „**Smoothing**” (сглаживание сетки) указывается алгоритм сглаживания сетки, когда узлы центрируются относительно соседних: узлов (**Laplacian**) или центров КЭ (**Centroidal**). Итерации проводятся, пока смещения узлов превышают значение „**Smooth To**”, но количество итераций ограничено величиной „**Max Iteration**”;

- в секции „**Offset**” (отступ КЭ от поверхности) можно выбрать один из вариантов: по отношению к верхней поверхности (**Top Face**), нижней поверхности (**Bottom Face**) или центральной линии (**Centerline**);

- в секции „**Mapped Meshing Options**” (опции создания сетки) во включенном состоянии можно установить максимально допустимое изменение углов (**Max Angle Deviation**) и минимально допустимое значение углов в КЭ (**Min Corner Angle**), а также подключить опции: попытки создания сетки с равным количеством КЭ на границах (**Split Quad Map**), с чередующимся (**Alternate**) или противоположным (**Right Bias**) направлением треугольных КЭ в создаваемых рядах КЭ;

- в секции „**Other**” (другие), кроме уже описанных выше опций, есть еще две опции: очистить сетку от вспомогательных элементов (**Post Meshing Cleanup**) и создать вокруг отверстия указанное (0 ... 3) количество слоев квадратичных элементов (**Quad Edge Layers**).

Результат – КЭС в виде четырехугольных или треугольных (или смешанная) двумерных (или осесимметричных) КЭ и узлов на их ребрах. КЭ имеют указанные в „**Property**” свойства, в частности созданы из указанного материала, имеют первый или второй порядок аппроксимации.

Внимание: при создании осесимметричной сетки необходимо учитывать, что ось вращения **Z** не должна пересекать контур КЭС, что не все варианты КЭ поддерживаются в различных типах краевых задач в Nastran (треугольные 2-го порядка – во всех). Круговые ребра вырождены в точки, а поверхности – в линии, поэтому потом силовые нагрузки нужно прикладывать к этим объектам как к исходным, т.е. учитывать их реальные длины и площади.

3.3.2.5 Создание двумерной конечно-элементной сетки на основе срединных поверхностей

Довольно часто „твердое” тело как бы составлено из нескольких тонких элементов с постоянной или кусочно-линейной толщиной. Такие тела тоже можно аппроксимировать двумерными КЭ на основе *срединных поверхностей* (СП). Хотя эти операции помещены в меню „**Geometry**”, все же СП целесообразно создавать именно при построении КЭС. **Внимание:** новые СП не всегда помещаются в уровень (**Layer**), которому принадлежат базовые для СП поверхности.

СП создаются командами (общую часть **Geometry**→**Midsurface**→ опускаем):

- **Single in Solid...** (единичная в теле): поочередно выбираются две поверхности, между которыми появляется СП, которая не выходит за границы тела;

- **Single...** (единичная): аналогично предыдущей, только СП прямоугольной формы и больше тела (иногда это нужно из соображений удобства);

- **Trim To Solid...** (можно обрезать излишки СП): последовательно выбрать СП, излишки которой удаляются, и соответствующее „твердое” тело. Излишками считаются меньшие части СП, что лежат в одной плоскости. Если излишки с экрана не исчезли, дать команду „**Ctrl+G**” или **Geometry**→**Midsurface**→**Cleanup...**;

- командой **Trim with Curve...** (разрезать линией) можно разрезать СП линиями, которые имеются на СП, причем линии автоматически удлиняются к границам СП. Такими линиями могут быть линии пересечения между СП (об их создании см. Раздел 2.2.3.4);

- **Extend...** (расширение): выбирается одно из ребер СП, на появившейся панели (см. рис.3.15) в секции „**Extend Shape**” (форма расширения) выбрать „**Linear**” (линейная) или „**Continuous Curvature**” (продолжение ис-

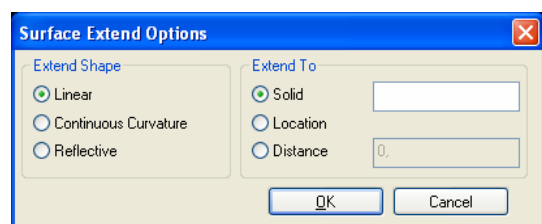


Рис.3.15. Диалоговая панель расширения СП

кривления) или „**Reflective**” (отражение), в секции „**Extend To**” (расширить до) выбрать „**Solid**” („твердое” тело) или „**Location**” (будет указываться точка) или „**Distance**” (на дистанцию) и указать эту дистанцию;

- **Automatic...**: сначала выбираются несколько поверхностей, потом задается максимальное допустимое расстояние между поверхностями, между которыми могут быть созданы СП. Появляются СП, на которых автоматически создаются линии их пересечений, а их излишки – удаляются автоматически;

- тремя отдельными командами, фактически заменяющими одну предыдущую: **Generate...** – создают СП, **Intersect...** – создают линии их пересечений, **Cleanup...** – удаляют излишки;

- **Offset Tangent Surfaces** (только для постоянной толщины): сначала выбирается базовая поверхность, затем запрашивается величина допуска, затем – величина отступа (вглубь от базовой поверхности). Если операция возможна, то запрашивается разрешение на удаление основного тела (можно и не разрешать).

Удаленные излишки помещаются в уровень „**Mid-Surfaces to Delete**”, из которого, при необходимости, можно частично вернуть СП, и который можно удалить.

Создание КЭС на СП – как в Разделе 3.3.2.4. Но если СП создано для части тела с постоянной толщиной, то командой **Assign Mesh Attributes...** можно назначить атрибуты КЭС для такой СП (фактически – только материал, поскольку при этом автоматически определяется тип КЭ – **PLATE**, и его толщина). Чтобы при этом получить КЭ 2-го порядка аппроксимации, необходимо на панели „**Automesh Surfaces**” (см. рис.3.14-а,б) в секции „**Node Options**” установить опцию „**Midside Nodes**”.

3.3.2.6 Создание трехмерной конечно-элементной сетки для „твердого” тела


В Nastran есть только один тип трехмерных КЭ – **SOLID** и несколько его модификаций. По форме он может быть (см. Приложение 3, рис.П3.6) *гексагональным* (8 углов и 6 поверхностей, **HEXA**) и (как вырожденные случаи гексагонального) *пятигранной призмой* (6 углов и 5 поверхностей, **CPENTA**) и *тетрагональным* (4 угла и 4 поверхности, **TETRA**); без промежуточных (1-го порядка аппроксимации) и с промежуточными узлами на ребрах (параболический, или 2-го порядка аппроксимации).

Для создания *тетрагональной* трехмерной КЭС на основе „твердых” тел есть команда **Mesh→Geometry→Solids...** Выбираются „твердые” тела. Если модель еще не имеет введенного материала, появляется диалоговая панель для его создания (см. рис.3.2-а). После создания материала появляется диалоговая панель „**Automesh Solids**” (см. рис.3.16-а), причем, если к этому моменту не было создано „**Property**” для „твердого” тела (КЭ типа **Solid**), то оно создается автоматически, с КЭ 1-го порядка аппроксимации. Для изменения порядка аппроксимации достаточно будет на панели „**Automesh Solids**” установить опцию „**Midside Nodes**”.

Если необходимое „**Property**” было создано раньше, диалоговая панель „**Automesh Solids**” (см. рис.3.16-а) появляется сразу.

На панели „**Automesh Solids**” можно:

- изменить начальный номер узлов и/или элементов, если это нужно (**Node ID**, **Elem ID**); изменить координатную систему;

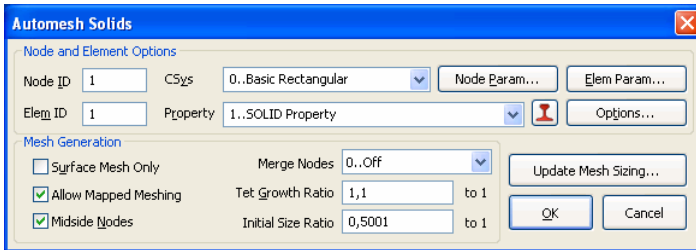
- выбрать (**Property**) или создать (кнопка , см. Раздел 3.2) „свойство” КЭ;

- установить опцию „**Midside Nodes**”, т.е. создавать (или применять) *промежуточные* узлы КЭ для аппроксимации геометрии тела (квадратичных функций формы КЭ). **Внимание:** КЭС с промежуточными узлами позволяет почти точно аппроксимировать криволинейные поверхности, обеспечивает более точное решение задачи, но приводит к значительному увеличению нужной дисковой и оперативной памяти и времени решения задачи;

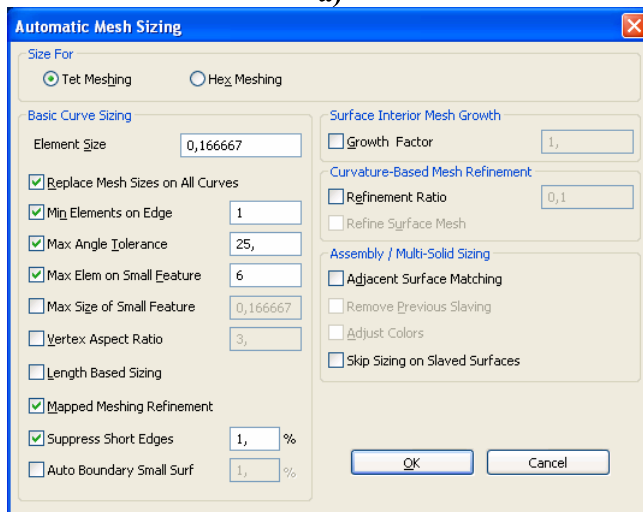
- установить опцию „**Surface Mesh Only**”, т.е. создать сетку только на поверхности тела (типа **PLOT ONLY**. После этого сетку можно отредактировать (см. Раздел 3.4) и на ее основе командой **Mesh→Geometry→Solids from Elements...** создать трехмерную КЭС);

- установить опцию „**Allow Mapped Meshing**”, т.е. пытаться создать сетку КЭ регулярно;

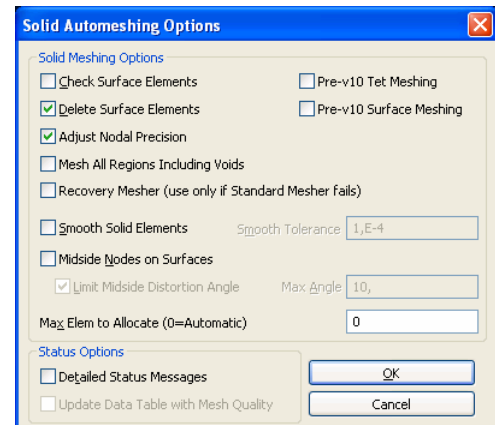
- изменить параметры узлов и/или КЭ;
- в поле „Merge Nodes” (объединить совпадающие узлы) выбрать одно из значений: „0..Off” (отключено), „1..New Nodes” (новые узлы) или „2..All Nodes” (все узлы);
- изменить значение „Tet Growth Ratio ... to 1”, т.е. коэффициента увеличения размеров КЭ (от поверхности – внутрь тела), и/или „Initial Size Ratio ... to 1”, т.е. коэффициента изменения размера начального КЭ.



а)



б)



в)

Рис.3.16. Диалоговые панели: а) – создания тетрагональной КЭС „твердого” тела; б) – задания размеров КЭС и других параметров процесса; в) – дополнительных опций

На панели „Automesh Solids” есть кнопка „Update Mesh Sizing...”, вызывающая диалоговую панель „Automatic Mesh Sizing” (см. рис.3.16-б) для дополнительной настройки процесса создания трехмерной КЭС.

На ней можно выбрать „Tet Meshing” или „Hex Meshing” (тетрагональные или гексагональные КЭ); указать: максимальный размер КЭ (**Element Size**); минимальное количество элементов на ребре (**Min Elements on Edge**); максимальный допустимый угол (**Max Angle Tolerance**, см. рис.3.9); максимальное количество (**Max Elem of Small Feature**) и размер (**Max Size of Small Feature**) КЭ в окрестности малых особенностей; коэффициент уменьшения для вершины (**Vertex Aspect Ratio**). Еще на ней можно установить опцию „Replace Mesh Sizes on All Curves” (заменить размеры сетки на всех кривых), т.е. отменить предыдущую разметку поверхностей и ребер; опции „Length Based Sizing” (разметка, основанная на длине), „Mapped Meshing Refinement” (упорядоченное создание сетки), „Suppress Short Edges” (подавление коротких кромок, с процентным размером этих кромок) и „Auto Boundary Small Surf” (автоматически находятся границы малых поверхностей (задается процент малости), эти поверхности объединяются с соседними „большими” поверхностями). Последние опции могут улучшить созданную КЭС.

Есть и другие параметры: в секции „Surface Interior Mesh Growth” – коэффициент изменения размера КЭС на внутренней части поверхности (**Growth Factor**); в секции „Curvature-Based Mesh Refinement” включенная опция „Refinement Ratio” укажет на то, что в зонах большой кривизны базовую сетку необходимо изменить соответственно указанному ко-

эффиценту, а опция „**Refine Surface Mesh**” – что после этого КЭС необходимо еще раз оптимизировать. Кроме того, на ней в секции „**Assembly / Multi-Solid Sizing**” (Трансляция / размеры для нескольких тел) можно установить опции: „**Adjacent Surface Matching**” (выравнивать положение узлов на сопредельных поверхностях) и „**Skip Sizing on Slaved Surfaces**” (игнорировать разметку КЭС на подчиненных поверхностях) – только для случая „**Tet Meshing**”; „**Remove Previous Slaving**” (удалить предыдущее соподчинение) и „**Adjust Colors**” (корректировать цвета).

При создании КЭС будут учтены назначения относительно КЭС, сделанные заранее (см. Раздел 3.3.1). Однако на панели „**Automesh Solids**” есть электронная кнопка „**Options**”, которая вызывает диалоговую панель „**Solid Automeshing Options**” (см. рис.3.16-в), где можно еще установить дополнительные опции:

- „**Check Surface Elements**” и „**Delete Surface Elements**”: проверить и удалить поверхностные КЭ. Напомним, что поверхностные КЭ создаются как вспомогательные, поэтому их все равно придется удалять;
- „**Adjust Nodal Precision**”: корректировать узловую точность;
- „**Mesh All Regions Including Voids**”: создавать сетку во всех без исключения областях;
- „**Recovery Mesher (use only if Standard Mesher fails)**”: восстановить сетку (использовать только при неудаче стандартного построителя КЭС);
- „**Smooth Solid Elements**”: сгладить трехмерные КЭ с погрешностью „**Smooth Tolerance**”;
- „**Midsides Nodes on Surface**”: поместить промежуточные узлы КЭ на поверхности тела. **Внимание:** это обязательно нужно делать, если тело имеет криволинейные поверхности. При этом можно задать предельное значение изменения углов при этих узлах (**Limit Midside Distortion Angle**) величиной „**Max Angle**”;
- „**Max Elem to Allocate (0 = Automatic)**”: максимальное количество создаваемых КЭ;
- „**Detailed Status Messages**”: вывести подробную информацию;
- „**Update Data Table with Mesh Quality**”: обновить таблицу данные с учетом изменений КЭС;
- „**Pre-v10 Tet Meshing**” и „**Pre-v10 Surfaces Meshing**”: использовать альтернативные построители трехмерной и/или поверхностной сетки, появившиеся в Femap версии 10.

Кроме описанного выше, трехмерную тетрагональную КЭС можно получить на основе поверхностей, создающих *замкнутое* пространство. Дается команда **Mesh→Geometry→Solids from Surfaces...** или **Mesh→Geometry→Solids from Elements...**, выбираются поверхности (поверхностные КЭ), появляется диалоговая панель „**Automesh Solids**” (см. рис.3.16-а). Ее параметры рассмотрены выше, но значительная часть из них недоступна.

Гексагональная КЭС позволяет получить более точные результаты, но не всегда может быть создана быстро, поскольку требует гексагональных (восьмиугольных) очертаний тела. Цель можно достичь, проводя „*рассечение тела с соответствием*” (см. Раздел 2.2.5.2) на восьмиугольные части с последующим одновременным созданием КЭС и сшиванием в единую КЭС.

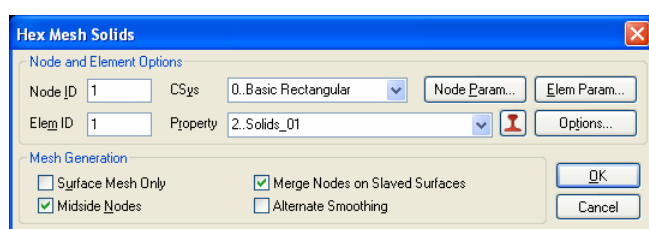


Рис.3.17. Диалоговая панель создания гексагональной КЭС „твердого” тела

Для создания *гексагональной* КЭС дается команда **Mesh→Geometry→HexMesh Solids...**, выбираются „*твердые*” тела, появляется диалоговая панель „**Hex Mesh Solids**” (см. рис.3.17). Она почти аналогична рассмотренной панели „**Automesh Solids**” (см. рис.3.16-а), за исключением опций:

- „**Merge Nodes on Slaved Surfaces**”: объединить совпадающие узлы на сопредельных и/или подчиненных поверхностях;

- „**Alternate Smoothing**”: применить альтернативный (относительно обычного) алгоритм сглаживания КЭС. Это может помочь получить гексагональную сетку тогда, когда это не удалось обычным алгоритмом.

Результат – КЭС в виде (на экране) четырехугольных и/или треугольных граней трехмерных КЭ, выходящих на поверхности тела, и узлов в их вершинах и на их ребрах. КЭ имеют указанные в „**Property**” свойства, в частности „созданы” из указанного материала.

3.3.2.7 Создание трехмерной конечно-элементной сетки на основе объема

Дается команда „**Mesh→Geometry→Volume...**”, выбираются объемы, появляется диалоговая панель „**Geometry Mesh Options**” (см. рис.3.13-б). На ней будут активными почти все опции, поэтому, кроме рассмотренных в Разделе 3.3.2.2 действий, можно:

- в секции „**Element Shape**” выбрать форму КЭ: „**Tetra**” (тетраэдр, 4 грани), „**Wedge**” (призма с треугольной основой, 5 граней) или „**Brick**” (гексаэдр, 6 граней). Для КЭ типа „**Tetra**” и „**Wedge**” еще можно указать направление наклона граней: „**Right Bias**” (правое), „**Left Bias**” (левое) или „**Alternate Tri**” (смешанное);

- установить опцию „**Merge Nodes**”, чтобы объединить совпадающие узлы.

3.3.2.8 Создание конечно-элементной модели конструкции из разных материалов

Довольно часто цельная конструкция создается из разных материалов: покрытием, свариванием или „жестким” соединением (посадкой с натягом, болтовым соединением и т.п.). Поэтому возникает необходимость в создании конечно-элементной модели из разных материалов.

Не смотря на то, что в FEMAP при автоматическом создании конечно-элементной сетки всегда *все* одновременно созданные КЭ будут иметь *одинаковый* материал (через одинаковое „**Property**”), есть возможности для достижения желанной цели.

Сначала необходимо создать конструкцию как *единое* „твердое” тело (при необходимости – объединить отдельные части с помощью команды **Geometry→Solid→Add...**, см. Раздел 2.2.5.2).

Первый вариант:

- с помощью команды **Geometry→Solid→Slice Match...** разрезать это тело на части, каждая из которых в дальнейшем должна иметь свой материал, т.е. „разрезать с соответствием” (см. Раздел 2.2.5.2);

- создать нужные материалы, записать их в библиотеку (кнопкой „**Save...**”). Если материалы созданы ранее – „загрузить” их (кнопкой **Load...** или **Copy...**);

- создать „**Property**” с одним из введенных материалов;

- создать автоматически сетку КЭ для *всех* частей тела одновременно, выбрав для них созданное ранее „**Property**”. При этом на поверхностях, которые разрезали тело „с соответствием”, узлы конечно-элементной сетки получают *разные* номера, но (почти) *одинаковые* координаты, т.е. они – совпадающие;

- объединить эти узлы с помощью команды **Tools→Scheck→Coincident Nodes...**, (аналогично описанному в Разделе 2.2. 6.3 для точек); узлы выбирать кнопкой „**Select All**”. Объединение можно провести и при создании КЭС, включив соответствующую опцию;

- с помощью команды **Modify→Update Elements→Material ID...** выбрать *любой* КЭ из той части тела, где нужно изменить материал, и на появившейся панели „**Select Material for Update**” выбрать со списка активизированных материалов нужный материал. *Все* КЭ данной части конструкции изменят материал на указанный, автоматически будет создано новое „**Property**”.

Второй вариант:

- выполнить первые два пункта первого варианта;

- создать нужное количество „**Property**”, отличающихся лишь материалами;

• с помощью команды **Modify**→**Update Elements**→**Property ID...** выбрать КЭ, в которых необходимо изменить материал, и на появившейся панели „**Select Property for Update**” выбрать со списка активизированных „**Property**” нужное.

Этот вариант не всегда удобнее первого, поскольку в нем необходимо безошибочно выбрать все КЭ, где будет изменяться „**Property**” (если по какой-то причине нельзя использовать метод выбора КЭ „**In Solid/Volume**”).

Итак, вся конструкция будет состоять из нескольких „твердых” тел из разных материалов, „сшитых” в узлах на поверхностях рассечения в единую конечно-элементную модель.

3.4 Создание конечно-элементной модели тела без геометрической модели

КЭС можно создавать и без геометрической модели. Более того, некоторые КЭ можно создать только так (**MASS**, **MASS MATRIX**, **STIFFNESS MATRIX** и **SLIDE LINE**).

Создание отдельных узлов почти во всем аналогично созданию точек (см. Раздел 2.2.2), только команда – другая: **Model**→**Node...**

Внимание: при дальнейшем формулировании краевой задачи довольно часто значительное упрощение и ускорение процесса задания граничных условий на поверхностях КЭ и в узлах достигается приложением этих условий к геометрическим объектам модели (**Point**, **Curve**, **Surface**, **Solid**). Но геометрические объекты передают ГУ к КЭС только тогда, когда объекты КЭС и геометрические объекты „ассоциированы”. Такая ассоциация назначается автоматически, если КЭС создана на основе геометрической модели. Когда КЭС создается иным образом, то такой ассоциации автоматически не возникает. В Разделе 4.1.2 описана процедура создания ассоциаций.

3.4.1 Создание конечно-элементной сетки на основе полного набора узлов

Отдельные КЭ на основе полного набора узлов (или точек) можно создать с помощью команды **Model**→**Element...** Появляется диалоговая панель с характерным началом названия „**Define ...**”. Ее вид соответствует типу КЭ (см. рис.3.18), который можно изменить (кнопка „**Type...**”). На панели можно:

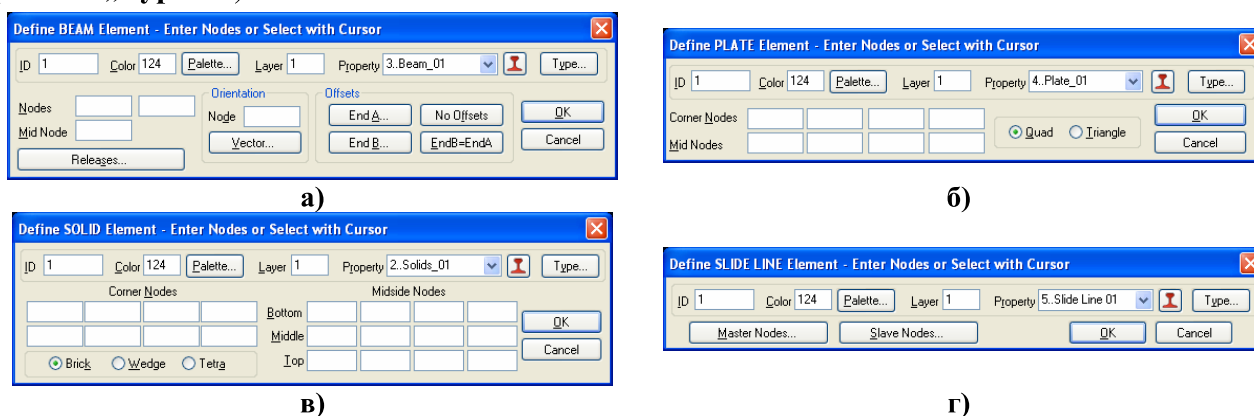



Рис.3.18. Характерный вид диалоговых панелей для создания КЭ на основе узлов

• назначить другой **ID**, цвет, уровень; выбрать ранее созданное или создать (кнопка , см. Раздел 3.2) „**Property**”;

• для одномерных КЭ типов **CURVED TUBE**, **BAR**, **BEAM**, **CURVED BEAM** и **GAP** в секции „**Orientation**” (рис.3.18-а) ввести дополнительный узел (или вектор), определяющий его ориентацию (см. рис.П3.1 в Приложении 3);

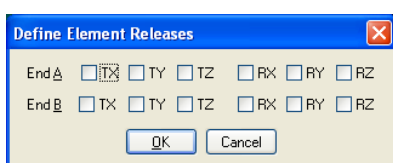
• для одномерных КЭ типа **BEAM** и **CURVED BEAM** в секции „**Offset**” (рис.3.18-а) назначить на обоих концах расстояния (рис.П3.1 Приложения 3); кнопкой „**Releases...**” вызвать диалоговую панель „**Define Element Releases**” (рис.3.19-а), где можно запретить некоторые степени свободы узлов на концах КЭ;

• для двумерных КЭ всех типов (рис.3.18-б) и осесимметричного КЭ указать количество угловых узлов: „**Quad**” (четыре) или „**Triangle**” (три); для трехмерного (рис.3.18-в) –

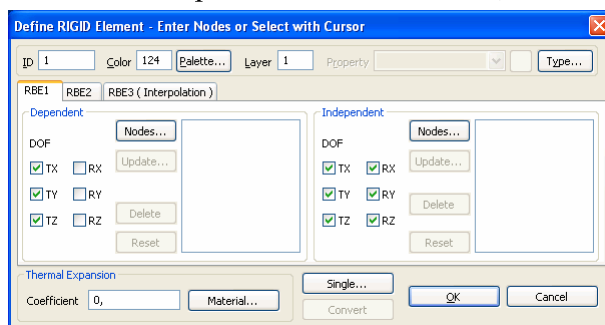
форму КЭ: „**Brick**” (гексаэдр, 6 граней), „**Wedge**” (призма с треугольной основой, 5 граней) или „**Tetra**” (тетраэдр, 4 грани);

- ввести номера узлов, на основе которых будет создаваться КЭ (рис.3.18), причем для всех типов КЭ, кроме случая, изображенного на рис.3.18-г, если оставить поля с номерами узлов пустыми, то после команды „**OK**” появится стандартный диалог выбора узлов. **Внимание:** порядок назначения номеров узлов должен соответствовать шаблону нумерации узлов в КЭ (см. Приложение 3);

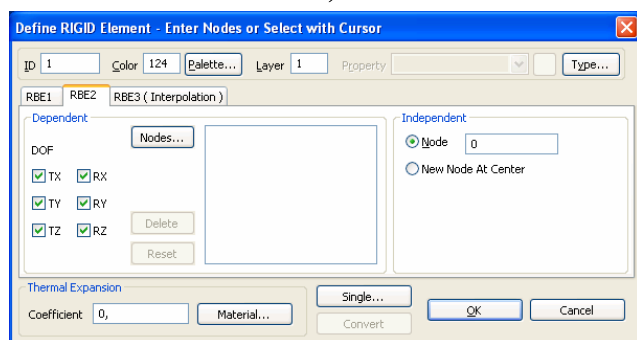
- для КЭ типа **SLIDE LINE** (см. рис.3.18-г) сформировать наборы *ведущих* (кнопка „**Master Node...**”) и *ведомых* (кнопка „**Slave Node...**”) узлов, причем каждый такой набор должен иметь одинаковое количество узлов, а направление обхода – против часовой стрелки. **Внимание:** а) плоскость, в которой расположен этот (плоский) КЭ – только **XY**, поэтому, если нужно, необходимо ввести локальную систему; б) этот КЭ в своей плоскости должен быть „растянут” вдоль *всей возможной поверхности* контакта. Подробнее – в Разделе 8.1;



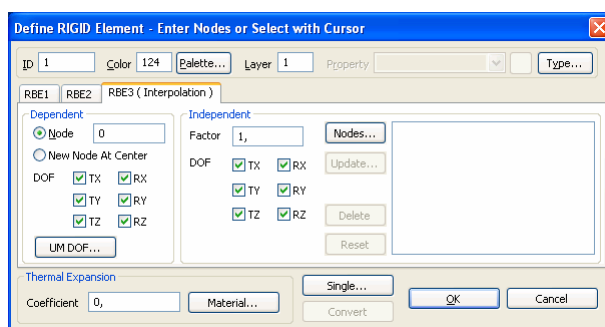
а)



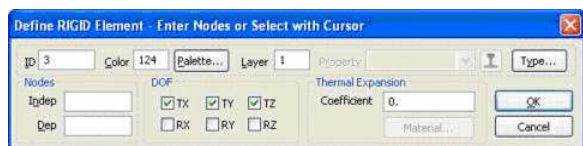
б)



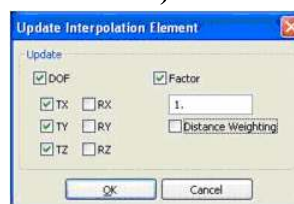
в)



г)



д)



е)

Рис.3.19. Характерный вид диалоговых панелей:

а) – задание запрещенных степеней свободы на концах КЭ; б, в, г) – создание КЭ типа RIGID

- для КЭ типа **RIGID** есть три варианта (см. рис.3.19-б,в,г). КЭ типа **RBE1** могут вводить связи произвольного количества узлов КЭС. С помощью кнопок „**Nodes...**” следует в секциях сформировать списки „зависимых” (**Dependent**) и „независимых” (**Independent**) узлов, назначить им связываемые степени свободы (**DOF**), причем *общее количество DOF „независимых” узлов должно быть равным шести*; назначить коэффициент теплового расширения в поле „**Coefficient**” или скопировать его значение из базы материалов с помощью кнопки „**Material...**”. КЭ типа **RBE2** могут связываться с одним „независимым” узлом КЭС, причем опция „**New Node At Center**” позволяет создать новый узел в геометрическом центре „зависимых” узлов. Кнопка „**Single...**” вызовет панель, изображенную на рис.3.19-д. КЭ типа **RBE3** моделирует перемещение, интерполированное из перемещений связанных узлов как

среднее взвешенное, причем весовой коэффициент можно назначить для каждого „независимого” узла. Кнопка „**UM DOF**” позволяет назначить для КЭ типа **RBE3** дополнительное „**DOF**” (для ликвидации некоторых проблем, описанных в руководстве **Nastran Quick Reference Guide**). Опция „**Distance Weighting**” позволяет назначать весовой коэффициент в зависимости от расстояний. Опция „**Convert**” позволяет преобразовать КЭ из типа **RBE2** в тип **RBE3** или наоборот. Более подробно об этом типе КЭ – в Разделе П3.4.3. О другом варианте создания связей – в Разделе 6.1.2.4.

3.4.2 Создание конечно-элементной сетки на основе опорных узлов

В FEMAP есть инструменты создания КЭС на основе малого количества опорных узлов. Это такие варианты:

- **Mesh→Between...** (между угловыми узлами): одномерная (между двумя), двумерная (между тремя или четырьмя) или трехмерная (между 4...8) узлами КЭС первого или второго порядка аппроксимации. КЭ создаются на основе параметрического описания линии, поверхности или объема. Вызывается диалоговая панель „**Generate Between Corners**” (см. рис.3.20-а). На ней в секции „**Node and Element Options**” кроме уже известных есть опция „**GenClockwise**” (генерировать узлы по часовой стрелке – для цилиндрической и сферической систем координат); в секции „**Generate**” нужно указать, что создавать: узлы, КЭ (если узлы уже есть) или одновременно узлы и КЭ (**Both**); в секции „**Corners**” – количество опорных узлов; в секции „**Mesh Size**” – количество узлов (**#Nodes**) и параметры (**Bias**) увеличения размеров КЭ (здесь направление **Dir1** – от 1-го до 2-го узла), а также можно установить опцию „**Geometric Bias**” (геометрическая пропорция). Если создаются только КЭ (узлы уже есть), то нужно будет указать первый узел (**First Corner Node**), приращение номеров (**Node Increment**) и их количество (**#Nodes**). Форма КЭ зависит от размерности, выбирается в секции „**Element Shape**”: для одномерного – линия (**Line**), для двумерного – треугольник (**Tri**) или четырехугольник (**Quad**), для трехмерного – как в Разделе 3.3.2.7. Номера опорных узлов можно ввести в соответствующие поля секции „**Corner Nodes**”, или, если оставить поля с номерами узлов пустыми, то после команды „**OK**” появится стандартный диалог выбора узлов. **Внимание:** порядок расположения узлов – против часовой стрелки, а для трехмерной – как на рис.2.17;

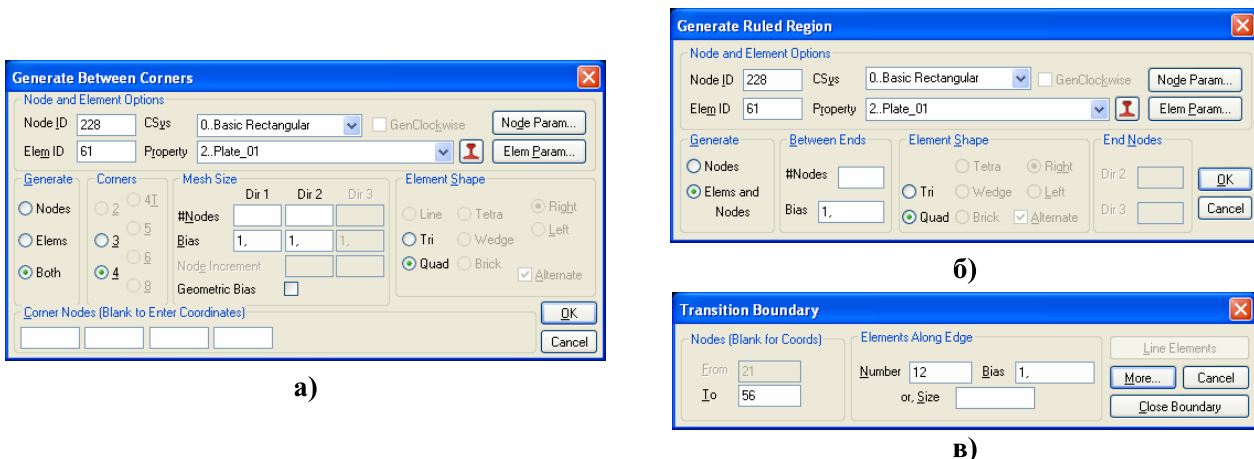


Рис.3.20. Характерный вид диалоговых панелей создания КЭ:

а) – между угловыми узлами; б) – между двух групп узлов; в) – двумерной нерегулярной между угловыми узлами с разметкой контура

- **Mesh→Region...** (между двух групп противостоящих узлов, причем группы имеют *одинаковое* количество узлов): сначала выбираются узлы 1-ой группы, потом (в том же порядке!) – 2-ой. Появляется диалоговая панель „**Generate Ruled Region**” (см. рис.3.20-б), на которой вводятся необходимые данные. **Внимание:** значения в полях „**Dir 2**” и „**Dir 3**” (когда они активны) должны быть равны количеству узлов в этих направлениях. В результате пространство между группами узлов заполняется КЭ выбранного типа, первого или второго порядка аппроксимации в зависимости от „**Property**” и выбранного количества узлов. КЭ


создаются на основе параметрического описания линии, поверхности или объема. #Nodes – количество узлов в направлении от одной группы узлов ко второй, включая узлы этих групп;

- **Mesh→Transition...** (создание нерегулярной двумерной КЭС на основе 3-х или 4-х угловых узлов и разметки контура): на диалоговой панели „**Transition Boundary**” (см. рис.3.20-в), указываются начальный (**From**) и конечный (**To**) углы (узлы) будущего контура, количество КЭ вдоль (прямой) линии контура, коэффициент увеличения размера КЭ (**Bias**) или ориентировочный размер КЭ (**Size**). Подается команда продолжения (кнопкой „**More...**”) или, на заключительном этапе, – „закрытия” контура „**Close Boundary**” (становится активной на третьем контуре). Появится диалоговая панель „**Generate Boundary Mesh**” (аналогичная панели, изображенной на рис.3.14-а, но с меньшим набором опций), где назначается или выбирается „**Property**” КЭ. **Внимание:** если этой процедурой КЭ добавляются в уже существующую КЭС, то на стыке возникают совпадающие узлы, их нужно объединить аналогично рассмотренном в Разделе 2.2.6.3. для точек (команда **Tools→Check Coincident Nodes...**).

3.4.3 Создание конечно-элементной сетки на основе операций выдавливания, вращения и вытягивания

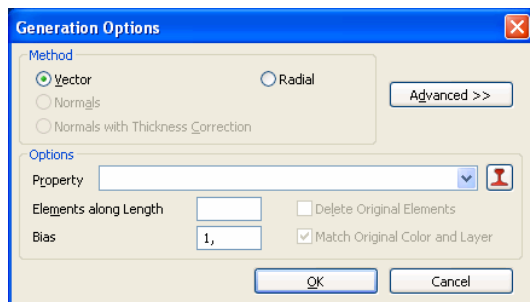
В FEMAP есть инструменты создания КЭС на основе операций выдавливания (команда **Mesh→Extrude→**), вращения (**Mesh→Revolve→**) и вытягивания (**Mesh→Sweep→**). Основой для создания КЭС являются кривые с *разметкой* количества КЭ (**→Curve...**), КЭ низшей размерности (**→Elements...**) или поверхности КЭ (**→Element Face...**).

Это такие варианты:

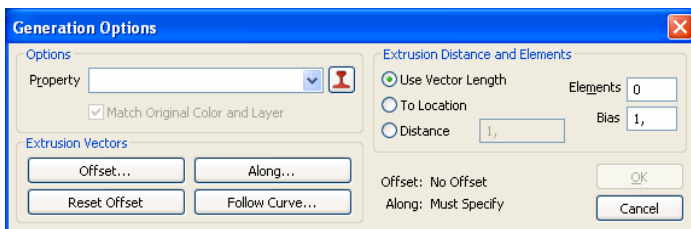
- „выдавливание” двумерных КЭ как результат заполнения конечными элементами поверхности, которая образовывается при перемещении кривых (команда **Mesh→Extrude→Curve...**). Выбираются кривые с *разметкой* количества КЭ (могут иметь ранее созданные КЭ, которые назовем „опорными”), появляется диалоговая панель „**Generation Options**” (см. рис.3.21-а). Нужно выбрать ранее созданный вариант свойства *двумерного* КЭ или задать новый (кнопка ) , ввести количество КЭ вдоль направления выдавливания (**Elements along Length**) и выбрать метод задания направления. Если дать команду „**OK**” для варианта „**Vector**”, то появится стандартный диалог задания *направления* вектором, причем указанная *длина* этого вектора будет длиной выдавливания. После этого будут созданы (выдавлены) новые КЭ с *равномерным* шагом. Если вместо „**OK**” инициировать кнопку „**Advanced>>**”, панель „**Generation Options**” модифицируется (см. рис.3.21-б). На ней можно дополнительно установить: увеличение размера КЭ в направлении выдавливания (в поле „**Bias**”), направление выдавливания *вектором* (с помощью кнопки „**Along...**”) или *вдоль* прежде созданных (желательно – размеченных под количество КЭ) *линий* (прямых или кривых, с помощью кнопки „**Follow Curve...**”). Если направление указывается вектором (не кривой), то длину выдавливания можно установить: длиной вектора (**Use Vector Length**); существующим объектом (**To Location**), причем появится стандартное диалоговое окно для выбора объекта (точки, узла и т.п.), а реальная длина выдавливания определяется проекцией положения объекта на направление вектора; величиной „**Distance**” (введенная длина вектора будет игнорироваться). С помощью кнопки „**Offset...**” можно указать (вектором) расстояние от выбранных кривых (с „опорными” КЭ), на котором будут создаваться новые КЭ. Когда все необходимые назначения будут сделаны, становится активной кнопка „**OK**”. После создания КЭ снова появится диалоговая панель „**Generation Options**” для продолжения процесса, причем база начала создания новых КЭ будет перенесена на конец предварительно созданных КЭ. **Внимание:** если были „опорные” КЭ, то они не удаляются, а созданные двумерные КЭ будут иметь первый порядок аппроксимации;

- „выдавливание” двумерных или трехмерных (**Mesh→Extrude→Element...**) КЭ из ранее созданных одномерных или двумерных КЭ соответственно. Выбираются „опорные” *однотипные* КЭ, появляется диалоговая панель „**Generation Options**” (см. рис.3.21-а), на которой уже будут доступны опции секции „**Parameters**”, где можно выбрать вариант „**Match Original Entities**” (цвет и уровень новых КЭ будут соответствовать „опорным” КЭ) или „**Use**

Current Setting” (использовать текущие назначения в „**Property**”). Если опорные КЭ – одномерные, то следующие действия – аналогичны описанным выше. Если опорные КЭ – двумерные, то направление можно выбирать не только вектором, но и нормалью к их поверхности (**Normals**) или нормалью с коррекцией толщины КЭ, что создаются, вдоль всей поверхности (**Normals with Thickness Correction**). Последнее имеет значение для двумерных КЭ на криволинейной поверхности. Когда направление задается нормалью, еще будет необходимо задать длину вытеснения (на появившейся панели „**Offset Extrusion**”), причем знак „+” или „-” укажет направление процесса выдавливания. Если активизировать опцию „**Delete Original Elements**” (удалить оригинальные КЭ), после создания новых КЭ появится запрос: удалять их, или нет. **Внимание:** порядок аппроксимации КЭ (первый или второй, т.е. „**Parabolic**”) определяется „опорными” КЭ и „**Property**”;



а)



б)

Рис.3.21. Диалоговые панели опций выдавливания КЭ

осью вращения, хотя и могут на ней заканчиваться;

- на основе процедуры *вытягивания*, которая почти аналогична процедуре выдавливания, описанной выше, с одним отличием: траектория создания КЭ задается заранее созданными *размеченными непрерывными* линиями. Есть вариант вытягивания КЭ с применением линий (команда **Mesh→Sweep→Curve...**) или одномерных или двумерных КЭ (команда **Mesh→Sweep→Element...**). Сначала (соответственно команде) выбираются „опорные” кривые или *однотипные* КЭ, потом – кривые будущей траектории. Появляется диалоговая панель „**Generation Options**” (см. рис.3.22), на которой почти все опции рассмотрены выше.

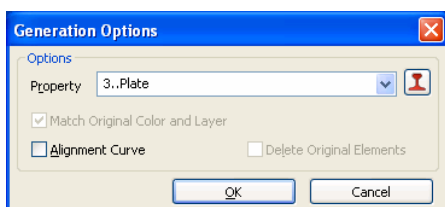


Рис.3.22. Диалоговая панель опций вытягивания КЭ

Отличие от случая **Mesh→Extrude→...** состоит в том, что ребра новых КЭ будут *касательными* к траектории перемещения. Опцию „**Alignment Curve**” нужно активизировать, когда траектория перемещения – пространственная *не плоская* кривая, чтобы задать дополнительный объект (линию), относительно которой будут ориентироваться создающиеся КЭ (**alignment** – выравнивание).

Еще есть возможность проводить описанные выше процедуры выдавливания, вращения и вытягивания, когда опорными объектами являются поверхности двумерных или трехмерных КЭ (**Mesh→Sweep→Element Face...**), которые выбираются с помощью диалога „**Select Element Faces**” (см. рис.3.23-а). На ней ID КЭ и номер его стороны можно вводить в список:

- на основе процедуры *вращения*, когда основой являются ранее созданные и размеченные кривые (команда **Mesh→Revolve→Curves...**) или одномерные или двумерные КЭ (команда **Mesh→Revolve→Elements...**). Выбираются *незамкнутые* кривые или „опорные” КЭ, появляется описанная выше диалоговая панель „**Generation Options**” (см. рис.3.21-а). После проведения всех назначений и команды „**OK**” указывается вектор, относительно которого проводить вращение, а также угол вращения (**Rotation Angle**) и, если нужно, смещение (**Translation Distance**) *последних* узлов новых КЭ вдоль указанного вектора (винтообразное вращение). **Внимание:** опорные объекты не должны пересекаться с

- путем выбора КЭ на рабочей плоскости „мышью”;
- набором на клавиатуре нужных номеров и команды „<<Add” (добавить);
- группой КЭ с одинаковым номером поверхности КЭ: кнопкой „Multiple...” вызывается стандартный диалог выбора КЭ, после чего появляется диалоговая панель „Face Selection for Elemental Loads” (см. рис.3.23-б), где номер поверхности КЭ вводится в поле „Face”.

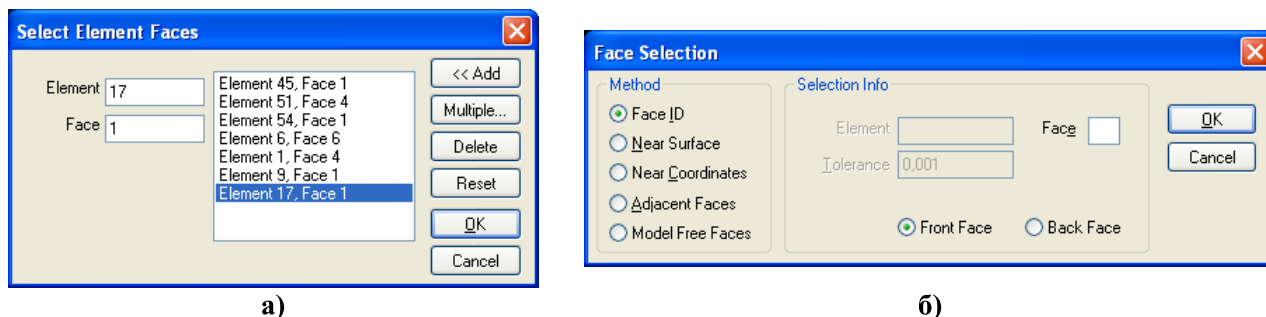


Рис.3.23. Диалоговые панели выбора поверхностей КЭ

Внимание: при выдавливании или вытягивании трехмерных КЭ из двумерных КЭ с кривой поверхностью или вдоль *нелинейной* кривой проводится соответствующее корректирование длин ребер новых трехмерных КЭ, которое не всегда геометрически возможно (отрицательная длина является ошибкой).

3.4.4 Создание трехмерной конечно-элементной сетки на основе двумерных конечных элементов

Трехмерную *тетрагональную* КЭС можно получить на основе двумерной КЭС, которая создает *замкнутое* пространство. Дается команда **Mesh→Geometry→Solids from Elements...**, выбираются „опорные” КЭ (часто это все КЭ), появляется уже знакомая диалоговая панель „Automatic Mesh Sizing” (см. рис.3.16-а). Параметры, что задаются на ней, рассмотрены в Разделе 3.3.1.1. После команды „OK” (на создание КЭС) может появиться панель с вопросом: превращать ли исходные КЭ в треугольные. Если не согласиться, то КЭС создаваться не будет.

С помощью команды **Mesh→Geometry→HexMesh from Elements...** можно создать *гексагональную* КЭС или КЭ в виде *шестигранных* и *пятигранных* призм на основе двумерной КЭС в составе четырехугольных или треугольных КЭ соответственно, причем должно быть одно или большее количество *пар* поверхностей, между которыми создается новая КЭС в виде указанного количества слоев КЭ.

Поверхности каждой пары не должны лежать в одной плоскости. На них нужно иметь двумерную КЭС, с подобным заполнением и с одинаковым количеством КЭ. Сначала выбираются КЭ из поверхностей „основы” (**Elements on Base**), потом – соответствующие им КЭ из „верхних” поверхностей (**Elements on Top**). Поскольку порядок следования КЭ при выборе не имеет значения, то удобно установить метод выбора КЭ как „КЭ на поверхности” (**on Surface**). Впрочем, не всегда нужны все КЭ, что есть на поверхности.

Когда все необходимые КЭ выбраны, появляется вопрос „**OK to Automatically match Top and Bottom Meshes ?**” (автоматизировать нахождение КЭС обеих слоев ?), на которое можно дать ответ „Да” или „Нет”. Если „Нет”, то придется дополнительно выбирать один из узлов где-то *на границе* поверхности „основы”, потом – *соответствующий* ему узел на границе „верхней” поверхности. В конце указывается количество слоев КЭ, что будет помещено между поверхностями (**Layers Between Base and Top**). Все опорные двумерные КЭ автоматически удаляются.

Внимание: каждая порция КЭ, созданных описанным выше образом, является *отдельным* блоком КЭ. Для соединения КЭ в единую КЭС нужно объединить совпадающие узлы, аналогично рассмотренному в Разделе 2.2.6.3 для точек (команда **Tools→Check Coincident Nodes...**).

3.5 Модификация конечно-элементной модели тела

Довольно часто созданную КЭС нужно модифицировать: вводить дополнительные связи, изменять размеры КЭ, объединять их или, наоборот, разделять на несколько новых КЭ и т.п.

3.5.1 Создание связей между узлами

Как это было указано в Разделе 1.6, если задача характеризуется полной циклической симметрией, когда циклически повторяются как геометрия, так и условия нагрузки, то необходимо моделировать лишь характерную часть конструкции (вырезать поверхностями), создавать такую КЭС, чтобы узлы на этих поверхностях расположились одинаково, потом для соответствующих узлов КЭС на этих поверхностях вводить связи (чтобы они имели одинаковые решения). Есть и другие случаи, когда необходимо создавать связи между узлами.

Внимание: чтобы эти связи потом не мешали изображению КЭС, целесообразно для них заранее создать отдельный уровень (**Layers**), который потом при создании связей выбирать с помощью кнопки „**Elem Param...**”.

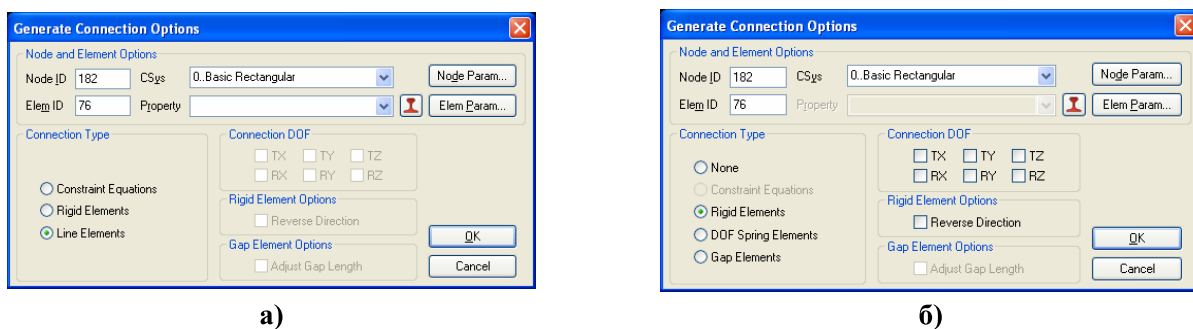


Рис.3.24. Характерный вид диалоговых панелей создания связей для команд:
а) – **Closest Link...** и **Multiple...**; б) – **Unzip...** и **Coincident Link...**

Диалоговая панель „**Generate Connection Options**” (см. рис.3.24) – почти одинаковая для всех команд группы **Mesh→Connect**. На ней в секции „**Connection Type**” выбирается тип связи: „**None**”, „**Constraint Equations**” (формульный) или один из типов КЭ („**Rigid**”, „**Line**”, „**DOF Spring**” или „**Gap**”); назначается „**Property**” (надо выбрать или создать). Для жесткого КЭ „**Rigid**” еще необходимо назначить связываемые степени свободы. Чтобы формульная связь была активной, необходимо заранее командой **Model→Constraint→Equation** задать формулу (см. Раздел 5.1.2.3). Для КЭ типа „**Rigid**” есть опция „**Reverse Directory**” (изменить направление), а для КЭ типа **GAP** – „**Adjust Gap Length**” (приспособить размер зазора).

Итак, для создания связей между узлами есть группа команд **Mesh→Connect→**, которые различаются способом выбора узлов (указанную общую часть команды опускаем):

- **Closest Link...** (близкая связь): поочередно выбираются узлы двух групп, между которыми попарно по принципу „близкого узла” будут создаваться связи;
- **Multiple...** (множественная связь): после назначения свойств связи в диалоговом режиме указываются пары узлов, что связываются;
- **Unzip...** (разъединение): выбираются КЭ, потом – их *общие* узлы, что будут разъединяться, потом указываются свойства связей между выбранными узлами. Команду обычно применяют для разъединения КЭС тела на связанные или несвязанные (**None**) части;
- **Coincident Link...** (в совпадающих узлах: выбираются узлы, назначается максимальное расстояние между узлами, которые будут связаны).

3.5.2 Редактирование конечно-элементной сетки

В FEMAP редактирование реализовано только для сеток из двумерных КЭ. Есть два режима: „**Interactive**” и „**Split**”.

Командой **Mesh→Editing→Interactive...** вызывается диалоговая панель „**Mesh Editing**” (см. рис.3.25-а). На ней выбирается один из вариантов разделения КЭ на несколько КЭ,

потом на рабочем поле FEMAP с помощью „мыши” выбирается нужный КЭ и нажимается левая кнопка „мыши” – КЭ визуально делится на части. Кнопка „**Undo**” отменяет разделение последнего КЭ. Если опцию „**Merge**” сделать активной, то будут объединены все совпадающие узлы КЭС. Реальное разделение проводится после команды „**Done**”.

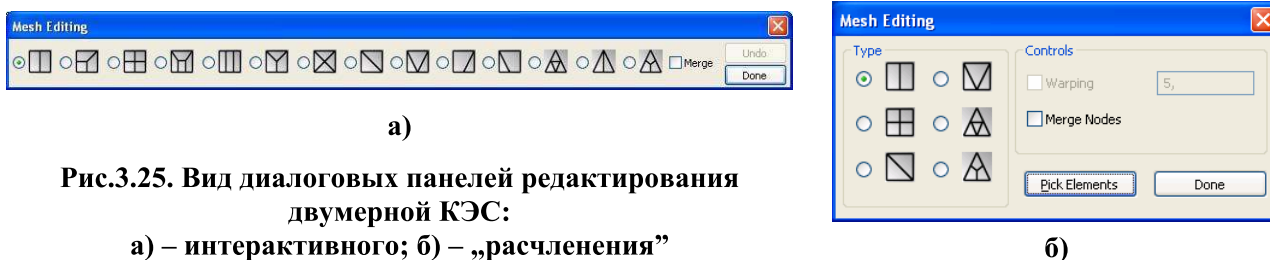


Рис.3.25. Вид диалоговых панелей редактирования двумерной КЭС:

а) – интерактивного; б) – „расчленения”

Командой **Mesh**→**Editing**→**Split...** вызывается несколько другая диалоговая панель, но с тем же названием (см. рис.3.25-б). На ней также выбирается один из вариантов разделения КЭ на несколько КЭ, потом кнопкой „**Pick Element**” вызывается стандартная панель для выбора КЭ. Назначение опции „**Merge Nodes**” такое же, как и опции „**Merge**” на рис.3.25-а. Когда пополам делятся КЭ с 4-мя углами, то становится доступной опция „**Warping**”, назначение которой подробно описано в Разделе 3.6.4. Реальное разделение проводится после команды „**Done**”.

Внимание: наличие в КЭС тела „висячих” узлов (узел на границе двух КЭ является узлом лишь одного из этих КЭ) равнозначно наличию разреза (трещины) в теле, что приводит к локальному очень значительному концентратору напряжений.

3.5.3 Перегенерация и очистка конечно-элементной сетки

В FEMAP регенерация реализована только для двумерных КЭС.

Командами (общую часть команды **Mesh**→**Remesh**→ опускаем): **Refine...** (размельчать); **Update...** (обновлять) или **Unrefine...** (укрупнять) вызывается панель для выбора КЭ (можно пользоваться протягиванием „мыши” с прижатой клавишей „**Shift**”). Потом для одномерных КЭ достаточно ввести коэффициент уменьшения (целое число >1) / увеличения (<1) размера КЭ. Для других типов КЭ появляется диалоговая панель „**Refinement and Remeshing Options**” (см. рис.3.26-а). На ней выбирается соответствующее действие (опции „**Refine**”, „**Remesh**” или „**Unrefine**”), указывается коэффициент уменьшения / увеличения размера КЭС „**Refinement Ratio**” и величина угла разрыва „**Break Angle**” (только для „**Unrefine**”). **Внимание:** если значение этого угла будет выше некоторого критического (зависит от геометрии тела в окрестности внешних углов), то такой внешний угол тела может быть „срезан”. Опция „**Delete Original Nodes and Elements**” установлена по умолчанию.

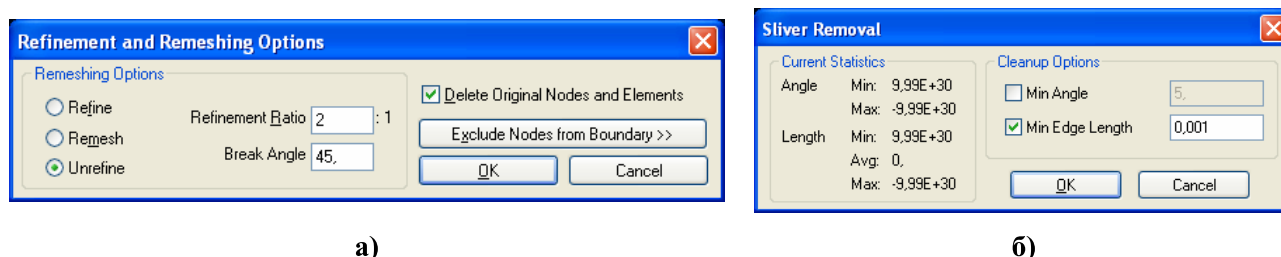


Рис.3.26. Вид диалоговых панелей: а) – регенерации КЭ; б) – удаления очень малых КЭ

Кнопкой „**Exclude Nodes From Boundary**” можно вызвать стандартный диалог выбора узлов на контуре области выбранных КЭ, которые будут удалены в процессе регенерации КЭС. После команды „**OK**” появляется панель для выбора узлов на контуре области выбранных КЭ, расстояние между которыми будет обязательно уменьшаться или увеличиваться. **Внимание:** именно эти выбранные узлы будут значительно влиять на результат регенерации КЭС. Потом может появиться диалоговая панель „**Generate Boundary Mesh**”, идентичная изображенной на рис.3.14-а, где можно изменить любые параметры будущей КЭС. Ре-

зультат – новая КЭС вместо тех КЭ, что были выбраны, причем совпадающих узлов не возникает.

Командами **Mesh→Remesh→Cleanup Slivers...** и **Mesh→Remesh→Edge Removal...** можно удалить очень маленькие КЭ и КЭ с короткими гранями соответственно. В обоих случаях сначала выбираются КЭ, среди которых будет проводиться процедура. В первом случае появляется диалоговая панель „**Sliver Removal**” (см. рис.3.26-б), где необходимо указать критические размеры угла и длины ребра (приведена соответствующая статистика). Во втором случае появляется диалоговая панель для выбора двух угловых узлов: „**From**” и „**To**” на короткой грани, причем удаляться будет узел „**To**”, после чего примыкающие КЭ обновятся.

3.5.4 Преобразования конечно-элементной сетки в STL-моделях

Импортированные **STL-модели** тела описываются треугольными плоскостями, которые в FEMAP воспринимаются как поверхностные КЭ типа **PLOT PLANAR**. Т.е. геометрических объектов тела (точек, кривых, поверхностей и т.п.) совсем нет. В таком случае в FEMAP есть возможность создать трехмерную КЭС: командой **Mesh→Geometry→Solid from Elements...** Однако построенная таким образом КЭС будет некачественной. Поэтому в FEMAP есть инструменты для переработки поверхностных КЭ **STL-модели**, которые вызываются группой команд **Mesh→Remesh→**:

- **Build Remeshing Regions...** (построить области регенерации): выбираются КЭ (обычно – все), указывается угловой параметр (**Angle Tolerance**), что определяет градацию областей, которые будут создаваться. Эти области получают разную окраску, они являются плоскостями или комбинациями близких по ориентации плоскостей, которые объединяют некоторое количество КЭ **STL-модели**;

- **Edit Remeshing Regions...** (редактировать области регенерации): в диалоговом режиме указывается номер КЭ **STL-модели** (**Move Elem**) и номер КЭ региона другой окраски, в который он будет перемещен. **Внимание:** для удобства выполнения этой процедуры каждый регион автоматически помещено в отдельный уровень (**Layer**);

- **Mesh Remeshing Regions...** (перерегенерация): появляется информация о максимальном размере будущих КЭ (можно отредактировать), потом – обычная диалоговая панель создания двумерных КЭ (см. рис.3.14-а), с помощью которой создается *новая* КЭС из КЭ типа **PLOT ONLY**;

- **Convert Facets...** (конвертировать грани). Она используется тогда, когда поверхность тела „собрана” из треугольных поверхностных КЭ и все описанные выше методы перестройки КЭС не срабатывают. Тогда этой командой гарантировано создается поверхностная сетка из треугольных КЭ, которую потом можно изменять командами **Mesh→Remesh→**.

Полученная КЭС будет значительно лучше, чем исходная, но и она может иметь очень вытянутые КЭ. **Внимание:** КЭС обязательно нужно очистить (см. Раздел 3.5.3), можно еще ее отредактировать и перенумеровать (см. Разделы 3.5.3 и 3.5.8), даже назначить кое-где другие координаты узлов КЭ (**Modify→Edit→Node...**). Последнее действие – создание трехмерной КЭС командой **Mesh→Geometry→Solid from Elements...** (объемные КЭ от поверхностных КЭ).

3.5.5 Создание ребер жесткости

Дополнительные ребра жесткости – обычное конструктивное решение. В FEMAP конечные элементы, что их моделируют, создаются командой **Mesh→Edge Members...** Появляется диалог выбора КЭ, к которым эти ребра будут „прикрепляться”, потом – диалог выбора/назначения „**Property**” ребер жесткости, потом – диалог выбора опорных узлов. Если эти ребра – балочного типа, то дополнительно появится диалог назначения направления оси **Y** сечения КЭ (см. Приложение 3). Целесообразно поместить „**Property**” ребер жесткости на отдельный уровень (**Layer**), чтобы обеспечить удобный доступ к ним в дальнейшем. Для трехмерной КЭС ребра жесткости могут создаваться в виде одномерных или двумерных КЭ.

Внимание: FEMAP создает одномерные ребра жесткости на *всех* ребрах КЭ, что содержат указанные узлы. Поэтому после создания их нужно просмотреть и удалить лишние.

Для смещения КЭ, что моделируют ребра жесткости, в пространстве, удобно пользоваться командой **Modify**→**Update Element**→**Line Element Offset...** (см. Раздел 3.5.9).

3.5.6 Сглаживание конечно-элементной сетки

Иногда улучшение КЭС можно получить вследствие процедуры **Mesh**→**Smooth...** (только для двумерной или трехмерной КЭС). Сначала нужно выбрать КЭ, что будут принимать участие в процессе сглаживания КЭС, потом на соответствующей панели (см. рис.3.27-а) – выбрать метод (**Laplacian** или **Centroidal**) и параметры итерационного процесса. Еще с помощью кнопки „**Fix Nodes**” можно указать узлы, которые не будут изменять свои координаты. **Внимание:** эта процедура может дать неожиданные результаты, особенно для трехмерной КЭС!

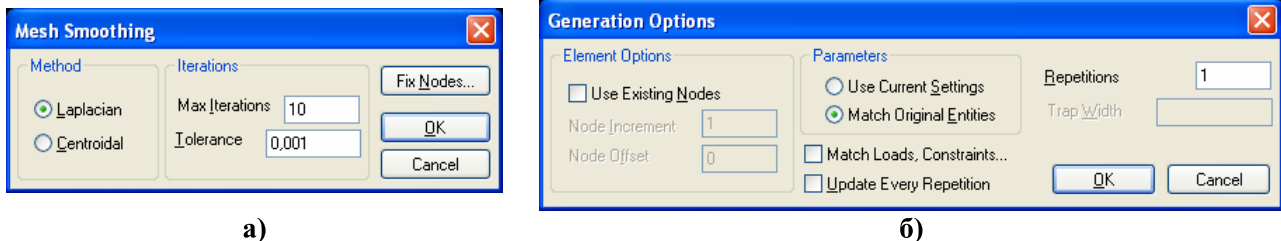


Рис.3.27. Диалоговые панели: а) – сглаживания КЭ; б) – копирования КЭ

3.5.7 Операции манипулирования узлами и конечными элементами

Несколько операций копирования узлов и КЭ **Mesh**→ (**Copy...**, **Radial Copy...**, **Scale...**, **Rotate...** и **Reflect...**) аналогичны по выполнению операциям копирования геометрических объектов, изложенным в Разделе 2.2.6.1. После выбора объектов появляется диалоговая панель „**Generation Options**” (см. рис.3.27-б). На ней для КЭ будут активны все опции, а для узлов – только опции секции „**Parameters**”, а также опции „**Update Every Repetition**” и „**Repetitions**”. Объяснения к опциям см. в Разделе 2.2.6.1. В частности, опция этой диалоговой панели: „**Match Loads, Constraints...**” позволяет переносить граничные условия из оригинальных объектов (узлов, КЭ) на вновь созданные.

Несколько операций меню „**Modify**”: перемещение (**Move To...**, **MoveBy...**), вращение (**Rotate To...**, **RotateBy...**), выравнивание (**Align...**), масштабирование (**Scale...**), редактирование (**Edit...**), изменение цвета (**Color...**) и перемещение на другие уровни (**Layer...**) узлов и КЭ аналогичны по выполнению соответствующим операциям для геометрических объектов, изложенным в Разделах 2.2.6.2 и (об „**Layer...**”) 1.7.1.

Внимание: после этих операций могут появляться совпадающие узлы и КЭ. Их нужно объединить (узлы – аналогично описанному в Разделе 2.2.6.3 для точек, КЭ – по процедуре Раздела 3.6.2), иначе КЭС тела будет „разорванной”, а будущее решение краевой задачи – неверным.

3.5.8 Изменение нумерации объектов конечно-элементной сетки тела

Команды **Modify**→**Renumber**→ (**Coord Sys...**, **Node...**, **Element...**, **Material...** или **Property...**) сначала вызывают стандартную диалоговую панель для выбора объектов, потом – панель „**Renumber To**” (см. рис.3.28, для КЭ). На ней указывается:

- новый начальный номер объектов (**Starting ID**) и шаг изменения номеров (**Increment**);
- критерий сортировки: по идентификатору (**Original ID**), порядком выбора (**Selection Order**), цветом (**Color**), уровнем (**Layer**), типом (**Type**), „свойством” (**Property**), минимальным номером узла в каждом КЭ (**Minimum Node ID**), порядком положения вдоль указанной координаты (**X**, **Y**, **Z**) указанной системы координат (**CSys**) соответственно теку-

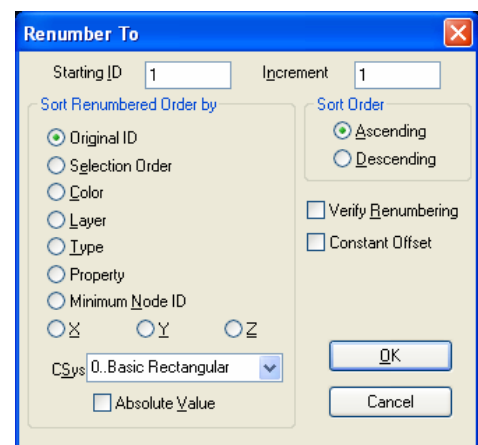


Рис.3.28. Диалоговая панель перенумерования КЭ

щему значению или по модулю (опция **Absolute Value**). Значения будут упорядочены по нарастанию (**Ascending**) или убыванию (**Descending**). Опция „**Verify Renumber**” позволяет просмотреть список соответствия, а „**Constant Offset**” – изменить все номера на величину, указанную как „**Starting ID**”.

3.5.9 Команды изменения параметров конечно-элементной сетки тела

Командой **Modify→Edit→Node...** можно изменить все параметры выбранных узлов (поочередно): координатную систему для вывода результатов, координаты, цвет изображения, уровень, запрещенные степени свободы и т.п.

Командами **Modify→Update Other→ (Node Definition Csys..., Output Csys... и Perm Constraint...)** можно изменить для выбранных узлов, соответственно, координатные системы: исходную и для вывода результатов, а также запрещенные степени свободы.

Командой **Modify→Edit→Element...** можно изменить некоторые параметры выбранных КЭ (поочередно): количество (очертания КЭ) и номера узлов, которые его создают, уровень „**Property**”.

Более значительное количество параметров для *нескольких* выбранных КЭ можно изменить одновременно с помощью группы команд **Modify→Update Elements→**: тип КЭ (**Type...**); описание КЭ (**Formulation...**, для программ **Nastran**, **FEMAP Structural**, **DYNA**, **ABAQUS**); „свойства” КЭ (**Property ID...**); материал КЭ (**Material ID...**); угол ориентации оси упругой симметрии характеристик анизотропного материала двумерных КЭ (**Material Angle...**); ориентацию (**Line Element Orientation...**), смещение (**Line Element Offsets...**) или степени свободы концов (**Beam/Bar Releases...**) сечения одномерных КЭ типов **BAR**, **BEAM** и **CURVED BEAM**; направление (**Line Element Reverse Direction...** и **Reverse Normal/Orient First Edge...**); порядок аппроксимации в КЭ (**Linear/Parabolic Order...**); проверить промежуточные узлы (**Midside Nodes...**); разделить четырехугольные КЭ на треугольные (**Split Quads...**); изменить толщину или смещение двумерных КЭ (**Adjust Plate Thickness/Offset...**).

Здесь большинство параметров и действий знакомы. Приведем лишь дополнительные сведения.

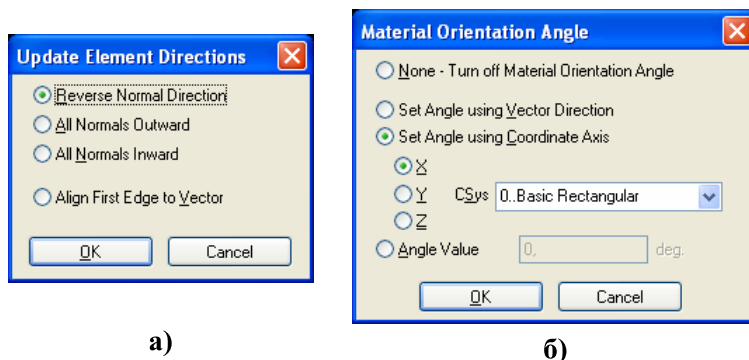


Рис.3.29. Диалоговые панели изменения:

а) – направления КЭ; б) – ориентации материала в КЭ

или „**All Normals Inward**”. Все внешние или внутренние нормали на сторонах выбранных КЭ будут согласованы;

- „**Align First Edge to Vector**”. Порядок нумерации узлов в КЭ изменится так, чтобы первое ребро КЭ (с узлами позиций 1 и 2) было сориентировано в направлении указанного вектора.

Угол ориентации оси упругой симметрии характеристик анизотропного материала двумерных КЭ (**Material Angle...**) может изменяться (см. рис.3.29-б): вдоль осей КЭ (**None – Turn of Material Orientation Angle**), указывается вектором (**Set Angle Using Vector Direction**), вдоль глобальных координат (**Set Angle Using Coordinate Axis**) или углом THETA (**Angle Value**, см. Приложение 3).

Направление (**Reverse Normal/Orient First Edge...**) в двумерных КЭ можно изменять с помощью опций (см. рис.3.29-а):

- „**Reverse Normal Direction**”. Порядок нумерации узлов в КЭ изменяется таким образом, что двумерные переворачиваются „кверху дном” („inside-out”). **Внимание:** если к КЭ была приложена нагрузка, направление ее действия изменится на противоположное;

- „**All Normals Outward**”

При изменении порядка аппроксимации в КЭ (**Linear/Parabolic Order...**) на второй (**Parabolic Element**) автоматически создаются новые узлы, а при изменении на первый (**Linear Element**) промежуточные узлы удаляются только из КЭ. **Внимание:** поэтому в обоих случаях необходимо потом дать команду на удаление избыточных узлов (**Delete→Model→Nodes...**) и нахождение и соединение совпадающих узлов (**Tools→Check→Coincident Nodes...**).

По команде (**Midside Nodes...**) проверяются и корректируются (при необходимости) положения (координаты) промежуточных узлов. **Внимание:** промежуточные узлы, что лежали на *криволинейной* поверхности, займут новое, действительное промежуточное (между угловыми узлами) положение, поэтому точность аппроксимации геометрии криволинейной поверхности снизится.

На диалоговой панели (см. рис.3.30), что вызывается командой **Adjust Plate Thickness / Offset...**, указывается параметр КЭ, который изменяется: толщина (**Thickness**) или смещение (**Offset**). По методу „**Vary Between Nodes**” указанные значения (**Value**) изменяются от узла (**From Node**) к другим узлам КЭ линейно, пропорционально расстоянию между этим узлом и узлом в поле „**To Node**”; по методу „**Equations or Constant**” переменная „**i**” указывает на номер узла или КЭ при перемене толщины или смещения соответственно.

Если установлена опция „**Average for Each Element**”, то толщина рассчитывается относительно координаты центра КЭ и назначается всем узлам КЭ одинаковой, если нет – все узлы могут иметь свои значения. В секции „**Limits (Blank to Skip)**” можно указать точность вычисления (**Tolerance**), минимальные и максимальные значения, которые могут подвергаться модификации. При выполнении этой команды будут создаваться новые „**Property**”, с одинаковыми названиями, но под разными номерами.

Для КЭ типа **BEAM** первого порядка аппроксимации есть еще команда **Modify→Update Elements→Beam Warping...** (искривление балки, см. рис.3.31-а). Если после команды выбрано несколько КЭ, то будет активной только секция „**Add/Modify Warping**” с опциями: „**None**” (удалить точки деформирования из концов выбранных КЭ), „**Continuous**” (создать узлы/скалярные точки (на концах КЭ) таким образом, чтобы изгиб был непрерывным), „**All Continuous**” (как предыдущая, но дополнительно это свойство переходит на КЭ, сопредельные с выбранными), „**Discontinuous**” (отменить непрерывность), а также радиокнопками „**Node Type**”, которые могут выбираться как „**Node**” (узлы) или „**Scalar Point**” (скалярные точки). Если после команды выбран один КЭ, то будет активной и секция „**Edit Single**” с опцией „**Edit Warping DOF**”, которая позволяет назначить номера узлов для „**EndA**” и „**EndB**” (т.е. на концах КЭ).

Команда **Modify→Update Element→Remove Cross Section** позволяет исправить „**Property**” КЭ типа **BEAM** или **BAR** с иным образом заданными осями сечения, которые были получены из файла результатов от другой процессорной программы (как КЭ типа

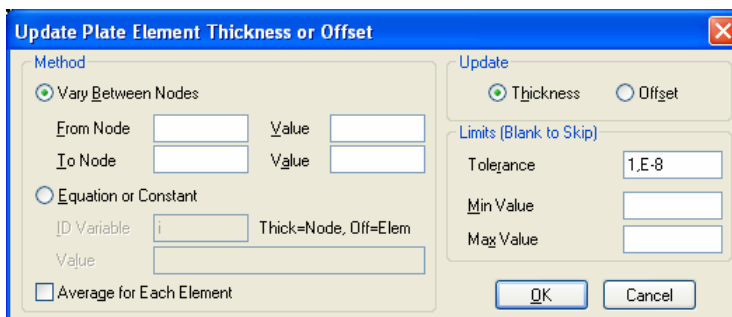
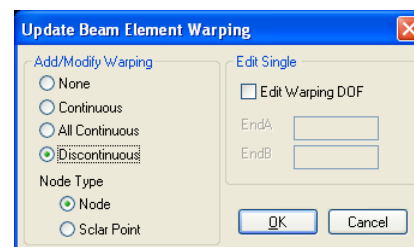
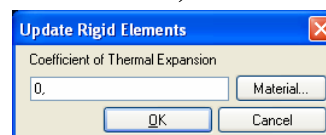


Рис.3.30. Диалоговая панель изменения толщины или смещения в двумерных КЭ



а)



б)

Рис.3.31. Диалоговые панели: а) – редактирования искривления балки; б) – задания коэффициента температурного расширения

PBEAML или **PBARL**). Это касается значений напряжений в точках сечения. Нуждается только в выборе КЭ.

Команда **Modify**→**Update Element**→**Rigid Thermal Expansion...** позволяет изменить во всех выбранных КЭ типа **RIGID** значение коэффициента температурного расширения. После выбора КЭ появляется диалоговая панель „**Update Rigid Element**” (см. рис.3.31-б), где, кроме поля для коэффициента, есть еще кнопка „**Material...**”, которая позволяет выбрать материал, из которого будет введено новое значение коэффициента для КЭ типа **RIGID**.

3.6 Контроль параметров конечно-элементной модели тела

После создания более или менее сложной КЭС желательно провести контроль ее параметров. Если этого не сделать, можно совсем не получить результатов расчетов (фатальные ошибки) или получить некачественные результаты, например, локальные концентрации напряжений там, где их не должно быть. Это может быть следствием наличия совпадающих узлов и КЭ, разорванной КЭС, почти вырожденных КЭ, ошибок при задании характеристик материалов, свойств КЭ и т.п. (ошибки в начальных и граничных условиях тоже возможны, но здесь их не рассматриваем). Итак, контроль параметров созданной КЭС – очень полезная процедура.

3.6.1 Контроль функций, характеристик материалов и свойств конечных элементов

Функции, характеристики материалов и „свойства” (**Property**) КЭ можно просмотреть в *списке*: с помощью команды **List**→**Model**→ (**Function...**, **Material...** или **Property...**) выбрать все (**Select All**) или часть, получить и просмотреть список и решить, есть ли в списке лишние наборы (запомнить их **ID**), правильные ли в них значения.

Если есть лишние – их желательно удалить: дать команду **Delete**→**Model**→ (**Function...**, **Material...** или **Property...**), указать **ID** удаляемого набора (выбрать все), удалить.

Для исправления ошибок в значениях есть команда **Modify**→**Edit**→ (**Function...**, **Material...** или **Property...**): указать **ID** редактируемого набора, провести исправления.

3.6.2 Контроль совпадающих узлов и конечных элементов

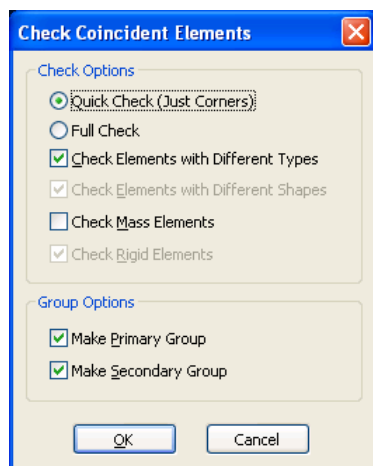


Рис.3.32. Диалоговая панель контроля совпадающих КЭ

Контроль совпадающих узлов проводится аналогично описанному в Разделе 2.2.6.3 для точек. Добавим, что на панели „**Check/Merge Coincident**” (см. рис.2.27-а) для узлов активен список „**Move To**” с такими значениями: „**Current Location**” (сохранить местоположение узла), „**Lower ID**” (сохранить узел (из совпадающих) с самым меньшим номером), „**Higher ID**” (сохранить узел (из совпадающих) с самым большим номером), „**Midpoint**” (переместить сохраненный узел в среднее меж совпадающими узлами положение).

Внимание: целесообразно сначала просмотреть список совпадающих узлов, лишь потом принимать решение об их объединении.

Совпадающие КЭ – это КЭ, что имеют одинаковый перечень узлов. Контроль таких КЭ имеет некоторые особенности. Командой **Tools**→**Check**→**Coincident Elem...** (выбрать все КЭ), вызывается диалоговая панель (см. рис.3.32), на которой есть опции „**Check Elements with Different Types**”, „**Check Elements with Different Shapes**” и „**Check Mass Elements**” (проверять КЭ разных типов, разной формы и массовые соответственно). Списки совпадающих КЭ можно просто просмотреть или, установив опции „**Make Primary Group**” и „**Make Secondary Group**” (создать первичную и вторичную группы), внести в группы. Первичная группа содержит наименьшие номера совпадающих КЭ, вторичная – последние. Эту вторичную группу КЭ можно удалить целиком командой **Delete**→**Group...** (указать **ID** группы). Отдельные КЭ можно удалять командой **Delete**→**Model**→**Element...**

3.6.3 Контроль расположения узлов на заданной плоскости

Командой **Tools**→**Check**→**Planar...** сначала вызывается стандартная диалоговая панель для выбора узлов, потом появляется панель „**Check Planarity of Nodes**” (см. рис.3.33-а). На ней указывается максимально допустимое расстояние узлов от плоскости (**Max Allowable Distance from Plane**). Если выбрать опцию „**Move Nodes Closer than Allowable Distance onto Plane**”, то все узлы, расположенные не дальше указанного расстояния, будут спроектированы на плоскость. Плоскость задается автоматически тремя первыми выбранными узлами (не должны лежать на линии), или в стандартном диалоге, когда установлена опция „**Specify Plane Manually**”.

3.6.4 Контроль геометрических параметров конечных элементов

Командой **Tools**→**Check**→**Element Quality...** (качество КЭ) сначала вызывается стандартная диалоговая панель для выбора КЭ, потом появляется панель „**Check Element Quality**” (см. рис.3.33-б). На ней можно назначить к проверке геометрические параметры КЭ и установить предельные значения:

- „**Aspect Ratio**”: отношение наиболее длинного ребра КЭ к кратчайшему (значение 100:1 и больше вызывает фатальную ошибку при решении задачи; значение 10:1 обеспечивает удовлетворительные, а 1:1 – наилучшие результаты);

- „**Taper**” (только для КЭ с четырехугольными гранями): отношение противоположных ребер (длинного к менее короткому), так называемое сужение;

- „**Alternate Taper**” = $\max \{ (A_i - A_{cp}) / A_{cp} \}$, где A_i – площади 4-х треугольников (см. рис.3.34-а), A_{cp} – средняя площадь этих треугольников (только для КЭ с четырехугольными гранями);

- „**Internal Angles**”: отклонение внутренних углов от оптимальных (от 60 градусов для треугольных и от 90 градусов для четырехугольных граней КЭ);

- „**Warping**” (искривление: максимальный угол между нормальными к центрам треугольников на четырехугольных гранях КЭ (см. рис.3.34-б);

- „**Nastran Warping**” (искривление: отношение отклонений узлов 4-х угольного двумерного КЭ к сумме диагоналей. Если КЭ не искривлен, то результат равен нулю;

- „**Tet Collapse**” (вырождение тетраэдра в виде иглообразности или сплюсненности): наибольшее отношение между величинами всех 4-х высот тетраэдра (КЭ), см. рис.3.34-в;

- „**Jacobian**” (якобиан): сравнение формы реального КЭ с формой идеального КЭ соответствующего типа (только для КЭ типа **Shell** (3, 4 или 8 узлов), **Tetrahedral** (4 или 10 узлов), **Hexahedral** (8 или 20 узлов). В КЭ **Tetrahedral** и **Hexahedral** положение промежуточных узлов в анализе не учитывается. Идеальный показатель = 0.0, наихудший = 1.0 (нулевая площадь или объем КЭ), а также 2.0. **Внимание:** значения 1.0 и 2.0 указывают, что фатальная

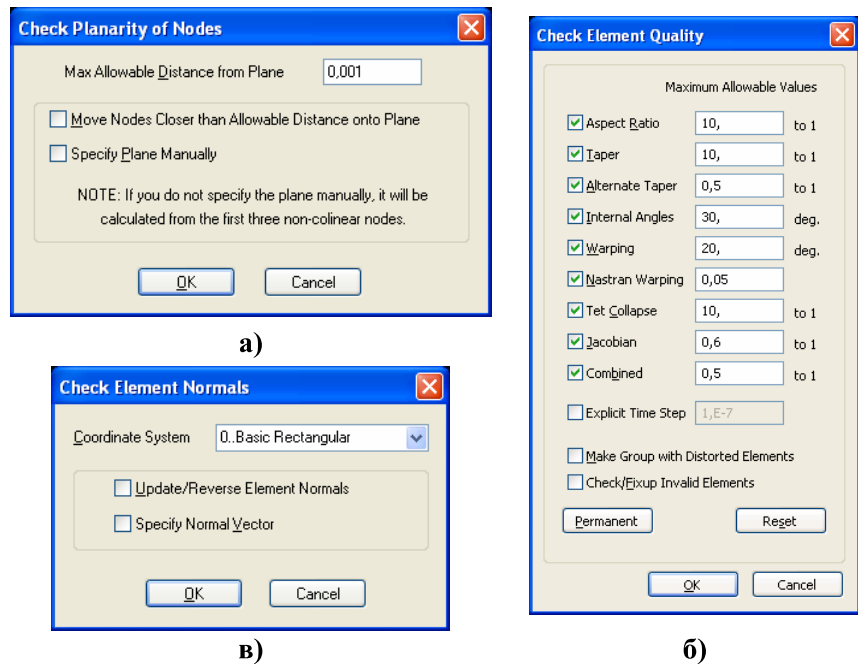


Рис.3.33. Вид диалоговых панелей контроля: а) – плоскостности поверхности КЭ; б) – геометрических параметров КЭ; в) – направлений нормалей к поверхностям двумерных КЭ

ошибка при попытке проведения счета задачи гарантирована. При значении 2.0 КЭ определен не полностью, вывернут наизнанку (отрицательная площадь или объем), очень искривлен или имеет промежуточный узел, слишком сдвинутый в направлении углового узла;

- „**Combined**” (комбинированный, по 7-ми вышеприведенным показателям): значение от 0.0 (хорошо) до 1.0 (плохо).

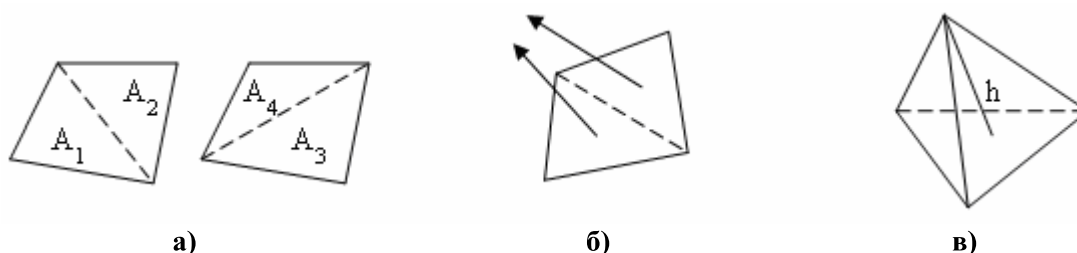


Рис.3.34. Контроль геометрических параметров конечных элементов: а) – „Alternate Taper”; б) – „Warping”; в) – „Tet Collapse”

Если установить опцию „**Make Group with Distorted Elements**”, будет создана группа из КЭ, параметры геометрии которых не удовлетворяют указанным критериям (для дальнейшего исправления). Опция „**Check/Fixup Invalid Elements**” позволяет провести дополнительную проверку качества КЭ (нулевая длина ребра, отсутствие узлов, соответствие типа, двойные противоречивые назначения и т.п.). Опция „**Explicit Time Step...**” позволяет оценить соответствие временного шага размерам КЭ в динамических процессах с точки зрения прохождения упругих волн.

Отчет о выявленных недостатках КЭС появится на поле текстовых сообщений.

Командой **Tools**→**Check**→**Normals...** (нормали) сначала вызывается стандартная диалоговая панель для выбора КЭ (только двумерные), потом появляется панель „**Check Element Normals**” (см. рис.3.33-в). Опция „**Update/Reverse Element Normals**” указывает на необходимость изменить направление нормали к грани КЭ в противоположную сторону. Желательное направление нормали является тем, что имеет выбранный КЭ с наименьшим **ID**, или указывается дополнительно вектором после включения опции „**Specify Normal Vector**”. Отчет о проведенных изменениях появится на поле текстовых сообщений.

Через диалоговую панель „**Geometry/Model**” (см. Раздел 1.5 и рис.1.7-б) можно настроить (для всех вновь открывающихся проектов), какие геометрические параметры КЭ и какие предельные значения будут контролироваться.

Примечание 3.1. Для двумерных и трехмерных задач (тел) преимущество надо отдавать КЭ второго порядка аппроксимации с четырехугольными гранями, с приблизительно одинаковыми размерами ребер в КЭ, с углами, приближенными к оптимальным. Второй порядок аппроксимации приводит к увеличению времени для решения системы алгебраических уравнений, порождаемой методом конечных элементов, но при одинаковом количестве КЭ повышает точность полученных результатов (доказано, что так называемая p -сходимость быстрее n -сходимости).

Примечание 3.2. К сожалению, успешное прохождение контроля геометрических параметров конечных элементов, рассмотренное в данном разделе, не гарантирует от фатальной ошибки при попытке решить краевую задачу. Причина в том, что в Femap при контроле, для ускорения процесса контроля, используется не вся информация об КЭ, а лишь основная, в частности, не используются промежуточные узлы (например, в ANSYS контроль более качественный).

Раздел 4

ОБЩИЕ ИНСТРУМЕНТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Теоретические сведения о краевых задачах приведены в Приложениях 4 ... 8. Все они нуждаются во введении соответствующих начальных и граничных условий, назначения некоторых дополнительных условий для проведения расчетов. Для этого применяются инструменты FEMAP как общего назначения, так и специфические.

4.1 Общие инструменты для задания граничных условий

4.1.1 Объекты приложения граничных условий

Начальные и граничные условия для краевых задач в FEMAP создаются командами **Model**→**Load**→. В частности, командой **Model**→**Load**→**Create/Manage Set...** создается новый или активируется ранее созданный набор начальных и граничных условий: задаются или выбираются **ID** и название набора.

Кроме того, при создании нового набора можно выбрать вариант „**A Nastran LOAD Combination**”, т.е. создать набор для решателя **Nastran**, комбинируемый из имеющихся стандартных наборов. Его редактирование проводится затем через кнопку „**Referenced Sets**”. При редактировании есть возможность масштабировать значения, получаемые из каждого набора (опция „**For Referenced Set**”, указать масштабный коэффициент перед помещением набора в список выбранных) или для всех помещенных в список выбранных (опция „**Overall**”). **Внимание:** не все виды нагрузок можно комбинировать; кроме того, такая комбинация в **SPLMS.Fv10.2.0** поддерживается только для статического анализа.

Граничные условия задаются (общую часть команды **Model**→**Load**→ опускаем): в узлах (**Nodal...**), узлах на грани (**Nodal on Face...**), на поверхностях КЭ (**Elemental...**), в точках (**On Point...**), на кривых (**On Curve...**), на поверхностях (**On Surface...**). Команда сначала вызывает стандартную диалоговую панель выбора объектов. Если объекты, к которым будут прикладываться ГУ, ранее собраны в группы, то можно выбрать нужную группу на этой панели (слева внизу, в окне „**Group**”).

Вариант задания ГУ „**Nodal on Face...**” (узлы на грани) имеет некоторые особенности. Сначала появляется стандартная панель диалога выбора КЭ, с помощью которой и кнопки „**Method**” назначаются КЭ или геометрические объекты, к граням которых будут прикладываться ГУ (например: **on Surface**, т.е. узлы КЭ на геометрической поверхности). Появится диалоговая панель „**Face Selection for Elemental Loads**” (см. рис.4.1). На ней есть пять вариантов указания грани для нахождения узлов:

- „**Face ID**” – номером грани (стороны) КЭ (см. рис.4.1-а); вводится в окно „**Face**” с клавиатуры или выбором курсором „мыши” на рабочем поле, когда мерцающий курсор находится в диалоговом окне „**Face**”. **Внимание:** в КЭ грани могут иметь номера 1...6 максимум. Есть радиокнопки „**Front Face**” (фронтальная) или „**Back Face**” (оборотная грань): это имеет значение для двумерных КЭ;
- „**Near Surface**” – номером поверхности (геометрического объекта, см. рис.4.1-б); вводится в поле „**Surface**” из клавиатуры или выбором курсором „мыши” на рабочем поле. Величина „**Tolerance**” – максимальное расстояние для поиска узлов КЭ на этой поверхности;
- „**Near Coordinates**” – назначаемой плоскостью (см. рис.4.1-в): выбором (одной из радиокнопок) оси **X**, **Y** или **Z**, которая *ортогональна* к плоскости с узлами, и указанием расстояния от начала координат до этой плоскости (**Position**);
- „**Adjacent Faces**” – как на соседних гранях (см. рис.4.1-г): курсором „мыши” на рабочем поле выбирается грань (сторона) КЭ (номера КЭ и грани появляются в соответствующую

щих окнах панели) и указывается допустимое угловое расхождение (**Tolerance**). Если нормаль к любой грани КЭ (из списка выбранных) „совпадает” с нормалью к грани указанного КЭ с точностью „**Tolerance**”, то к узлам этой грани КЭ будет прикладываться ГУ. Опцией „**Matching Normals Only**” можно потребовать полное соответствие („нулевое” расхождение). Есть радиокнопки „**Front Face**” (фронтальная) или „**Back Face**” (оборотная грань): это имеет значение для двумерных КЭ;

- „**Free Faces**” – нагрузка будет приложена ко всем свободным от нагрузки поверхностям КЭ.

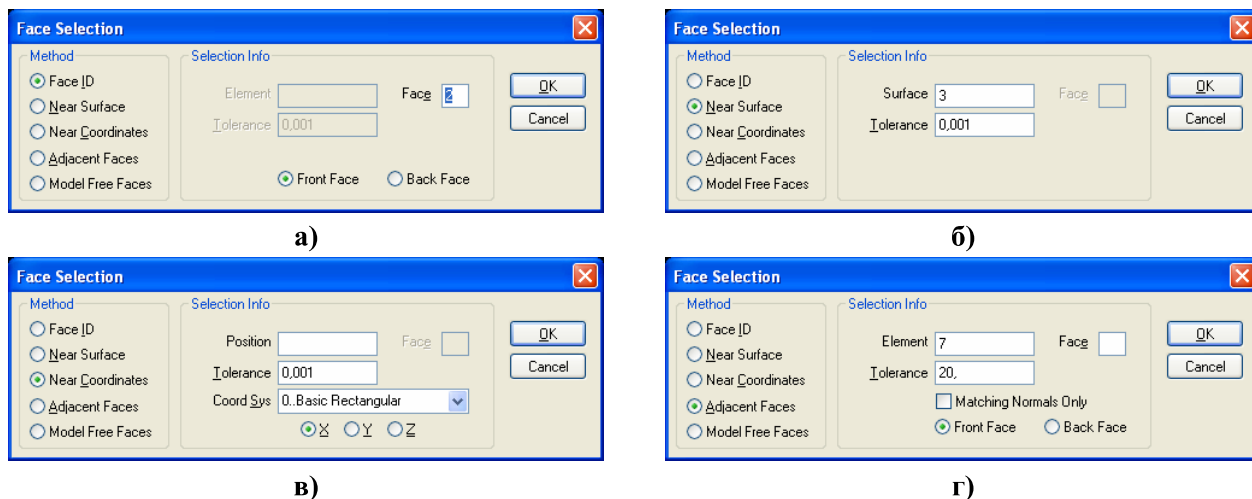


Рис.4.1. Диалоговые панели назначения грани КЭ: а) – номером грани в КЭ; б) – номером геометрической поверхности; в) – плоскостью; г) направлением нормали к грани

ГУ могут задаваться как *полные* или *распределенные*: на поверхности (**per Area**), на длине (**per Length**), в узлах (**per Node**).

Внимание:

- распределенные ГУ имеют именно ту *суммарную* величину, которая вводится в диалоговом поле;
- распределенные ГУ к *геометрическому* объекту могут прикладываться как неравномерная нагрузка (как функционально зависящая), но на экране выглядят как равномерные;
- все ГУ, приложенные к КЭ, линиям и поверхностям, потом FEMAP распределяет на *узлы*. При этом, если узел входит в несколько КЭ, значение ГУ в узле столько же раз алгебраически складывается, тем самым фактически в таких узлах прикладывается *усредненное* значение ГУ, если эти значения были разными;
- иногда после запуска анализа задачи появляется сообщение, что перенос ГУ с того или иного геометрического объекта на узлы КЭС невозможен. О причинах этого и способах исключения этого нежелательного явления изложено в Разделе 4.1.2.

4.1.2 Ассоциации между объектами КЭС и геометрической модели

Возможность приложения ГУ к геометрическим объектам модели (**Point, Curve, Surface, Solid**) упрощает процесс задания ГУ. Но геометрические объекты передают ГУ к КЭС только тогда, когда объекты КЭС и эти объекты „ассоциированы”. Ассоциации назначаются автоматически, если КЭС создана на основе геометрической модели. Но возникают и другие ситуации: КЭС (ее часть) создана на основе узлов (без геометрии); необходимо приложить ГУ лишь к *части* узлов (или КЭ) на поверхности, с которой они ассоциированы (нужно „отделить” избыточные узлы (или КЭ) от поверхности); другие.

Для решения таких проблем в FEMAP есть команды **Modify**→**Associativity**→**Automatic...**, **Modify**→**Associativity**→**Node...** и **Modify**→**Associativity**→**Element...** После команды **Modify**→**Associativity**→**Automatic...** и выбора нужных узлов или КЭ ассоциации назначаются автоматически (старые – удаляются). В остальных случаях выбираются нужные узлы или КЭ, появляется диалоговая панель „**Geometry Associativity**” (см. рис.4.2). На ней нужно указать вариант действия: „отделить” (**Detach From**) или „ассоциировать” (**Attach**

То), выбрать тип объекта и выбрать его (указать ID). Вариант „Any” – отделить выбранные узлы или КЭ от всех геометрических объектов. Опция „Interior Nodes Only” позволяет отделить узлы только от указанного геометрического объекта (когда установлена) или одновременно и от всех геометрических объектов нижнего уровня (базовых для указанного). Например, поверхность „опирается” на линии контура, а эти линии – на точки. Поэтому при ассоциации узла с поверхностью он автоматически ассоциируется с „опорными” линиями и точками.

Внимание: для ассоциации узла или КЭ с новым объектом нужно предварительно провести его „отделение” от всех других объектов. КЭ будет ассоциированным с геометрическим объектом только тогда, когда с ним ассоциированы *все* узлы данного КЭ. Т.е., для обособления КЭ достаточно отделить один из узлов КЭ.

4.1.3 Введение значений граничных условий

Значения ГУ вводятся на диалоговых панелях с характерным началом названия „Create Loads...” (см. рис.4.3-а). Для всех вариантов объектов можно изменять цвет изображения ГУ, уровень (Layer), координатную систему. Вариант граничных условий выбирается из списка. В зависимости от варианта будут активными один или несколько строк диалоговых окон „Value” (вводимые значения) и „Time/Freq Dependence” (функциональная зависимость, если она нужна). Функции можно создавать заранее или с помощью кнопки f_{xy} (см. Раздел 1.8.1).

В зависимости от объекта и типа ГУ в секции „Direction” (направление) может появиться возле *верхней* радиокнопки надпись „Components” (компоненты), „Normal to Element Face” (нормальное к грани КЭ), „Vector” (вектор), „Along Curve” (вдоль кривой), „Normal to Plane” (по нормали к плоскости), „Normal to Surface” (по нормали к поверхности), „Magnitude Only” (только значение) или „On Element” (на КЭ).

В большинстве случаев направление не нужно. При необходимости направление действия ГУ можно выбирать одним из доступных методов: во-первых, указанием значений ГУ как компонент вектора (в секторе „Load”); во-вторых – выбором соответствующей радиокнопки („Vector”, „Along Curve”, „Normal to Plane” или „Normal to Surface”) и с помощью кнопки „Specify...” – для задания необходимого направления или объекта.

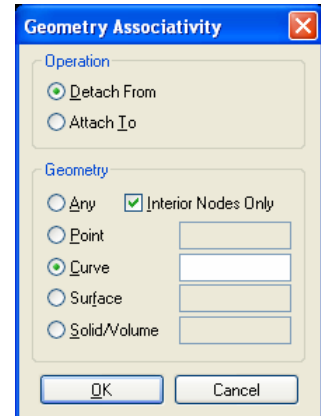
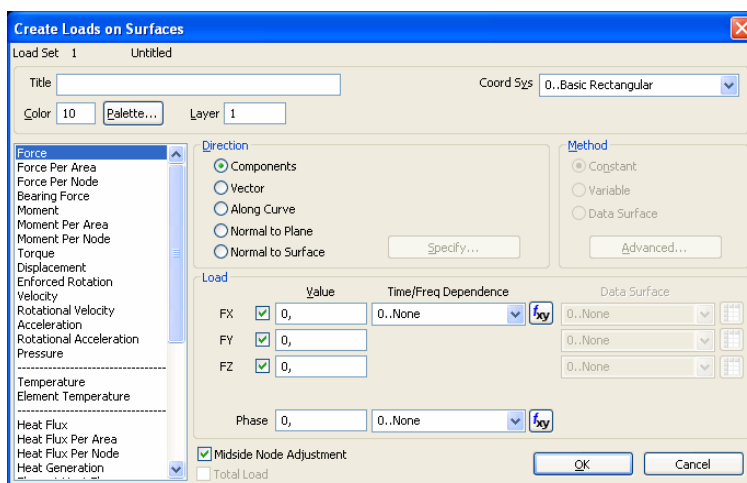
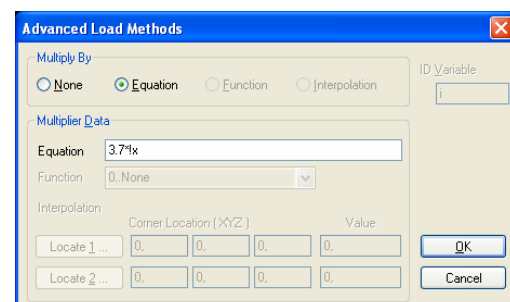


Рис.4.2. Диалоговая панель ассоциации объектов



а)




б)

Рис.4.3. Диалоговые панели для введения: а) – граничных условий; б) – уравнения

Внимание: в случае использования в секции „Direction” варианта „On Element”, и если ГУ задаются на *поверхности* КЭ типа **SOLID** и **AXISYMMETRIC**, FEMAP в процессе подготовки к решению задачи *самостоятельно* создает на узлах, что существуют и лежат на указанной поверхности, дополнительные неконструктивные КЭ типа „CHBDYi”, через кото-

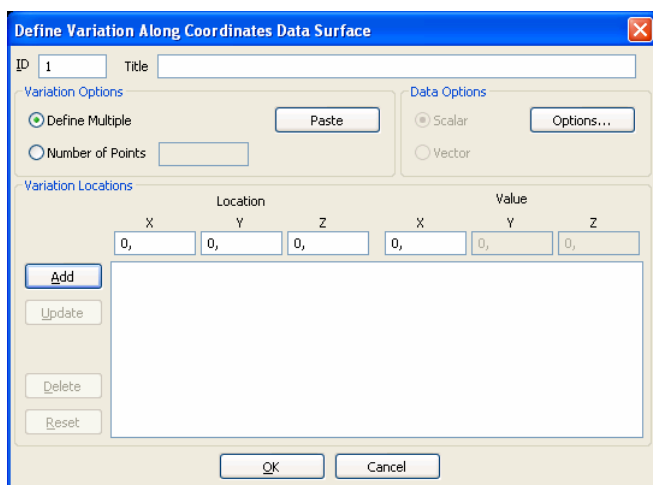
рые и прикладывает назначенные ГУ и которые потом отображаются как „PLOT PLANAR”. Если их потом не удалить, то они могут мешать передаче ГУ от геометрических объектов к КЭС, о чем на панели „Messages” появится сообщение лишь при запуске задания (вернее – при создании файла-задания) на счет.

Если в секции „Method” выбрать даже „Constant”, то заданные величины могут изменяться: умножаться на значение подключенной с помощью кнопки  функции.

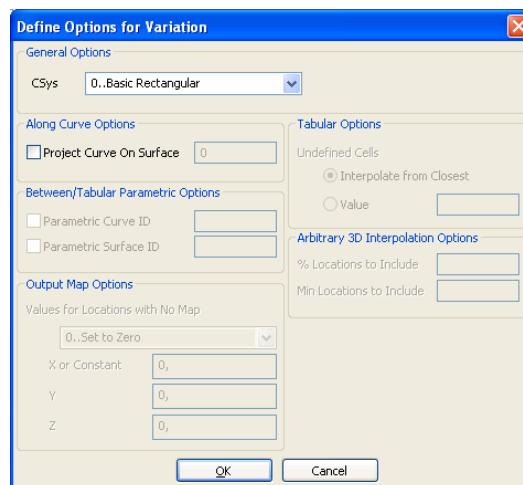
Если в секции „Method” выбрать „Variable”, то становится активной кнопка „Advances...” (продолжение). Она вызывает диалоговую панель „Advanced Load Methods” (см. рис.4.3-б), на которой доступны один ... четыре варианта: „None” (нет), „Equation” (уравнение), „Function” (функция) или „Interpolation” (интерполяция). Параметрами уравнений могут быть лишь координаты X, Y и Z. Уравнение вводится по правилам алгебры, только перед аргументом ставится восклицательный знак: !x. Функция выбирается из списка. Ее аргументом может быть длина кривой (11..vs. Curve Length), параметр кривой (12..vs. Curve Param) и т.п., т.е. геометрические характеристики. Интерполяция – только линейная, вдоль прямой, заданной двумя точками или узлами (для выбора существующих узлов/точек есть кнопки „Locate 1” и „Locate 2”). **Внимание:** вычисленное одним из выбранных вариантов значение является масштабным коэффициентом, на который умножаются все значения ГУ (Value), что заданы на панели „Create Loads ...”.

Если в секции „Method” выбрать „Data Surface”, то в секции „Load” становится активным поле (или несколько полей) „Data Surface ...”. Правее от поля „Data Surface ...” есть кнопка , вызывающая список команд для выбора вариантов задания ГУ:

- „Along Coordinates Data Surface” (вдоль координат, см. рис.4.4-а): позволяет задавать координаты (Location X, Y, Z) и скалярные (только Value X) или векторные (Value X, Y, Z) значения в них. Можно применять от 3 до 110 точек. Для точного задания координат путем выбора на рабочем поле можно использовать „Snap Mode” (см. последнюю строку табл.1.4 Раздела 1). Для редактирования таблицы есть кнопки „Add”, „Update”, „Delete” и „Reset”. Кнопка „Paste” вставляет строку данных в таблицу из буферной памяти (Clipboard). Введенные данные будут программой FEMAP сначала аппроксимированы сплайном (по порядку следования в таблице), а потом – перенесены в узлы конечно-элементной сетки. С помощью кнопки „Options...” можно вызвать панель „Define Options for Variation” (см. рис.4.4-б), где выбрать координатную систему и указать номер поверхности, на которую аппроксимированная сплайном нагрузка будет проектироваться перед интерполяцией на узлы. Если вместо радиокнопки „Define Multiple” выбрать „Number of Points”, то здесь можно будет указать лишь количество точек, а значение – в редакторе таблицы „Data Surface Editor”, который можно потом вызвать командой **Tools**→**Data Surface Editor**. Работу с этим редактором таблиц рассмотрим в этом Разделе ниже;



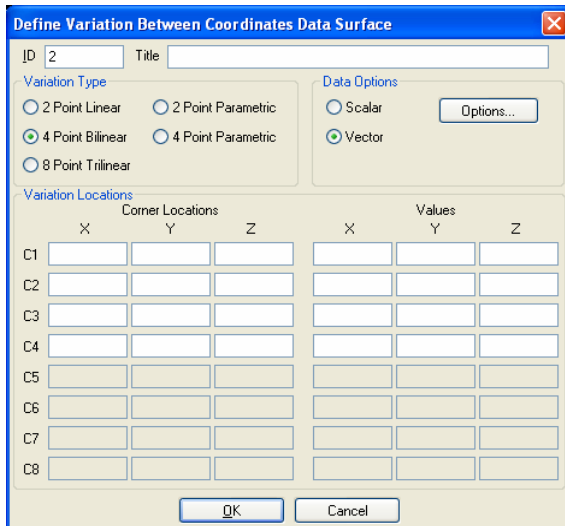
а)



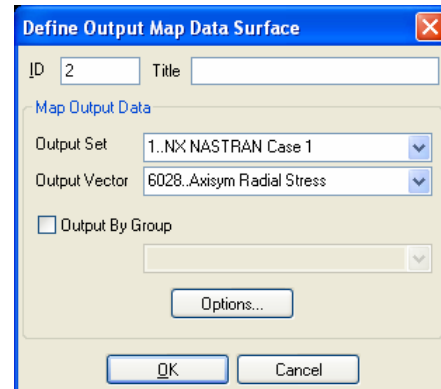
б)

Рис.4.4. Диалоговые панели задания: а) – данных вдоль координат; б) – дополнительных опций

- „**Between Coordinates Data Surface**” (между координатами, см. рис.4.5-а): задаются координаты двух (на линии), четырех (на поверхности) или восьми (в объеме) граничных точек (минимум и максимум), причем задаются в явном или параметрическом (на геометрическом объекте) варианте, а также задаются значения граничных условий (скалярные (только **Value X**) или векторные (**Value X, Y, Z**)) в этих точках. Интерполяция – *линейная*. С помощью кнопки „**Options...**” на панели „**Define Options for Variation**” (см. рис.4.4-б), что появится, можно выбрать координатную систему, а также, если координаты задавались параметрическим образом, то можно с помощью опции „**Parametric Curve ID**” или „**Parametric Surface ID**” ввести (с клавиатуры) номер соответствующей линии или поверхности;



а)



б)

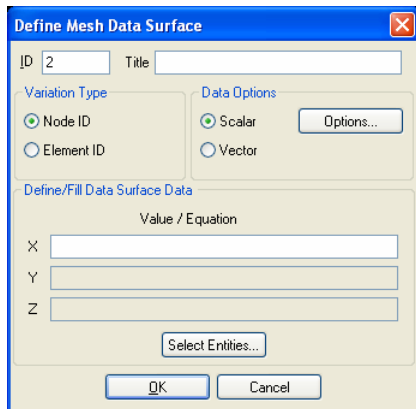
Рис.4.5. Диалоговые панели задания данных: а) – в пределах; б) – из результатов вычислений

- „**Output Map Data Surface**” (из результатов расчетов, см. рис.4.5-б): выбирается один из наборов результатов расчетов и вектор из него, или после подключения опции „**Output By Group**” – созданная ранее группа с необходимыми данными. Таким образом можно задавать такие *узловые* нагрузки: силы, момент, сдвиг, скорость, вращательная скорость, ускорение, вращательное ускорение, температура, температурный поток; и такие *элементные*: давление, температура, температурный поток, лучевой поток, конвекция и радиация. **Внимание:** FEMAP не проверяет логичность этих назначений. С помощью кнопки „**Options...**” на появившейся панели „**Define Options for Variation**” (см. рис.4.4-б) можно выбрать координатную систему, а также в активной секции „**Output Map Options**” выбрать в поле „**Values for Locations with No Map**” (значение для мест без „карты”, т.е. для тех, что не попали в ограниченную геометрическую область) один из вариантов: „**0..Set to Zero**” (заполнить нулями), „**1..Set to Value**” (применить введенные (в полях „**X or Constant**”, „**Y**”, „**Z**”, что становятся активными) значения), „**2..Extend Closest**” (расширение на самый близкий объект), „**3..Interpolate**” (линейная интерполяция – по умолчанию), „**4..No Output**” (не применять никаких значений);

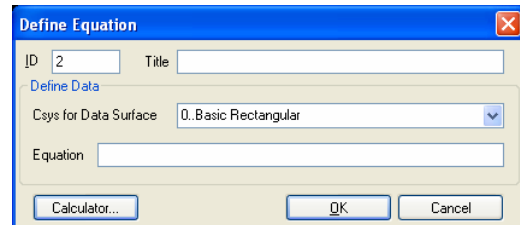
- „**Mesh Data Surface**” (координаты – с конечно-элементной сетки, см. рис.4.6-а): вводится значение или функция, которая получает значение: координат узлов (**XND()**, **YND()** или **ZND()**), геометрических центров элементов (**XEL()**, **YEL()** или **ZEL()**) или геометрических центров сторон элементов (**XEF(;)**, **YEF(;)** или **ZEF(;)**). Функции описаны в Приложении 2. Кнопка „**Select Entities...**” вызывает стандартный диалог для выбора узлов или КЭ. С помощью кнопки „**Options...**” на панели „**Define Options for Variation**” (см. рис.4.4-б), что появится, можно выбрать только координатную систему;

- „**Arbitrary 3-D Data Surface**” (произвольная трехмерная поверхность; диалоговая панель имеет тот же вид, что и панель на рис.4.4-а): действия такие же, как в варианте „**Along Coordinates Data Surface**” (см. выше), хотя содержание – другое. С помощью кнопки „**Options...**” на панели „**Define Options for Variation**” (см. рис.4.4-б), что появится, можно

выбрать координатную систему, а в секции „Arbitrary 3-D Interpolation Options” – ввести значения в полях „% Locations to Include” (взять % от положения) и „Min Locations to Include” (взять минимум от положения). При 100% будет основано среднее значение со всей поверхности, а при 0% – значение из поля „Min Locations to Include”, которое должно быть > 1.0 ;



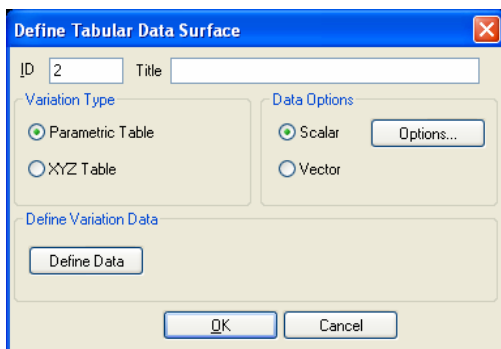
а)



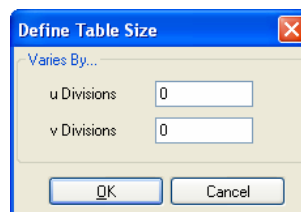
б)

Рис.4.6. Диалоговые панели задания данных: а) – с привязкой к сетке; б) – формулой

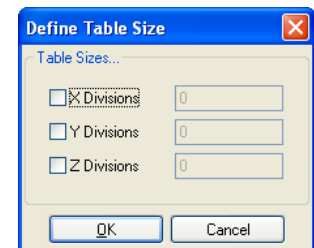
• „Equation Data Surface” (уравнением, см. рис.4.6-б): выбирается тип координатной системы и вводится уравнение для вычисления значения функции. Кнопкой „Calculation...” вызывается диалоговая панель „Equation Editor” (см. рис.1.13-б), где формулу можно ввести с помощью диалогов в секциях „Variables”, „Opt” и „Function” и кнопок „Insert ...”;



а)



б)



в)

Рис.4.7. Диалоговые панели задания данных таблицей: а) – основная; б), в) – вспомогательные

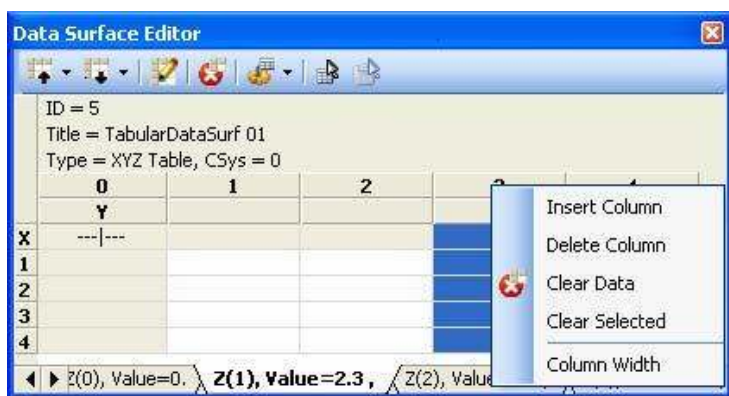
• „Tabular Data Surface” (таблица данных поверхности). Диалоговая панель (см. рис.4.7-а) вызывается только из панели „Data Surface Editor”, из списка, открываемого правой частью кнопки . Если в секции „Variation Type” выбрать вариант „Parametric Table” и инициировать кнопку „Define Data”, то появится панель, изображенная на рис.4.7-б, где нужно указать *целые* числа „u Division” и „v Division”: будет создана пустая таблица из v строк и u столбцов (это является количеством промежуточных точек в каждом из направлений на поверхности с *четырьмя* сторонами), которая параметрическим образом „привязывается” к поверхности, для которой таблица создается. Тогда в таблице в строке U и в столбце V значения должны быть $0 \dots 1$, причем именно 0 и 1 соответствуют углам поверхности. Можно вручную заполнить только угловые значения, а потом с помощью кнопки дать команду „Interpolate...” – таблица заполнится интерполированными значениями. В случае выбора варианта „XYZ Table” и инициирования кнопки „Define Data” появится панель, изображенная на рис.4.7-в, где нужно указать *целые* числа „X Divisions”, „Y Divisions” и/или „Z Divisions”. Если будут введены значения для всех трех осей, то будет создана Z -слоенная таблица из X столбцов и Y строк каждая, а если только для одного или двух – однослойная таблица (еще пустая). С помощью кнопки „Options...” на панели „Define Options for Variation” (см. рис.4.4-б), что появится, можно изменить координатную систему для координат таблицы, а

также в секции „**Tabular Option**” для „**Undefined Cells**” (не определенные ячейки) один из вариантов: „**Interpolate from Closest**” (интерполировать от ближайшего, по умолчанию) или „**Value**” (ввести конкретное значение). Сначала в **Z**-слоистой таблице все **Z=0**. Чтобы ввести другое значение, нужно навести курсор на вкладку внизу, щелкнуть правой кнопкой мыши, выбрать команду „**Properties...**” и ввести значение. С помощью правой кнопки мыши можно добавить/изъять столбцы и строки таблицы (наводить курсор на **X** или **Y**, см. рис.4.8-а), или вкладки (таблицы при других **Z**). **Внимание:** обязательно нужно давать команду **Save** для сохранности таблицы. Созданную таким образом таблицу можно потом подключить из списка в поле „**Data Surface**” на панели „**Create Loads...**” (см. рис.4.3-а) после выбора варианта „**Data Surface**” в секции „**Method**”.

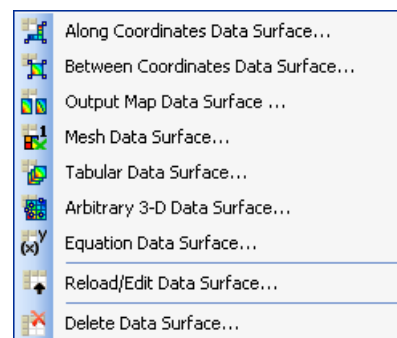
В **Help**, в разделе **FEMAP→Commands→Modeling Tools→ ... →7.2.5.1 Data Surface Definition Methods** есть примеры применения этих инструментов с объяснениями.

Добавим, что данные в таблицах можно формировать с применением одного варианта, а потом с помощью буферной памяти передавать в другой вариант. Еще данные можно создавать в любом табличном редакторе, например, в **Excel** и копировать через **Clipboard**.

Относительно панели „**Data Surface Editor**”, о которой шла речь выше, то она (см. рис.4.8-а), вызывается командой **Tools→Data Surface Editor**. Она имеет, кроме таблицы (или таблиц на вкладках), кнопки управления, описанные в таблице 4.1. Самая левая из них вызывает или диалог выбора существующих таблиц (по умолчанию), или динамическое меню, изображенное на рис.4.8-б, с командами выбора описанных выше семи вариантов создания таблицы данных, с командой выбора существующих таблиц и командой удаления таблиц.



а)



б)

Рис.4.8. Диалоговая панель редактирования таблицы (а); динамическое меню команд (б)

Таблица 4.1. Значения электронных кнопок панели „Data Surface Editor”

	Загрузка таблицы и вызов динамического меню рис.4.8-б		Вызов динамического меню с командами сохранения
	Вызов панелей, изображенных на рис.4.4-а, рис.4.5 или рис.4.6		Удаление таблицы
	Вызов динамического меню с командами Align Output Map... , Plot Output Map... и Interpolate...		Копирование таблицы в Clipboard для передачи в другие программы
			Копирование/Вставка таблицы в/из Clipboard (только в Femap)

Если таблица создана по варианту „**Output Map Data Surface**”, то для приспособления таблицы к *новой* сетке конечных элементов можно применить (с помощью кнопки) команду **Align Output Map...** („выровнять” карты результатов) или **Plot Output Map...** (участок карты результатов).

4.1.4 Манипулирование наборами граничных условий

Набор граничных условий – объект, которым можно манипулировать: копировать, удалять, редактировать, комбинировать, масштабировать, превращать и т.п.

4.1.4.1 Копирование наборов граничных условий

Командой **Model**→**Load**→**Copy...** создается новый набор ГУ, являющийся копией активного набора. При этом можно указать его номер **ID** и сделать активным. Новый набор будет иметь старое название, а изменить его можно с помощью команды **Model**→**Load**→**Create/Manage Set...**

4.1.4.2 Удаление и редактирование наборов граничных условий

Полное удаление активного набора ГУ проводится с помощью команды (общую часть **Delete**→**Model**→ опускаем) **Load-Set...**; назначенных отдельной командой – **Load-Definition...**; относящихся ко всему телу – **Load-Body...**; выборочно – **Load-Individual...** В последнем случае появляется панель „**Load Options**” (см. рис.4.9-а), на которой нужно оставить выбранными только те варианты ГУ, что будут удаляться (для быстрой очистки/заполнения выбранных типов ГУ есть кнопка „**None/All**”). Удаление любого набора ГУ можно проводить с помощью команды **Model**→**Load**→**Create/Manage Set...**

Для редактирования активного набора ГУ дается команда **Modify**→**Edit**→**Load-Individual ...**, на панели „**Select Type of Load**”, что появляется (идентична панели „**Load Options**”, см. рис.4.9-а, но отсутствует кнопка „**None/All**” и секция „**Other Loads**”, а все опции, кроме „**Select All**” заменены на радиокнопки), выбирается необходимый тип ГУ. Если такой тип ГУ действительно существует и если выбранный вариант редактирования возможен, появится соответствующая панель „**Create Loads ...**”, где можно изменить значение ГУ. Другая команда: **Modify**→**Edit**→**Load-Definition ...** вызывает список из назначенных отдельной командой наборов ГУ, после выбора одного из них появляется соответствующая панель „**Create Loads ...**”, где можно изменить значение ГУ.

В наборах возможно задание нескольких ГУ к одним и тем же объектам. Для их объединения необходимо дать команду **Tools**→**Check**→**Coincident Loads...** и указать **ID** набора. Если такие ГУ найдены, появится запрос об их объединении. **Внимание:** ГУ „**Temperature**” не комбинируются, а используется *последнее* (для данного узла или КЭ) назначение.

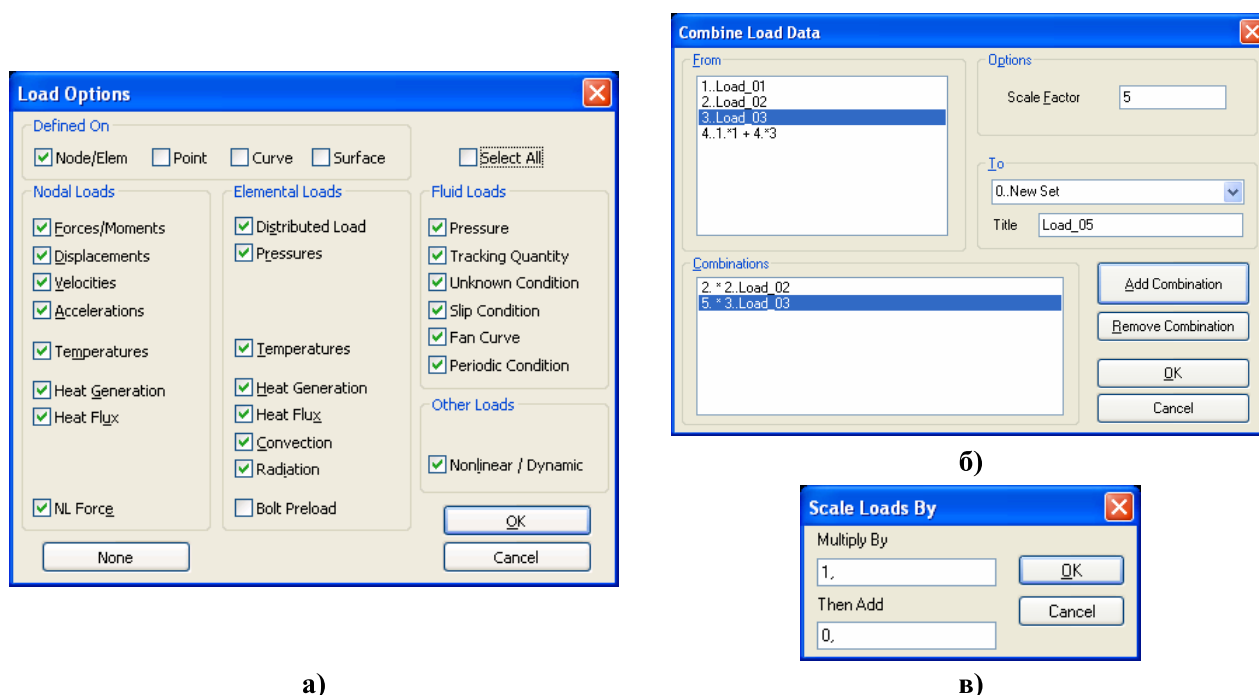


Рис.4.9. Диалоговые панели: а) – выбора вариантов ГУ; б) – масштабирования наборов ГУ; в) – комбинирования наборов ГУ

4.1.4.3 Линейное комбинирование наборов граничных условий

Дается команда **Model**→**Load**→**Combine...**, на панели „**Combine Load Data**”, что появляется (см. рис.4.9-б), из списка „**From**” выбирается очередной набор, устанавливается масштабный коэффициент „**Scale Factor**”, дается команда „**Add Combination**” (можно использовать лишь один набор). В поле „**To**” можно выбрать, какой набор будет модифициро-

ваться, или, оставив **0..New Set**, ввести в поле „**Title**” имя нового набора ГУ. По умолчанию создается новый набор с новым **ID** и названием, указывающим на созданную комбинацию наборов (см. набор 4. на рис.4.9-б, который создан комбинацией наборов 1 и 3 с коэффициентами 1. и 4. соответственно). Название любого набора потом можно изменить с помощью команды **Model→Load→Create/Manage Set...** В новых наборах возможно появление нескольких ГУ, назначенных к одним и тем же объектам. Для их объединения необходимо дать команду **Tools→Check→Coincident Loads...** и указать **ID** набора. Если такие элементы ГУ найдены, появится запрос об их объединении. **Внимание:** ГУ „**Temperature**” не комбинируются, а используется *последнее* (для данного узла или КЭ) назначение.

4.1.4.4 Масштабирование наборов граничных условий

Дается команда **Modify→Update Other→Scale Load...**; на появившейся панели „**Select Type of Load**” (идентична панели „**Load Options**”, см. рис.4.9-а, но с радиокнопками вместо опций) выбирается необходимый тип ГУ. Если такой тип ГУ действительно существует и если выбранный вариант редактирования возможен, появится стандартная панель для выбора объектов, к которым приложены ГУ, потом – панель „**Scale Loads By...**” (см. рис.4.9-в), где можно указать масштабный коэффициент „**Multiply By**” и значение, которое потом прибавляется (**Then Add**).

4.1.4.5 Использование результатов расчетов для задания граничных условий

Результаты расчетов Nastran помещает в файлы с расширением имен **.op2** (а FEMAP – перемещает их в файл проекта **.mod**) в виде таблиц со столбцами (векторами) значений в узлах: температура, ее градиенты (ТС); перемещения, напряжения, другие (НДС). В некоторых ситуациях полученные результаты расчетов используются как ГУ для последующих расчетов. Характерный пример: распределение температур – для решения задачи о напряженно-деформированном состоянии (НДС) тела. Другой пример: НДС тела как начальное для дальнейших расчетов. Возникает необходимость в подключении или, наоборот, отключении результатов, их комбинации, выборочном подключении и т.п.

Дается команда **Model→Load→From Output...**; на появившейся панели „**Select Type of Load**” (идентична панели „**Load Options**”, см. рис.4.9-а) выбирается необходимый тип ГУ (узловые или элементные). Появится панель „**Create Loads From Output**” (см. рис.4.10-а).

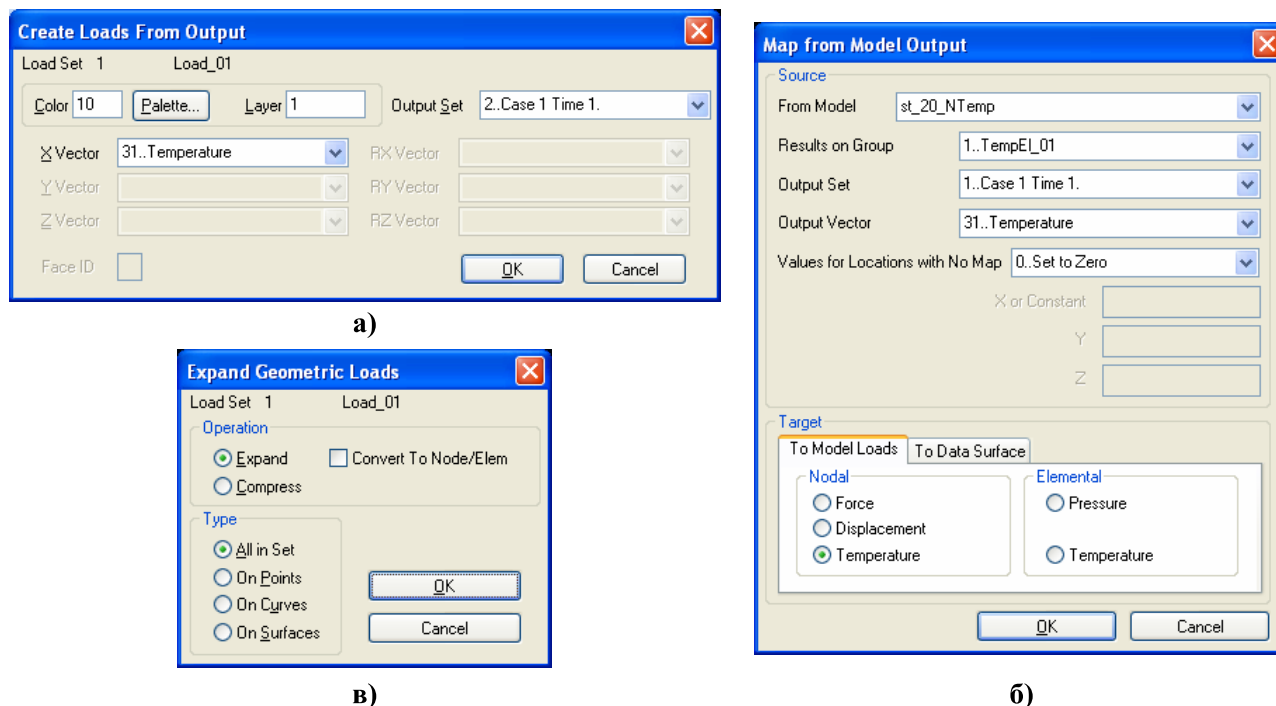


Рис.4.10. Диалоговые панели: а) – создания ГУ из результатов расчетов; б) – создания ГУ из результатов расчетов другой модели; в) – преобразования ГУ

На ней в окне „**Layer**” устанавливается номер уровня, в окне „**Output Set**” выбирается набор результатов расчетов, в активных окнах „**X Vector**”, „**Y Vector**”, „**Z Vector**”, „**RX Vec-**

tor”, „RY Vector” и „RZ Vector” – векторы результатов расчетов. Если создаются элементные ГУ, то еще потребуется указать номер стороны (ребра) КЭ (**Face ID**), к которому ГУ будут прикладываться.

Есть возможность использовать исходные данные из другой модели. Конечно, эти модели должны быть родственными. Еще одно ограничение: только для двумерных КЭ и только перемещения или температуры. Модель-источник нужно открыть в FEMAP и создать из необходимых двумерных КЭ, имеющих результаты расчетов, группу (или группы). Потом нужно перейти к целевой модели, дать команду **Model→Load→Map Output From Model...** На появившейся панели „Map from Model Output” (см. рис.4.10-б) выбираются: модель-источник (в поле „From Model”), группа с результатами, исходный набор (**Output Set**) и вектор (**Output Vector**). Еще нужно в поле „Values for Locations with No Map” выбрать, какими значениями заполнять отсутствующие в модели-источники данные: **0..Set to Zero** (нулями), **1..Set to Value** (или константой (поле „X or Constant”), или координатами *X*, *Y* и *Z*); **2..Extend Closest** (значение – линейная аппроксимация с ближайших двух узлов); **3..Interpolate** (интерполирование); **4..No Output** (никаких значений). В секции „Target” на вкладке „To Model Loads” нужно указать, к каким объектам нагрузка будет прикладываться (узлам или элементам) и каким образом она будет трактоваться: как сила (**Force**), перемещение (**Displacement**), давление (**Pressure**) или температура (**Temperature**). Можно перейти на вкладку „To Data Surface”, где набрать имя таблицы, что будет создана (**внимание**: обе модели должны иметь КЭ с одинаковыми номерами). Работу с этим типом таблицы рассмотрено в Разделе 4.1.3.

После команды „OK” появится панель для выбора узлов, для которых создается нагрузка согласно назначениям в поле „Values for Locations with No Map”.

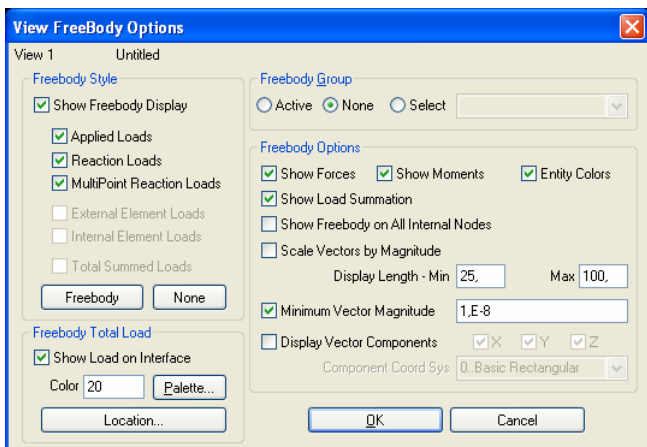


Рис.4.11. Диалоговая панели опций Freebody

(см. рис.4.11). На ней нужно установить опции „Show Freebody Display” (показать свободное тело), „Show Load Summation” (показать равнодействующую нагрузку) и „Show Load on Interface” (показать нагрузку на мониторе). Потом – последовательно давать команды „OK” до полного закрытия панелей. Теперь нужно дать команду **Model→Load→From Freebody...**, ответить на вопрос „OK to Create Freebody Resultant Load ?” (создать результирующую нагрузку ?) и „OK to Create Individual Freebody Load ?” (создать индивидуальную нагрузку ?). Если дать утвердительный ответ на первый вопрос, то при отсутствии узлов в соответствующих местах тела они будут созданы и в них будет приложена нагрузка (три силы и три момента). Если дать утвердительный ответ на второй вопрос, то появится стандартная панель для выбора узлов, в которых будут приложены нагрузки.

4.1.4.6 Преобразования граничных условий

ГУ *активного* набора, заданные на геометрических объектах (**Point, Curve, Surface**), можно перевести к объектам КЭС (**Nodal, Elemental**) или наоборот, с помощью панели „Expand Geometric Loads” (команда **Model→Load→Expand...**), где (см. рис.4.10-в) необходимо выбрать направление преобразования ГУ: к элементам КЭС (**Expand**) или к геометриче-

ским объектам (**Compress**). Когда выбрано „**Expand**”, необходимо указать тип геометрического объекта (здесь „**All in Set**” – для всего активного набора ГУ), который потом будет выбираться. Преобразование ГУ в направлении „**Compress**” – для всего активного набора ГУ. Преобразования бывают полезными для дальнейшего редактирования ГУ (команда **Modify**→**Update Other**→**Scale Load...**). Аналогично преобразуются ГУ в виде закреплений.

Внимание:

- после включения на диалоговой панели опции „**Convert To Node/Elem**” („**Convert To Nodal**” для закреплений) обратное преобразование становится невозможным;
- иногда в процессе преобразования или при запуске процесса решения задачи (при создании файла задания с расширением имени *.dat или *.nas) появляется сообщение, что преобразование какого-то ГУ невозможно. Это бывает по причине, описанной в п.4.1.2, а также после того, как для этого тела на этой КЭС уже решалась другая задача (например, задача теплопроводности). Тогда, после задания ГУ на поверхности (см. Раздел 4.1.3), когда появлялась надпись „**On Element**” (см. рис.4.3-а), FEMAP в процессе подготовки к решению задачи самостоятельно создал на узлах, что существуют и лежат на указанных поверхностях, дополнительные неконструктивные КЭ типа „**CHBDYI**”, к которым и прикладывал назначенные ГУ. Итак, после этого КЭС содержит такие КЭ (идентифицируются как „**PLOT PLANAR**”), и именно они могут препятствовать проведению преобразований в будущих назначениях (это, наверное, ошибка в коде FEMAP, которая была и в предыдущих версиях). Чтобы ликвидировать эту проблему, нужно удалить все (или только в проблемном месте) неконструктивные КЭ типа „**PLOT PLANAR**”. Для *частичного* удаления – дать команду **Delete**→**Model**→**Element...**, найти на КЭС модели тела КЭ типа „**PLOT PLANAR**”, которые нужно удалять. Для полного удаления – дать команду **Delete**→**Model**→**Element...**, инициировать кнопку „**Method**”, назначить метод „**Type**”, найти один КЭ типа „**PLOT PLANAR**” на КЭС модели тела или найти этот тип в списке „**Type**” на панели (он обозначен как **32..L Plot Planar**, т.е. имеет номер типа 32). Когда КЭ выбраны – дать команду „**OK**”;
- после завершения преобразований есть смысл проверить их результаты. Обычно это удобно делать с помощью команды **List**→**Model**→**Load-Definition...**

4.2 Создание задания и запуск процесса расчета краевой задачи

4.2.1 О запуске процесса расчета краевой задачи

Процесс расчета краевой задачи можно начать из FEMAP с помощью:

- команды **Model**→**Analysis...**: создание/активирование/запуск задания;
- команды **File**→**Analyze...**, которая имеет дубликат – кнопку „**Analyze Model**” в меню „**Model**” (см. табл. 1.1 Раздела 1).

Если задание еще не создано, или нет активного задания, то второй вариант вызывает диалоговую панель „**Export Method**” (см. рис.4.12), где необходимо или выбрать ранее созданное задание из списка „**Activate Analysis Set**”, или дать команду „**Create/Edit Set**”, что вызовет диалоговую панель „**Analysis Set Manager**” (см. рис.4.13-а), как и команда **Model**→**Analyze...**

При этом в качестве анализатора можно применить NX Nastran или несколько других программ.

Если в проекте уже есть активное задание, то после команды **File**→**Analysis...** сразу же начинается процесс анализа.

Есть еще один вариант: с помощью команды **File**→**Export**→**Analysis Model...** создается файл задания для передачи в другие программы.

Примечание 4.1. Если на вкладке „**Interfaces**”, что вызывается командой **File**→**Preferences...**, установить опцию „**Enabled Old Analysis Interfaces**” (см. рис.1.8-а), то будет срабатывать кнопка „**Other Interfaces**” (см. рис.4.12), которая будет вызывать диалоговые панели для за-

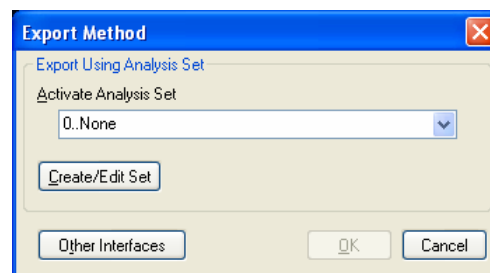


Рис.4.12. Диалоговая панель активирования задания задачи

пуска процесса расчета без создания задания на проведение анализа краевых задач, которые (панели) были характерны для выпусков FEMAP до версий 9.x. Далее этот вариант не рассматриваем, как устаревший.

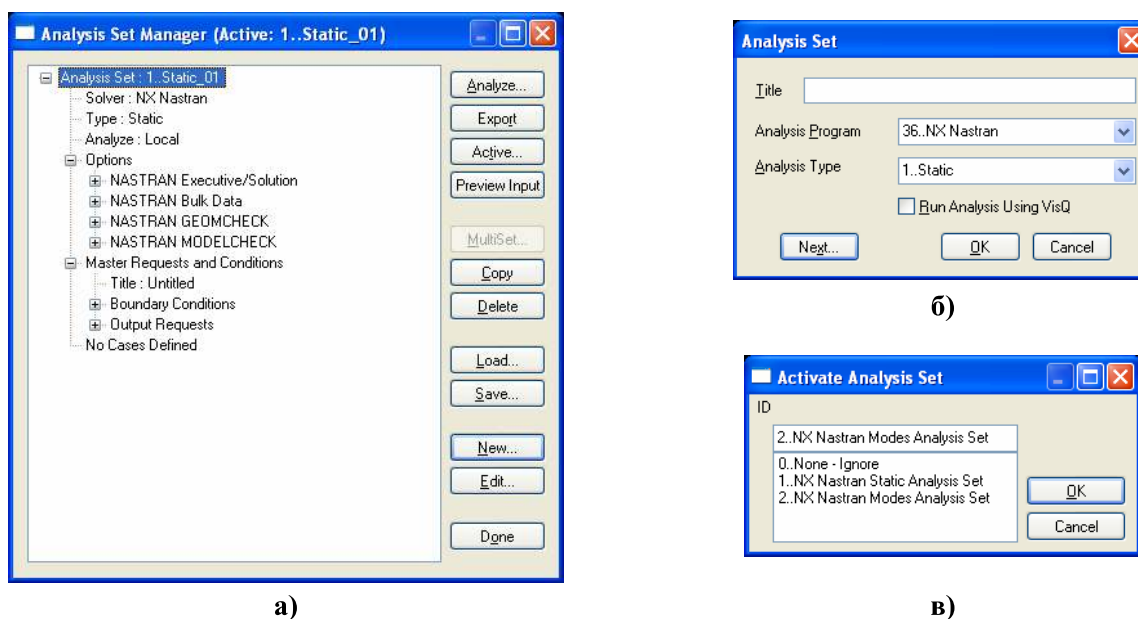


Рис.4.13. Диалоговые панели:

- а) – создания и общего управления заданиями; б) – начала создания нового задания;
- в) – активизации задания

4.2.2 Идентификаторы и коды основных типов краевых задач в NX Nastran 5.0

В таблице 4.2 приведены типы краевых задач, названия идентификаторов, номера кодов и краткие объяснения для типов краевых задач, которые могут быть сформированы в FEMAP для NX Nastran (NX Nastran имеет еще несколько типов задач – см. табл.П9.1 и табл. П9.2 Приложения 9). В таблице 4.3 приведены ограничения свойств КЭ для типов краевых задач 601 и 701.

Таблица 4.2. Идентификаторы и коды основных типов краевых задач NX Nastran

Состояние	Тип краевой задачи	Идентификатор	Код	Пояснения
Напряженно-деформированное	1..Static	SESTATIC	101	Линейный статический анализ
	2..Normal Modes / Eigenvalue	SEMODES	103	Собственные частоты и формы колебаний
		SEDCEIG	107	Прямой комплексный анализ собственных частот (<u>D</u> irect <u>C</u> omplex <u>E</u> IGenvalues)
	3..Transient Dynamic / Time History	SEMCEIG	110	Модальный комплексный анализ собственных частот (<u>M</u> odal <u>C</u> omplex <u>E</u> IGenvalues)
		SEDTRAN	109	Переходной динамический процесс во времени (прямой переходной анализ, <u>D</u> irect <u>T</u> RANsient Response)
	4..Frequency / Harmonic Response	SEMTRAN	112	Переходной динамический процесс во времени (модальный переходной анализ, <u>M</u> odal <u>T</u> RANsient Response)
		SEDFREQ	108	Прямой частотной анализ / гармонический отклик (<u>D</u> irect <u>F</u> R <small>E</small> Q <u>U</u> ency Response)
		SEMFREQ	111	Модальный частотной анализ / гармонический отклик (<u>M</u> odal <u>F</u> R <small>E</small> Q <u>U</u> ency Response)

Напряженно-деформированное	5..Response Spectrum	SEDTRAN	109	Генерирование спектра отклика (Response Spectrum Generation)
	6..Random Response	SEMFREQ	111	Модальный частотный анализ с пост-процессорной обработкой для определения характеристик стохастического возбуждения
	7..Buckling	SEBUCKL	105	Устойчивость
	8..Design Optimization	DESOPT	200	Оптимизация
	10..Nonlinear Static	NLSTATIC	106	Нелинейный статический анализ
	12..Nonlinear Transient Response	<u>NLTRAN</u>	129	Нелинейный/линейный переходной динамический анализ (<u>Nonlinear</u> or <u>Linear</u> <u>TRAN</u> sient Response)
	22..Advanced Nonlinear Static	NXSTRAT	601	Нелинейный анализ статических процессов
	23..Advanced Nonlinear Transient	NXSTRAT	601	Пошаговый нелинейный анализ переходных (динамических) процессов
	24..Advanced Nonlinear Explicit	NXSTRAT	701	Явный нелинейный анализ динамических процессов
Тепловое	20..Steady-State Heat Transfer	NLSCSH	153	Стационарный тепловой анализ (линейный или нелинейный)
	21..Transient Heat Transfer	NLTCSH	159	Нестационарный тепловой анализ (линейный или нелинейный)

Таблица 4.3. Свойства КЭ и материала в типах краевых задач 601 и 701

	Rod		Beam		Shell		2D Solid		3D Solid	
	601	701	601	701	601	701	601	701	601	701
Elastic isotropic	+	+	+	+	+	+	+		+	+
...Thermal	+	+			+	+	+		+	+
...Creep	+				+		+		+	
Elastic orthotropic					+	+			+	+
...Thermal					+	+			+	+
Plastic isotropic	+(*)	+(*)	+(*)	+(*)	+	+	+		+	+
...Thermal	+	+			+	+	+		+	+
Hyperelastic							+		+	+
Gasket									+	
Nonlinear elastic isotropic	+	+								

+(*) – без тепловых деформаций

4.2.3 Диалоговая панель „Analysis Set Manager”: создание задания на проведение анализа со стандартным набором параметров

Для создания задания на проведение анализа краевых задач есть диалоговая панель „Analysis Set Manager” (см. рис.4.13-а).

Сначала диалоговая панель „Analysis Set Manager” пуста. Кнопкой „New” вызывается диалоговая панель „Analysis Set” (см. рис.4.13-б), где нужно указать название новой задачи (**Title**), выбрать из списков программу для анализа (**Analysis Program**) и тип краевой задачи (**Analysis Type**) – см. табл. 4.2.

На панели „Analysis Set” еще есть опция „Run Analysis Using Vis”, инициация которой позволяет запустить анализ с использованием программного сервера **Vis** (есть в составе SPLMS.Fv10.2.0), который позволяет передавать файл-задание по сети на другую ЭВМ и потом получать с той ЭВМ результаты расчета.

После команды „OK” на диалоговой панели „Analysis Set Manager” будут сформированы задания для краевой задачи со стандартным набором параметров (см. рис.4.13-а). Можно создать несколько таких заданий.

С помощью кнопки „Active...” вызывается диалоговая панель „Activate Analysis Set” (см. рис.4.13-в), где одно из заданий назначается активным, или проводится их дезактивация (0..None – Ignore). Кнопкой „Save...” осуществляется запись заданий в файл **analysis.esp** (в рабочей папке), а кнопкой „Load...” – их чтение из этого или другого файла. С помощью кнопки „Copy” создается копия выделенной задачи, а кнопки „Delete...” проводится удаление заданий, для выбора которых будет применена стандартная процедура. Если для задачи было сформировано несколько наборов нагрузок или закреплений, то будет активной кнопка „MultiSet...” – для создания многовариантного задания для анализа. Каждую составляющую задания можно редактировать: кнопкой „Edit...”: вызывается соответствующая диалоговая панель.

Кнопкой „Preview Input”, когда она активна, вызывается диалоговая панель „Preview Analysis Input File” (см. рис.4.14), на которой можно увидеть содержание активного файла-задания, который будет передаваться анализатору (NX Nastran или другому, в соответствующем формате). Если установить опцию „Edit Preview”, то задание можно редактировать с клавиатуры (иногда это необходимо делать). При помощи кнопки „Export” можно сохранить файл-задание в файловой системе; кнопка „Analyze” запускает процесс анализа активной задачи, а кнопка „Done” закрывает диалог.

Кнопки „Export”, „Done” и „Analyze” с тем же назначением есть и на диалоговой панели „Analysis Set Manager”.

Задание, кроме основного подраздела, имеет подразделы „Options” и „Master Request and Conditions” (см. рис.4.13-а), которые в свою очередь, имеют тоже подразделы. Количество и название подразделов зависит от типа задачи и от анализатора, а содержание может изменяться с помощью диалоговых панелей, доступ к которым можно получить с помощью кнопки „Edit...” (см. рис.4.13-а) или „Next...” (см. рис.4.13-б).

Нужно иметь в виду, что файл задания для Nastran (с расширением имени *.dat или *.nas) имеет 5 групп (секций) данных, в которые помещаются, в частности, и параметры подразделов „Options” и „Master Request and Conditions”, а также специальные команды:

- параметры Nastran (секция „NASTRAN Statement”);
- файловые параметры (секция „File management Statements”);
- параметры типа расчета (секция „Executive Control Statements”);
- CEND (команда окончания трех предыдущих секций);
- параметры вариантов расчетов и данных расчета (секция „Case Control Commands”);
- BEGIN BULK (команда начала блока данных конечно-элементной модели задачи);
- массив данных конечно-элементной модели задачи (секция „Bulk Data”);
- END DATA (команда окончания блока данных конечно-элементной модели задачи).

4.2.4 Настройка рестарта процесса расчета краевой задачи в Nastran

Если на панели „Analysis Set Manager” (см. рис.4.13-а) выбрать подраздел „Executive/Solution” раздела „Options”, то после инициирования кнопки „Edit” появится панель

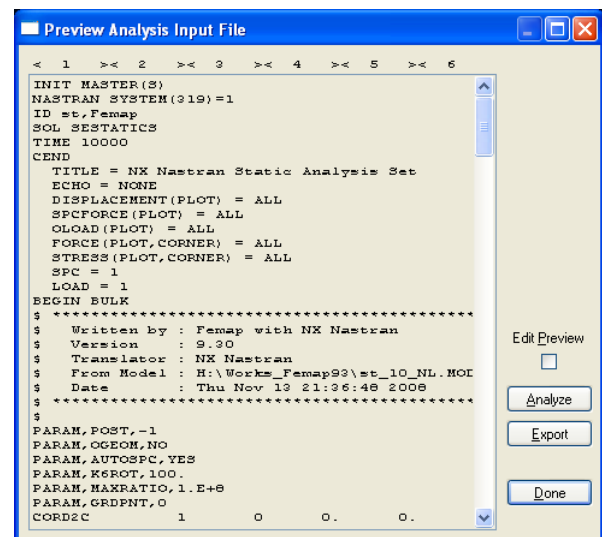


Рис.4.14. Диалоговая панель предварительного просмотра файла-задания

„NASTRAN Executive and Solution Options” (см. рис.4.15-а). На ней в секции „Restart Control” для создания файла рестарта типа *.MASTER инициируются опция „Save Databases for Restart” и (когда предыдущим процессом уже создан файл рестарта типа *.MASTER) опция „Restart Previous Analysis” (провести рестарт предыдущего анализа), а в поле „From” выбирается соответствующий файл рестарта типа *.MASTER (рестарт необходим для нескольких типов задач, о чем будет указано в соответствующих местах).

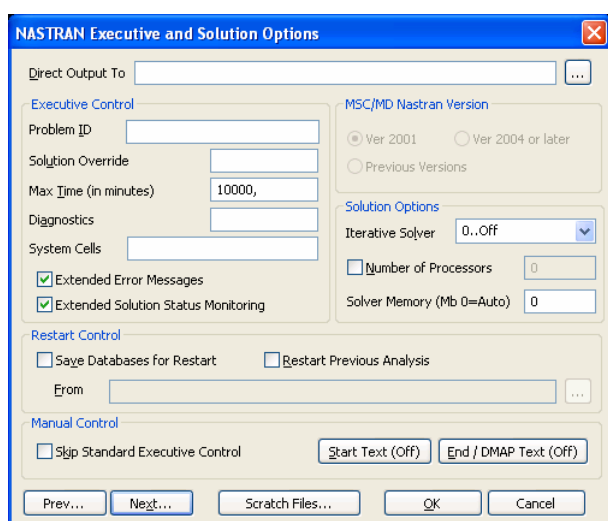
4.2.5 Опции панели „NASTRAN Executive and Solution Options”

Подраздел „Executive/Solution” раздела „Options” на диалоговой панели „Analysis Set Manager” настраивается с помощью диалоговой панели „NASTRAN Executive and Solution Options” (см. рис.4.15-а).

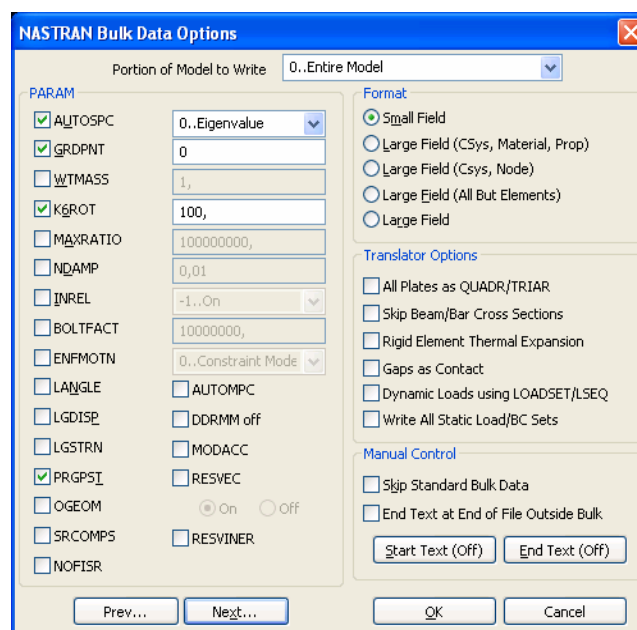
В поле „Direct Output To” можно задать (создать) рабочую папку для проекта.

В секции „Executive Control” можно установить опцию „Extended Error Messages” (выводить расширенные описания ошибок в файл *.f06, а также задать:

- „Problem ID” (путь в файловой системе и название проекта – файла *.modfem);



а)



б)

Рис.4.15. Диалоговые панели настройки данных и параметров секций „NASTRAN Executive/Solution” (а) и „Bulk Data” (б) файла *.dat

- „Solution Override” (переменную или код типа задачи (см. табл.4.2), которая указывает на DMAP – последовательность алгоритмов для получения решения задачи);
- „Max Time (in minutes)” (максимальное время на решение задачи, в минутах);
- „Diagnostics” (параметры диагностирования), которые могут иметь значения от 1 до 64 (см. Приложение 10). Их можно указывать через запятую. Они помогают установить некоторые причины ошибок при решении задач. Сообщения выводят в файлы с расширением имен *.f06 и *.pch;
- „System Cells” (параметры подсистем Nastran. Имеет формат записи SYSTEM (#)=#, ..., SYSTEM (#)=#, например: SYSTEM (319)=1. Здесь 319 – номер подсистемы Nastran, которая выводит расширенные сообщения об ошибках).

Примечание 4.2. Таблица с номерами „System Cells” (от 1 до 491) и объяснениями помещена в Разделе „1.2. The NASTRAN Statement” книги „NX Nastran 7 Quick Reference Guide”, электронный вариант которой содержит файл ...FEMAPv102\nastranhelp\NXNastran\nast/misc\doc\ docs\pdf\qrg.pdf.

В секции „MSC/MD Nastran Version” можно указать версию MSC/MD Nastran (2001 или 2004 и более поздние).

В секции „**Solution Options**” можно в поле:

- „**Number of Processors**” указать количество процессоров в ЭВМ (>1);
- „**Iterative Solver**” выбрать итерационный метод решения системы алгебраических уравнений: „**0..Off**” (не использовать) „**1..On**” (использовать, метод по умолчанию) „**2..Elemental Iter**” (метод простых итераций). Его можно применять при значительном количестве уравнений в системе алгебраических уравнений (САУ);
- „**Solver Memory (Mb 0=Auto)**” указать ограничение на размер оперативной памяти под процесс решения САУ, в мегабайтах (по умолчанию – автоматически).

Секция „**Manual Control**” имеет опцию „**Skip Standard Executive Control**”, при инициации которой стандартная диагностика будет пропущена, кроме той, которая будет задана с помощью кнопок „**Start Text**” и „**End / DMAP Text**”. Эти кнопки вызывают панель, позволяющую в текстовом режиме вводить с клавиатуры (или считать содержимое файла из файловой системы ЭВМ) параметры и/или объяснения, или сделать ссылку на такой файл в виде команды включения (**INCLUDE**). Эти тексты будут помещены в файл задания (*.dat или *.nas) в начало („**Start Text**”) или конец („**End / DMAP Text**”) первой секции этого файла (от 2-й строки или перед строкой с надписью **CEND**). На редакционной панели отображается полное содержание этих текстов.

Внимание: все строки объяснений должны начинаться со знака \$.

С помощью кнопки „**Scratch Files...**” можно создать две папки ...**Scratch** (для размещения временных файлов Nastran) на разных логических дисках файловой системы, а также максимальный размер этих папок, если это нужно.

4.2.6 Опции панели „**NASTRAN Bulk Data Options**”

Подраздел „**Bulk Data**” (все детали модели для Nastran) раздела „**Options**” настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN Bulk Data Options**” (см. рис.4.15-б).

Наверху панели есть поле „**Portion of Model to Write**” (записать часть модели в ...) для выбора вариантов: „**0..Entire Model**” (вся модель) или других.

В секции „**PARAM**” можно изменить или добавить к модели несколько внутренних параметров, которые модифицируют модель или руководят процессом решения задачи.

Параметры секции „**PARAM**” имеют такие назначения и значения:

- „**AUTOSPC**” (от **AUTO**matic **S**ingle-**P**oint **C**onstraint) – задает действие, когда в матрице жесткости тела идентифицируется особенность. **AUTOSPC=YES** требует автоматическим образом ограничивать запредельные значения (по умолчанию = 10^{-8}). **Внимание:** даже если это удалось (не было фатальной ошибки), то будет соответствующее сообщение. Нужно найти, исправить ошибку и снова выполнить решение. Обычные причины: тело плохо закреплено (имеет возможность смещаться в пространстве как жесткое целое) или нулевые значения характеристик материала. В файле проекта *.f06 создается таблица „сингулярных” узлов „**GRID POINT SINGULARITY TABLE**”, где применяются такие обозначения: „**G**” – узел, „**S**” – скалярная точка, „**FAILED DIRECTION**” – проблемное направление, „**STIFFNESS RATIO**” – относительная жесткость, „**BF**” и „**F**” – указания на отсутствие связей („старый” статус) „**SB**” и „**S**” – наложенные связи („новый” статус). Есть два варианта: „**0..Eigenvalue**” (собственные значения, для чего связи не обязательны) и „**1..Singular Value Decomposition**” (метод разложения сингулярных значений – **SVD**). Значение **AUTOSPC=NO** (опция не активирована) по умолчанию – для задач типа 4, 106, 129, 153 и 159 (см. табл.4.2);

- „**GRDPNT**” – номер узла, относительно которого рассчитываются массово-инерционные характеристики тела (выводятся в файл *.f06). Если **GRDPNT=0** (по умолчанию), то они рассчитываются относительно начала координатной системы;

- „**WTMASS**” – число, на которое умножаются все массовые характеристики модели (плотность, масса, инерция для КЭ типа **MASS** и матричные значения КЭ типа **MASS MATRIX**) – коэффициент масс. По умолчанию **WTMASS=1.0**;

- „**K6ROT**” – коэффициент фиктивной жесткости при вращении вокруг нормали к поверхности КЭ типа PLATE *первого* порядка аппроксимации (**CTRIA3** – 3 узла и **CQUAD4** – 4 узла). По умолчанию для типов задач 106, 129, 153 и 159 (см. табл.4.2) он равен 100, для других – нулю. Рекомендованные значения: от 0 до 100, наибольшие – для нелинейного и частотного анализа. В качестве альтернативы в секции „**Translator Options**” можно установить опцию „**All Plates as QUADDR/TRIAR**”. Тогда все КЭ типа PLATE не будут контролировать степень свободы „**R3**”, т.е. вращение узлов КЭ вокруг нормали к плоскости КЭ (это – лишь альтернативный вариант аппроксимации решения), а введенное значение „**K6ROT**” – игнорируется. КЭ „**CQUADR**” и „**CTRIAR**” рекомендуют применять для *плоских* конструкций *без значительных изгибающих усилий* (решения – близки к мембранным);

- „**MAXRATIO**” – максимально допустимое отношение диагонального члена матрицы жесткости (или теплопроводности) к недиагональному из треугольной матрицы после разложения исходной матрицы на две треугольные согласно методу Холецкого. По умолчанию **MAXRATIO** = 10^8 . Иначе матрица считается вырожденной (фатальная ошибка). Это бывает в двух случаях: когда тело не закреплено или когда в конечно-элементной модели есть сопряжения КЭ с очень разными жесткостями;

- „**NDAMP**” – величина „коэффициента демпфирования”, что вводится искусственно для стабилизации процесса вычисления для задач типа 129, 159 (нелинейные нестационарные задачи, см. табл.4.2) в случае применения адаптированного временного шага. По умолчанию **NDAMP**=0.01. Величина **NDAMP**=0 отменяет это искусственное „демпфирование”. Рекомендуются значение от 0.0 до 0.1;

- „**INREL**” – опция вычисления инерционного „облегчения” или принудительного ускорения для типов задач 101, 105 и 200. По умолчанию **INREL**=0 – не вычислять (статический анализ). При **INREL**=-1 и **INREL**=-2 к вектору нагрузок прибавляется вектор нагрузок, умноженный на некоторую матрицу (подробнее – в разделах „**Chapter 13. Solution Sequences → Data Processing and Matrix Operations by Functional Module → Data Recovery Operations in SubDMAP SEDISP**”, „**Chapter 13. Solution Sequences → Summary of Solution Sequence Operations → Buckling Analysis in SubDMAP MODERS**” и „**Chapter 18. Inertia Relief in Linear Static Analysis → Automatic Inertia Relief**” в книге „**NX Nastran 7 User’s Guide**”, электронный вариант которой содержит файл `...\FEMAPv102\nastranhelp\NXNastran\nast\misc\doc\docs\pdf\user.pdf`). Для инициации опции дополнительно можно применять параметр „**SUPPORT**” (см. табл.4.5 и Раздел 4.2.10);

- „**BOLTFACT**” – опция применения редуцированного значения жесткости предварительно нагруженного болта на первой фазе анализа. По умолчанию **BOLTFACT** = $1.0 \cdot 10^7$;

- „**ENFMOTN**” – опция, управляющая вариантом алгоритма при решении о вынужденных колебаниях тела: 0 – метод ограниченных мод; 1 – метод ограничения абсолютных перемещений плюс ускорения мод (по умолчанию); 2 – как 1, но с учетом демпфирования;

В секции „**PARAM**” еще есть такие опции (без полей редактирования значений):

- „**LANGLE**” – опция применения алгоритма „карданный подвес” для более точного вычисления больших углов поворота (больше 90 градусов) узлов КЭС при решении краевых задач со значительными перемещениями. Применяется одновременно с опцией „**LGDISP**”. По умолчанию **LANGLE**=1 для задач типа 106, 129, 153 и 159 с геометрической нелинейностью. При установлении **LANGLE**=2 применяется метод **Rotation Vector**. Нельзя изменять ее значение при последующем рестарте;

- „**LGDISP**” – опция управления алгоритмом значительных перемещений. Если ее отключить (**LGDISP**=-1), то будет применяться формула (П5.6) Приложения 5 (малые деформации). При включенной опции (тогда **LGDISP**=1), будет применяться формула (П5.5) Приложения 5 (для задач типа 106, 129, 153, 159, 601 и 701 с геометрической нелинейностью), кроме того, силы будут „следить” за перемещениями и вращениями объектов, к которым они приложены (для отключения „слежения” **LGDISP**=2, только для задач типа 106, 129, 153 и

159). При $LGDISP \geq 0$ к линейной матрице добавляется нелинейная матрица касательной жесткости. Для задач типа 601 и 701 приоритетен другой параметр: **LOADOPT**;

- „**LGSTRN**” – опция управления алгоритмом вычисления напряжений при значительных перемещениях. Только для задач типа 601 и 701, и только с КЭ для моделирования плоской деформации (**Plane Strain**), для односторонних оболочечных (**Single Shell**), осесимметричных (**Axisymmetric**) и объемных (**Solid**) КЭ;

- „**PRGPST**” – выводить таблицу сингулярных узлов в файл *.f06 (см. выше о параметре „**AUTOSPC**”);

- „**OGEOM**” – выводить блоки данных геометрии в файл задания на расчет;

- „**SRCOMPS**” – выводить соотношения сил изгиба для многослойных (композитных) КЭ. По умолчанию **SRCOMPS=NO**;

- „**NOFISR**” – при **NOFISR>0** не выводить никаких сообщений о многослойных КЭ в файл *.f06. По умолчанию **NOFISR=0**;

- „**AUTOMPC**” – проверять набор **MPC** – набор с формульными связями перемещений в узлах. По умолчанию **AUTOMPC=NO**;

- „**DDRMM off**”. По умолчанию **DDRMM=0** (опция не активна). Тогда в задачах о переходных модальных процессах и частотном анализе используется матричный метод восстановления данных. При **DDRMM=-1** – все матрицы вычисляются снова со „сдвигом” частот. Также см. про опцию „**MODACC**”;

- „**MODACC**”. По умолчанию **MODACC=-1** (опция не активна). При инициации опции (**MODACC=0**) автоматически иницируется опция „**DDRMM off**” (**DDRMM=-1**), после этого при динамическом анализе будет использоваться метод „сдвига” частот с использованием набора „**QSET**” (см. табл.4.5 и Раздел 4.2.10). При **MODACC=1** (с помощью кнопки „**Start Text**” ввести строку **PARAM,MODACC,1**) дополнительно учитываются данные набора „**SUPPORT**” (см. табл.4.5 и Раздел 4.2.10). Значение **MODACC** ≥ 0 не рекомендуется применять для задач гидроупругой динамики;

- „**RESVEC**”. По умолчанию **RESVEC=NO**. Если опцию иницировать (**RESVEC=On**), то в файл *.f06 будет выведена диагностика для нагрузок, которые были подключены в секции „**Nodal**” для „**Applied Load**” на панели „**NASTRAN Output Requests**” (см. рис.4.19-б), а также для инерционных или единичных сил (динамический анализ). Эти данные могут значительно улучшить результаты модального динамического анализа отклика (modal dynamic response analysis). Если тело – не закреплено, то для получения этих данных (**Applied Load**) необходимо подключить набор „**SUPPORT**” (см. табл.4.5 и Раздел 4.2.10);

- „**RESVINER**”. По умолчанию **RESVINER=NO**, и это учитывает увеличение размеров от инерционных нагрузок (ускорение модуля массы).

Примечание 4.3. Полная таблица с параметрами NX Nastran и объяснениями помещена в Разделах „7.1. Parameter Descriptions” (со стр. 666) и „10 ... 19 Bulk Data Entries” (со стр. 901) книги „NX Nastran 7 Quick Reference Guide”, электронный вариант которой содержит файл ...\\FEMAPv102\nastranhel\NXNastran\nast\misc\doc\docs\pdf\qrg.pdf.

В секции „**Format**” по умолчанию выбрано „**Small Field**”, т.е. короткий формат записи данных в файлы (8 позиций для действительных чисел, которыми обычно являются координаты узлов, характеристики материалов и другие данные). Когда эта точность не удовлетворяет, нужно выбрать „**Large Field**” (по 16 позиций) для всех данных или для указанных в скобках. **Внимание:** формат „**Large Field**” значительно увеличивает объем рабочих файлов Nastran.

В секции „**Translator Options**” можно установить опции: „**All Plates as QUARDR/TRIAR**” (все КЭ типа **PLATE** будут иметь вращательную жесткость в направлении нормали к поверхности, как в **QUARDR/TRIAR** (по умолчанию создаются КЭ **QUARD4** или **TRIA3** без вращательной жесткости)); „**Skip Beam/Bar Gross Sections**” („сброс” данных о сечении КЭ типа **BEAM** и **BAR** – для устаревших версий Nastran, которые не воспринимают обновленный набор характеристик сечения таких КЭ); „**Rigid Element Thermal Expansion**” (КЭ

типа **RIGID** имеет такую характеристику, как коэффициент температурного расширения – для версий NX Nastran (от 5.1) и MSC/MD Nastran (от 2005 г.); „**Gaps as Contact**” (КЭ типа „**Gaps**” воспринимать как контактные: для задачи типа 101); „**Dynamic Loads using LOADSET/BCLSEQ**” (использовать (устаревший) метод **LSEQ** в динамическом нагружении); „**Write All Static Load/BC Sets**” (записать все статические нагрузки для задачи типа 101 в набор таким образом, как и во всех версиях до Femap 10.1).

В секции „**Manual Control**” есть две опции: „**Skip Standard Bulk Data**” (не писать стандартный набор общих данных); „**End Text at End of File Outside Bulk**” (дописывать конец текста в конце файла вне **Bulk**-части). Кнопка „**Start Text**” позволяет дописывать текст (в частности, другие параметры, чем те, что есть на панели) сразу после команды **BEGIN BULK**, а кнопка „**End Text**” – перед командой **END DATA**, т.е. в конце файла (на редакционной панели отображается *полное* содержание этих текстов).

Внимание: все *строки объяснений* должны начинаться со знака \$.

4.2.7 Опции панели „**GEOMCHECK**”

Подраздел „**GEOMCHECK**” (проверка геометрии) раздела „**Options**” настраивается с

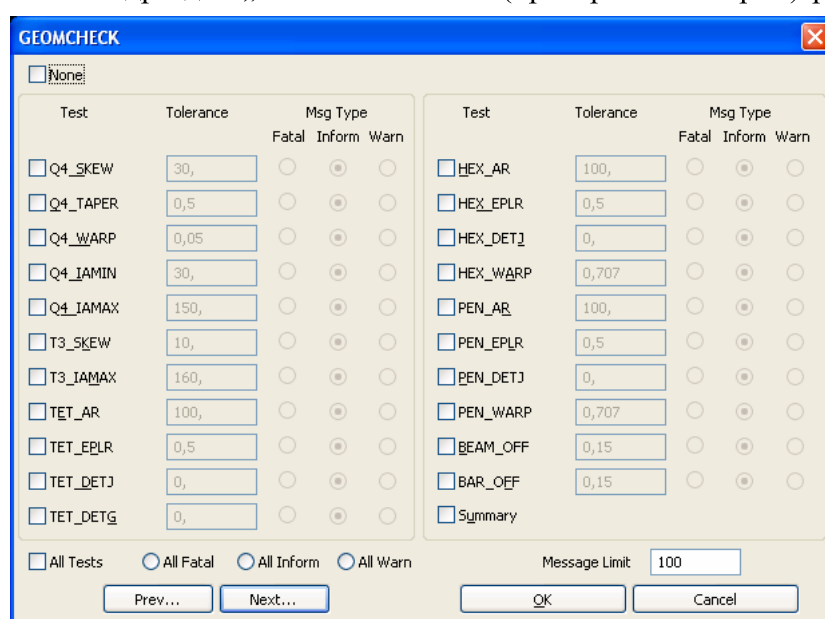


Рис.4.16. Диалоговая панель параметров контроля геометрии КЭ

помощью диалоговой панели „**GEOMCHECK**” (см. рис.4.16). На ней имеются опции для активации параметров (столбцы „**Test**”), начало названий которых указывает на тип КЭ: **Q4** – 4-х и **T3** – 3-х угловые (двумерные); **TET** – 4, **HEX** – 6 и **PEN** – 5 граней (трехмерные). Объяснения к параметрам и их значения по умолчанию помещены в таблице 4.4. В столбцах „**Tolerance**” указываются допустимые значения параметров. В столбце „**Msg Type**” выбирается тип сообщения: как фатальная ошибка (**Fatal**), как информационное (**Inform**)

или как предостережение (**Warn**).

Внимание: тип „**Fatal**” приводит к невозможности продолжения анализа, другие – нет. Отчет в виде таблиц помещается в файл *.f06.

На панели есть еще опция и радиокнопки для быстрого назначения всех параметров и типов сообщений (**All Tests**, **All Fatal**, **All Inform**, **All Warn**), а также ограничения в количестве строк в таблицах сообщений (**Message Limit**).

Некоторые из этих инструментов для проверки качества КЭС (а также и другие) уже рассматривались в Разделе 3.6.

Таблица 4.4. Параметры проверки геометрии КЭ

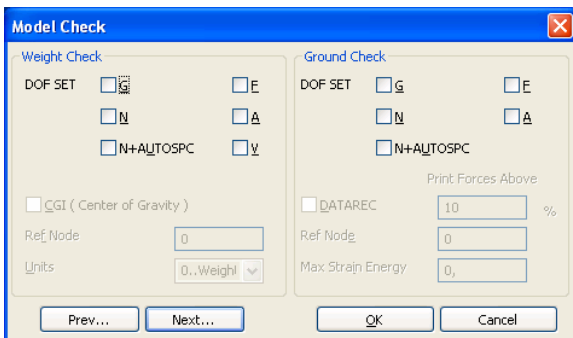
Параметр	Перевод, пояснения	Значение
Q4_SKEW Skew angle in degrees	Угол перекоса (град): острый угол между линиями, которые соединяют середины сторон, лежащие напротив	30.0
T3_SKEW Skew angle in degrees	Наименьший внутренний угол в КЭ	10.0
Q4_TAPER Taper ratio	Альтернативное сужение (см. Раздел 3.6.4. и рис.3.33-а)	0.5

Q4_WARP Surface warping factor	Коэффициент искривления поверхности КЭ (см. параметр „Warping” в Разделе 3.6.4. и на рис.3.33-б)	0.05
Q4_IAMIN Minimum interior angle in degrees	Минимальный внутренний угол в КЭ (град)	30.0
Q4_IAMAX, T3_IAMAX Maximum interior angle in degrees	Максимальный внутренний угол в КЭ (град)	150.0, 160.0
TET_AR, HEX_AR, PEN_AR Longest edge to shortest edge aspect ratio	Максимальное из соотношений длин сторон КЭ	100.0
TET_EPLR, HEX_EPLR, PEN_EPLR Edge point length ratio	Отношения расстояний между узлами на ребре (при наличии промежуточного узла): при EPLR=1 узел – на середине ребра; при EPLR=0.5 – на 1/3 длины всего ребра	0.5
TET_DETJ, HEX_DETJ, PEN_DETJ J minimum value	Минимальное значение якобиана (пропорционально объему КЭ)	0.0
HEX_WARP, PEN_WARP Face warp coefficient	Коэффициент искривления поверхности КЭ: максимальный косинус угла между нормальными в угловых узлах грани КЭ	0.707
BEAM_OFF, BAR_OFF Offset length ratio	Отношение (к длине КЭ) перемещения нейтральной оси	0.15

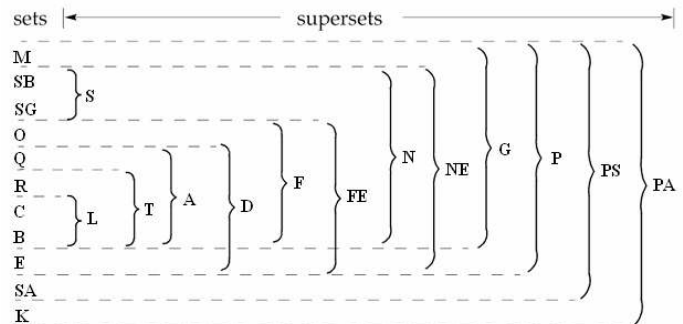
4.2.8 Опции панели „MODEL CHECK”

Подраздел „MODEL CHECK” (проверка модели) раздела „Options” настраивается с помощью диалоговой панели „Model Check” (см. рис.4.17-а). Опции секции „Weight Check” предназначены для контроля приведения масс. Здесь в части „DOF SET” можно выбрать для проверки *множества* степеней свободы узлов, в поле „Ref Node” – указать номер узла приведения (0 – относительно начала глобальной координатной системы), а в списке „Units” – выбрать единицу измерения для вывода результатов: вес (0..Weight) или масса (1..Mass). Если инициировать опцию „CGI (Center of Gravity)”, то все вычисления (силы тяготения и массовых моментов инерции тела) будут проводиться относительно центра тяжести тела.

Опции секции „Ground Check” предназначены для контроля закрепления модели. Опции части „DOF SET” аналогичны опциям секции „Weight Check”. Если при анализе будет применяться адаптивная процедура (нелинейный анализ, эволюционные процессы), то можно инициировать опцию „DATAREC” и указать: номер узла приведения (0 – относительно геометрического центра); процент деформирования и максимальное значение энергии деформирования (**Max Strain Energy**), при превышении которых будет проводиться вывод сообщения в файл *.f06. **Внимание:** эта информация формируется лишь после проведения анализа.



а)



б)

Рис.4.17. Диалоговая панель контроля степеней свободы узлов (а); наборы степеней свободы и их объединение (б)

По поводу обозначений множеств „DOF SET”. Дело в том, что все степени свободы узлов КЭС в Nastran сгруппированы по нескольким признакам во множества, среди которых различают оригинальные множества (**EXCLUSIVE**) и их объединения (**UNION**). В таблице 4.5 приведены коды этих множеств и некоторые пояснения, а на рис.4.17-б – графическое объяснение объединений.

Таблица 4.5. Кодирование множеств степеней свободы в Nastran

EXCLUSIVE (оригинальные)	UNION (объединения)
M – с межузловыми связями (MPC)	$MS = M + S$ – степени свободы со связями „Constraint”. $S = SB + SG$; $F = A + O$ – свободные степени свободы. $A (ASET) = (R + C + B) + Q$; $L = B + C$; $T = L + R$; $N = F + E$; $D = A + E$; $FE = F + S$; $NE = N + E$; $G = N + M$; $P = G + E$; $PS = P + SA$; $PA = PS + K$; $FR = F - Q - R$; $V = O + C + R$
SB – граничные условия 1-го рода (SPC) и AUTOSPC	
SG – с постоянными связями, одного узла	
O (OSET) – степени свободы, взаимосвязанные через уравнения глобальной САУ	
Q (QSET) – обобщенные степени свободы (для метода GDR)	
R (SUPORT) – кинематические связи (обобщенные степени свободы движения как твердого тела)	
C (CSET) – свободные степени свободы (для метода GDR)	
B (BSET) – степени свободы, которые фиксируются (для метода GDR)	
E – дополнительные степени свободы, которые введены в динамическом анализе	
SA – постоянно ограниченные аэродинамические степени свободы	
K – аэродинамические степени свободы	

Примечание 4.4. Связи между узлами (MPC) создаются уравнениями или КЭ типа **RIGID**. Динамическая редукция – удаление из уже собранной САУ некоторого количества уравнений (степеней свободы).

Примечание 4.5. Если с помощью кнопки „End Text” панели „NASTRAN Bulk Data Options” (см. рис.4.15-б) в файл *.dat ввести строку **PARAM, USETPRT,0**, то в файл *.f06 будут выведены таблицы со всеми множествами степеней свободы.

4.2.9 Другие панели раздела „Options” для Nastran

В зависимости от типа задачи раздел „Options” может иметь и другие подразделы:

- „**Modal/Buckling**” – настраивается с помощью фактически одинаковых диалоговых панелей „**NASTRAN Buckling Analysis**” (см. рис.6.13-а с пояснениями в Разделе 6.3.6) и „**NASTRAN Modal Analysis**” (см. рис.7.3 с пояснениями в Разделе 7.3.1);
- „**DDAM**” – настраивается с помощью диалоговых панелей „**NASTRAN DDAM Solution Options**” и „**NASTRAN DDAM Coefficients**” (см. рис.7.11 и пояснения в Разделе 7.3.5);
- „**Rotor Dynamics**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN Rotor Dynamics Options**” (см. рис.7.6 и пояснения в Разделе 7.3.2.5);
- „**Modal XYPlot**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN XY Output for Modal Analysis**” (см. рис.6.13-б и пояснения в Разделе 6.3.6);
- „**Response Spectrum Application**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN Response Spectrum Application**” (см. рис.7.7 и пояснения в Разделе 7.3.2.6);
- „**Response Spectrum Generation**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN Output for Response Spectrum Analysis**” (см. рис.7.5-б и пояснения в Разделе 7.3.2.4);
- „**Random Output2**” – настраивается с помощью 3-х панелей „**NASTRAN Output for Random Analysis**” (см. рис.7.8 или рис.7.9 и пояснения в Разделе 7.3.4);

- „**Random XYPlot**” – настраивается с помощью диалоговых панелей „**NASTRAN Output for Random Analysis**” (см. рис.7.9 и пояснения в Разделе 7.3.4);
- „**PSD Correlation**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN Power Spectral Density Factors**” (см. рис.7.10 и пояснения в Разделе 7.3.4);
- „**Stiffened Modal**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN Modal Analysis**” (см. рис.7.3 с пояснениями в Разделе 7.3.1);
- „**Dynamics**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**Dynamics Control Options**” (см. рис.7.4 и пояснения в пп. 7.2.1, 7.3.2.1, 7.3.2.3.1, 7.3.2.4, 7.3.3, 7.3.4);
- „**Nonlinear**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**Nonlinear Control Options**” (см. рис.5.6-б и рис.5.7-б и пояснения к ним);
- „**Advanced Nonlinear Solver**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NXSTRAT Solver Parameters**” (см. рис.6.15 и Раздел 6.4);
- „**Advanced Nonlinear Iteration/Convergence**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NXSTRAT Iteration and Convergence Parameters**” (см. рис.6.16 и Раздел 6.4);
- „**Advanced Nonlinear Explicit Solver**” – настраивается с помощью диалоговой панели „**NXSTRAT Solver Parameters**” (см. рис.6.15 и Раздел 6.4).

4.2.10 Панели раздела „Master Requests and Conditions”

Последний раздел задания – „**Master Requests and Conditions**” (основные требования и условия). На одноименной диалоговой панели (см. рис.4.18) можно задать имя набора, активизировать опцию „**Skip Standard**”.

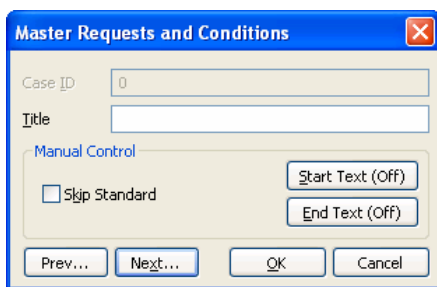


Рис.4.18. Диалоговая панель раздела „Master Requests and Conditions”

Кнопка „**Start Text**”, как и ранее, позволяет дописывать текст и параметры сразу после команды **BEGIN BULK**, а кнопка „**End Text**” – перед командой **END DATA**, т.е. в конце файла *.dat или *.nas (на редакционной панели отображается *полное* содержание этих текстов).

Внимание: все строки пояснений должны начинаться со знака \$ (иначе будет фатальная ошибка).

Подраздел „**Boundary Conditions**” (граничные условия) раздела „**Master Requests and Conditions**” настраивается с помощью диалоговой панели „**Boundary Conditions**” (см. рис.4.19-а). На ней в секции „**Primary**

Sets” выбираются основные наборы нагрузок (**Loads**), закреплений (**Constraints**), начальных условий (**Initial Conditions**), уравнений связей (**Constraints Equations**) и предварительной нагрузки болтов (**Bolt Preloads**).

В секции „**Other DOF Sets**” подключаются другие наборы со степенями свободы узлов. После инициации соответствующей опции из списка выбирается один из наборов (их нужно создать заранее с помощью команды **Model**→**Constraint**→...). Очевидно, что в эти наборы можно включать лишь некоторые степени свободы из множества **F**, т.е. из свободных. Опции такие:

- „**ASET**” (от **Analysis Set**) – для списка базовых степеней свободы из множества „**A**”, на основе которых по методу Гайана будет строиться решение в виде разложения по этим степеням. В этот список не должны входить степени свободы из списка, что подключается к задаче на диалоговой панели рис.4.19-а. Все свободные степени свободы, не включаемые в „**A**”, считаются членами множества „**O**” (см. табл.4.5);
- „**OMIT**” (пропустить) – для списка степеней свободы, не входящих в множества „**MS**” и „**A**”, т.е. для некоторых степеней свободы из множества „**O**”. Указанные в списке степени свободы будут изъяты из CAУ в процессе анализа, т.е. формы и частоты колебаний в этих направлениях рассчитываться не будут, что сокращает время, нужное для анализа. Если список „**ASET**” не выбрано, то все степени свободы, не вошедшие в список „**OMIT**”, считаются выбранными в список „**ASET**”. **Внимание:** обычно в этот список помещают степени

свободы одного из направлений (**X**, **Y** или **Z**), что почти не сказывается на значениях других частот;

- „**SUPPORT**” (поддержка) – для списка степеней свободы, которые будут полностью закреплены (в случае отсутствия ограничений в модели). Применяются для статических задач типа 101, 105 и 200 (расчет незакрепленных тел, механизмов; дополнительно нужно инициализировать опцию „**INREL**” – см. Раздел 4.2.6) и для динамических задач;
- „**SUPPORT1**” (поддержка) – для списка степеней свободы, которые будут полностью закреплены. Отличается от „**SUPPORT**” тем, что может применяться для любого из **subcases** (поднаборов в задании на счет), а не для всех одновременно;
- „**QSET**”, „**CSET**” и „**BSET**” – подключение наборов со степенями свободы, которые соответствуют табл.4.5, для метода обобщенной динамической редукции (**GRD**).

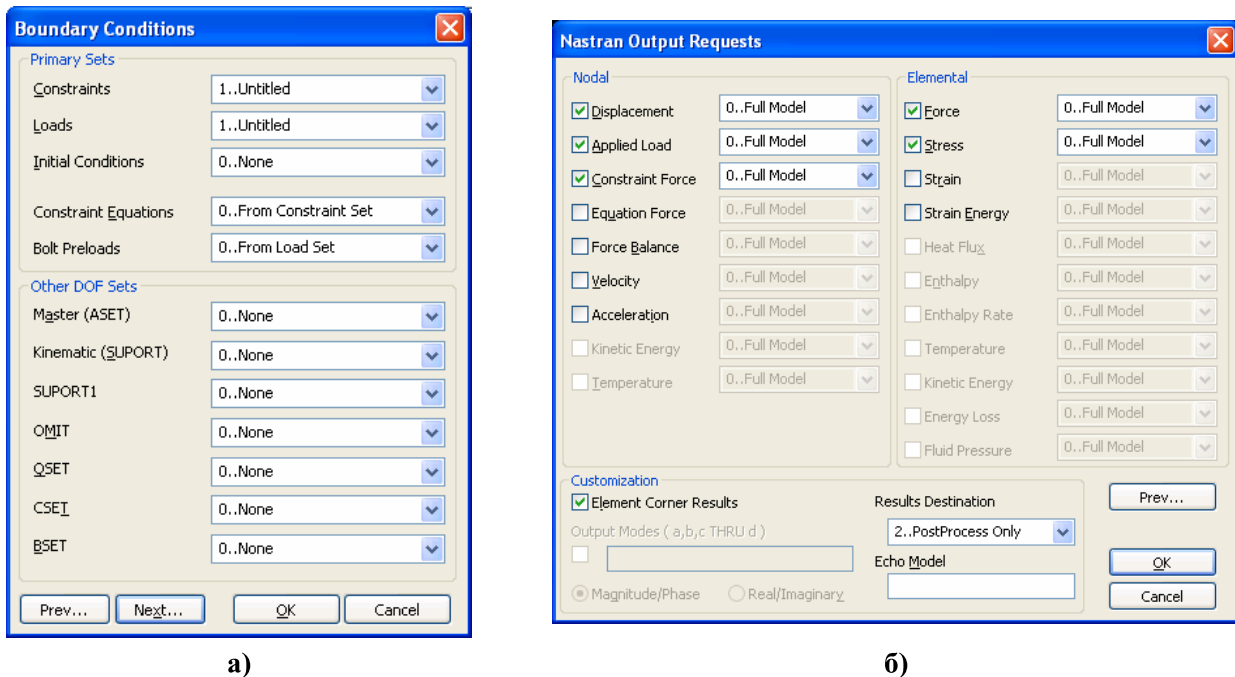


Рис.4.19. Диалоговые панели назначения наборов: а) – граничных условий; б) – результатов

Последняя диалоговая панель – „**Nastran Output Requests**” (см. рис.4.19-б). На ней указываются наборы для результатов анализа, который нужно создать для узлов (**Nodal**) и элементов (**Elemental**). Здесь можно указать „**0..Full Model**” (полная модель) или выбрать заранее созданную группу (узлов или КЭ). В секции „**Customization**” опцией „**Element Corner Result**” можно указать, что результаты расчета нужно выводить только в узлах КЭС. Для частотного анализа можно установить опцию „**Output Modes (a,b,c THRU d)**” и указать нужные моды по указанному шаблону, а также изменить вариант вывода результатов: „**Magnitude/Phase**” (амплитуда/фаза) или „**Real/Imaginary**” (действительная/мнимая). В списке „**Results Destination**” можно выбрать вариант вывода данных (**0..Default**, **1..Print Only** (только в файл *.f06), **2..PostProcess Only** (только в файл *.op2), **3..Print and PostProcess**, **4..Punch Only** (только в файл *.pch), **5..Punch and PostProcess**, **6..XDB** (только в файл *.xdb)). Когда активно поле „**Echo Model**”, можно указать вариант модели.

Для задачи об НДС тела варианты результатов: перемещения (**Displacement**), приложенные нагрузки (**Applied Load**), реакции связей (**Constraint Force**), реакции связей, заданные уравнениями или КЭ типа **RIGID** (**Equation Force**), баланс сил в узлах КЭС (**Force Balance**), скорость (**Velocity**), ускорение (**Acceleration**); элементные (**Elemental** – внутренние) нагрузка: изгибающие и крутящие моменты, нормальные и перерезывающие силы (**Force**), напряжения (**Stress**) и деформации (**Strain**) в КЭ, энергия деформирования (**Strain Energy**) и т.п. Ориентация выводимых напряжений, деформаций и сил по отношению к геометрии конечных элементов и главных осей анизотропии настраивается для всей модели с помощью диалоговой панели, изображенной на рис.1.7-б (см. Раздел 1.5).

Есть и другие специфические результаты, для которых обычно создаются таблицы и функции. Конкретные ситуации будут описаны в следующих Разделах.

4.2.11 Создание задания для многовариантного анализа

Если нужно создать задание для многовариантного анализа, то нужно сначала кнопкой „New...” на диалоговой панели „Analysis Set Manager” создать стандартное задание (только первое действие) и инициировать кнопку „MultiSet...”. Поочередно будут появляться стандартные диалоговые панели для выбора наборов закреплений и нагрузок, после чего задание будет содержать все возможные варианты анализа, которые теперь можно настроить отдельно.

На диалоговой панели „Analysis Set Manager” появляется соответствующее количество разделов „Case: # ...”, где # – номер варианта, а дальше идет имя, созданное из названий наборов нагрузок и закреплений. Для настраивания каждого из этих разделов вызываются панели „Analysis Case” (подобны панели, изображенной на рис.4.18), а также „Boundary Condition” и „Nastran Output Requests”, уже рассмотренные ранее.

Примечание 4.6. При последовательном применении нескольких наборов ГУ в Nastran считается, что реализуется поэтапный эволюционный процесс, при котором на каждом следующем этапе тело нагружается „от достигнутого уровня”. Это позволяет выполнять непрерывные расчеты при довольно сложных программах нагружения. Однако возможность задать циклическую нагрузку по принципу: „условия для одного цикла и количество таких циклов”, к сожалению, не предусмотрена.

4.3 Процесс расчета краевой задачи

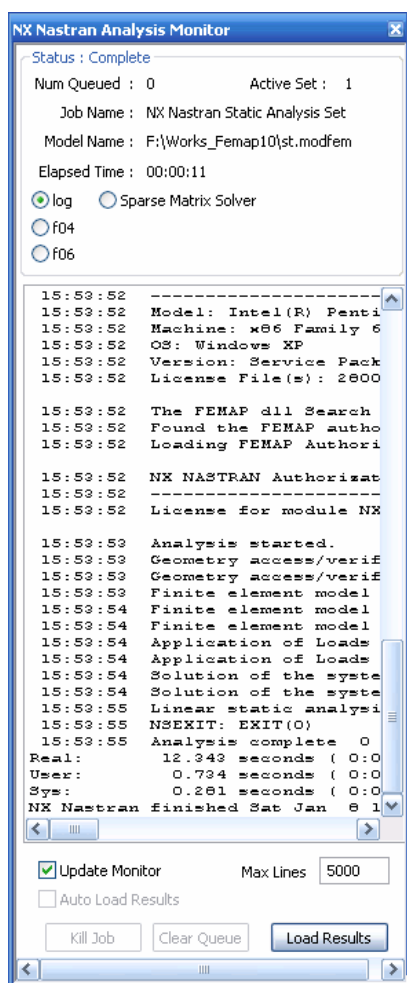


Рис.4.20. Диалоговая панель мониторинга процесса анализа

После подачи команды на проведение анализа на экране монитора могут появляться сообщения FEMAP, нуждающиеся в ответе „Да” или „Нет”, предупреждения о некоторых не фатальных ошибках, а иногда – даже о фатальных. В частности, может появиться запрос о сохранении обновленного файла модели; сообщение о том, что КЭ будут модифицированы (это касается осесимметричных КЭ: четырехугольные автоматически превращаются в треугольные); что некоторые граничные условия не могут быть переданы от геометрических объектов к КЭ или узлам (о преодолении этой проблемы см. Раздел 4.1.4.6); другие.

Процесс расчета краевой задачи в среде SPLMS.Fv10.2.0 проводится программой-анализатором NX Nastran 7.1. Ей передается информация о полном имени файла *.dat (или *.nas), в котором сохранена модель краевой задачи.

В течение процесса анализа в поле FEMAP активна панель мониторинга процесса анализа (см. рис.4.20). На ней можно: прервать процесс анализа (кнопка „Kill Job”) или просмотреть текущее заполнение файлов диагностики процесса .log, .f04 и .f06. Активная опция „Update Monitor” указывает на то, что обновление диалогового окна проводится автоматически. Значение в поле „Max Lines” – максимальное количество строк для просмотра. Радиокнопкой „Sparse Matrix Solver” можно вызвать отчет о прохождении процесса решения системы алгебраических уравнений, порожденных методом конечных элементов. По окончании счета активной кнопкой „Load Results” можно вызвать панель „Mes-

sage Review” для просмотра сообщений о собственно задаче (выборка из файлов диагностики процесса **.log**, **.f04** и **.f06**).

Внимание: при каждом запуске процесса расчета Nastran и FEMAP создают новые версии вспомогательных файлов. Поэтому время от времени их необходимо пересматривать и удалять ненужные. Кроме того, программа создает значительные и очень значительные по размерам временные файлы, которые исчезают при окончании расчетов, поэтому на магнитном носителе нужно иметь достаточное свободное пространство для их размещения.

4.4 Мастер создания модели

В FEMAP есть инструмент, предназначенный для облегчения освоения процесса создания модели и для быстрого расчета простых тел типа „**Solid**”. Командой **Tools→Stress Wizard** вызывается диалоговая панель „**Stress Wizard**” (см. рис.4.21-а). На ней есть 4 кнопки „**Step 1**”, „**Step 2**”, „**Step 3**” и „**Step 4**” с объяснениями, т.е. процесс разбит на 4 шага. Каждому шагу соответствуют некоторые основные действия, которые можно делать с помощью других кнопок с соответствующими надписями. Но это не значит, что можно пользоваться только ими: доступны все команды меню FEMAP. Когда минимально необходимые действия какого-то шага выполнены, напротив кнопки „**Step ...**” появится изображение „птички” (см. рис.4.21-б). **Внимание:** это совсем не гарантирует правильность действий! Кнопки секции „**View Control**” (внизу) позволяют быстро изменить ориентацию модели.

До применения мастера необходимо установить желательное значение „**Solid Geometry Scale Factor**” (команда **File→Preferences**, вкладка **Geometry/Model**). Еще нужно проверить, есть ли в библиотеке FEMAP необходимый материал, если нет – создать его (см. Раздел 3.1).

Новый проект начинается командами **File→New** и **Tools→Stress Wizard**. Кнопкой „**Select Solid for Analysis**” (см. рис.4.21-а) вызывается стандартный диалог открытия файла, причем будут читаться только файлы **Parasolid**-формата (***.X_T**). Потом будет необходимо выбрать из библиотеки FEMAP материал. Результат первого шага: считана геометрия, создана КЭС с КЭ типа **SOLID** второго порядка аппроксимации (**Parabolic**) из выбранного материала, созданы задание анализа (**Analysis Set**) под тип задачи **Static**, а также пустые списки нагрузок (**Stress Wizard Load Set**) и закреплений (**Stress Wizard Const Set**).

Примечание 4.7. Есть смысл проверить координаты точек тела или расстояния в теле, чтобы определиться в правильности значения коэффициента „**Solid Geometry Scale Factor**”. „**Stress Wizard**” сам не показывает КЭС, поскольку желает работать с „твердым” телом. Отображение КЭС можно настроить с помощью кнопки „**Quick Options**”. Если созданная автоматически КЭС – не удовлетворяет, то можно последовательно удалить КЭ и узлы, потом создать новую КЭС, или сначала создать геометрическую модель и КЭС, потом вызвать панель „**Stress Wizard**”. А свойства материала КЭС всегда можно отредактировать с помощью команды **Modify→Edit→Material...**

Шаг 2 – создание закреплений (здесь – только через поверхности). Варианты (см. рис.4.21-б):

- **Specify surfaces that are fully fixed** (назначение поверхностей с полным закреплением);
- **Specify surfaces that can slide tangent to themselves** (назначение поверхностей с закреплением в направлении нормали к ним. Обычно так моделируют отброшенную *симметричную* часть тела);
- **Specify surfaces that can slide only in a defined direction** (назначение поверхностей с возможностью скольжения в указанном направлении);
- **Pick cyl. surf(s) that can only rotate about their axes** (выбор цилиндрических поверхностей, которые будут иметь возможность только вращаться вокруг своей оси);
- **Pick cyl. surf(s) that rotate about and slide on their axes** (выбор цилиндрических поверхностей, которые будут иметь возможность вращаться вокруг своей оси и перемещаться вдоль ее);

- **Free surfaces from constraint** (освободить поверхности от закреплений).

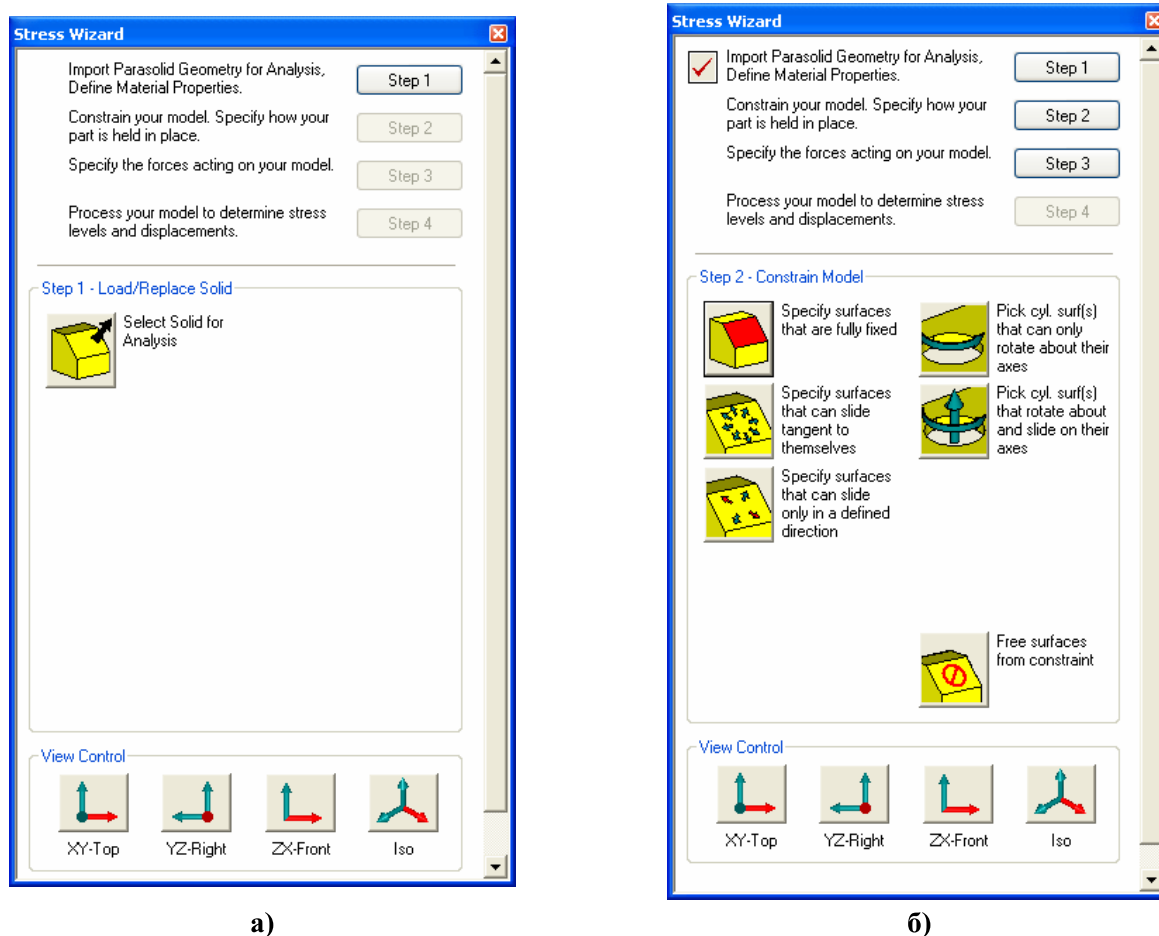


Рис.4.21. Диалоговая панель „Stress Wizard”: а) – шаг 1; б) – шаг 2

Шаг 3 – создание нагрузок. Варианты (см. рис.4.22-а):

- **Select surfaces for pressure loading** (назначение поверхностей с нагрузкой в виде давления);
- **Select surfaces to apply directional force** (назначение поверхностей с направленными силами);
- **Select edges to apply directional force** (назначение граней для приложения направленных сил);
- **Select surface(s) to zero out or remove loads** (назначение поверхностей для освобождения от нагрузок);
- **Select edge(s) to zero out or remove loads** (назначение граней для освобождения от нагрузок).

Шаг 4 – проведение анализа и просмотр результатов. Варианты (см. рис.4.22-б):

- **Run this model and recover answers** (проведение анализа и получение результатов);
- **Reset Post-Processing View** (очистить контур модели от изображения результатов);
- **Show Model in Deformed State** (переключатель: показать (или ни) модель в деформированном состоянии);
- **Toggle Stress Contours** (переключатель: показать (или нет) напряжения на контуре);
- **Animate Deformation** (провести анимацию деформирования модели);
- **List Reaction Forces on Surface(s)** (создать таблицу значений результирующих сил на поверхностях);
- **Toggle Contour – Stress/Displacem** (переключатель: показать на контуре или напряжения (по Мизесу) или полные перемещения);
- **Set Deformation Scale Factor** (установить параметр сдеформированного состояния);

- **Dynamic Cutting Plane** (плоскость динамического рассечения: вызывает панель настраивания этой плоскости: см. описание и рис.9.16-а в Разделе 9.4).

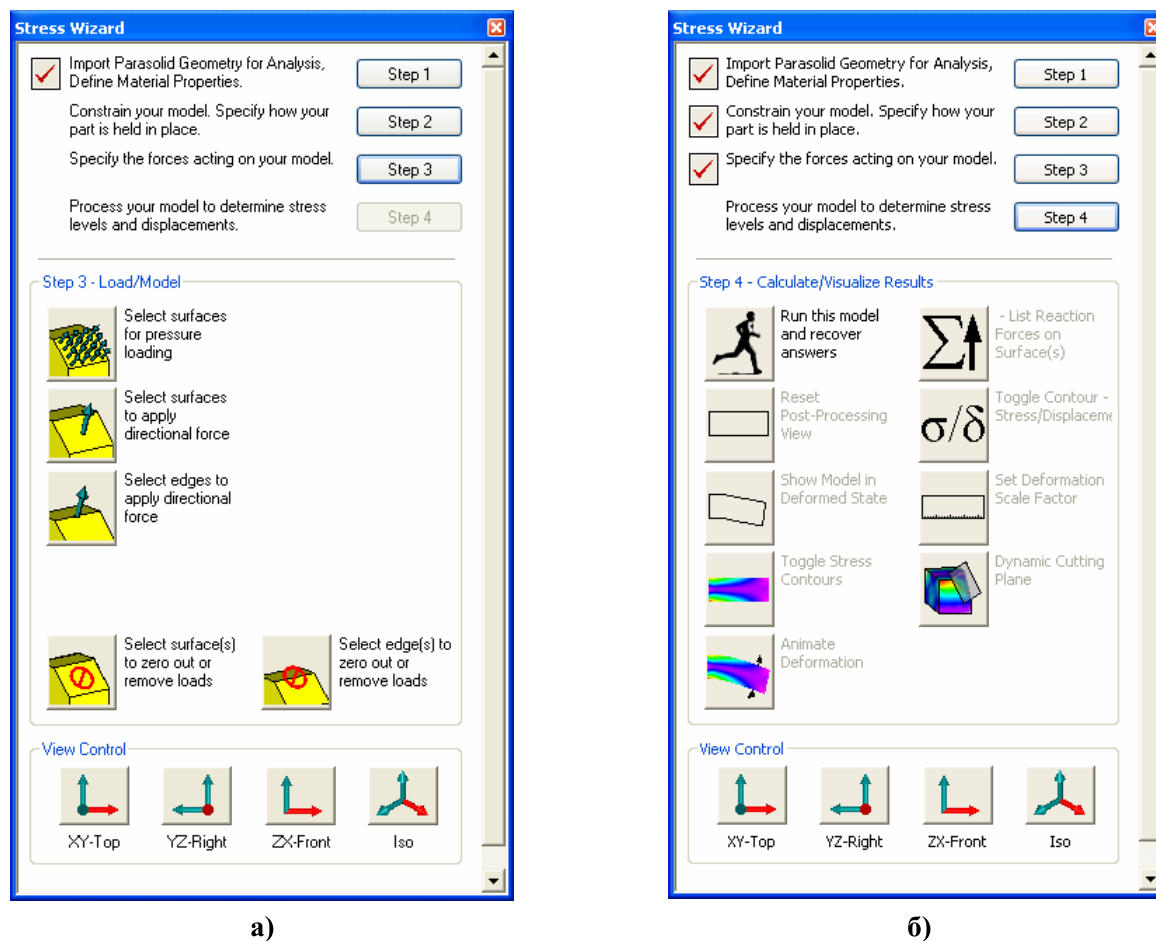


Рис.4.22. Диалоговая панель „Stress Wizard”: а) – шаг 3; б) – шаг 4

Поскольку все граничные условия (ГУ) при применении мастера создания модели формулируются относительно геометрических объектов, то после некоторой модификации геометрии тела можно назначенные ГУ использовать без перемен, если тело модифицируется таким образом, что внутренние номера (**ID**) этих геометрических объектов не изменяются в процессе модификации.

Раздел 5

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Краевая задача о тепловом состоянии (ТС) для краевых задачах о напряженно-деформированном состоянии (НДС) твердых тел носит вспомогательный, но важный характер, поскольку ТС сильно влияет на НДС всего тела.

Теоретические сведения о краевых задачах теплопроводности приведены в Приложении 4. Искомая (основная) величина – температура в узлах конечно-элементной сетки (КЭС), все другие – производные от нее.

Внимание: для расчетов ТС можно применять не все типы КЭ, а только **ROD, TUBE, BAR, BEAM** (одномерные); **PLATE, MEMBRANE, PLANE STRAIN** (двумерные); **SOLID** и **AXISYMMETRIC** (трехмерные и осесимметричные). При этом все одномерные типы КЭ приводят к одинаковым результатам независимо от формы и размеров сечения. Все двумерные типы КЭ тоже приводят к одинаковым результатам, причем температура по толщине КЭ – неизменна. Если в КЭС модели есть КЭ других типов, то они игнорируются, а КЭ типа **SPRING** и **DOFSpring** с ненулевой жесткостью вызывают фатальную ошибку.

Общие сведения относительно задания граничных условий изложены в Разделе 4. Ниже изложим лишь специфическую информацию о моделировании краевых задач теплопроводности.

5.1 Моделирование краевой задачи стационарной теплопроводности

Будем считать, что конечно-элементная модель для задачи теплопроводности уже создана (см. Раздел 3). Для твердого тела в формуле (П4.1) Приложения 4 (и в последующих формулах) компонента $c_p \bar{\rho} (\nabla_j T) V_j$ отсутствует.

Начальные и граничные условия для краевых задач теплопроводности в FEMAP создаются командами **Model→Load→** (см. Раздел 4.1).

5.1.1 Задание начальных условий краевой задачи теплопроводности

Командой **Model→Load→Body...** вызывается диалоговая панель „**Create Body Loads**” (см. рис.5.1-а). На ней (слева внизу) активизируется поле „**Default Temperature**”, куда вводится значение начальной температуры, которая назначается для *всех* узлов КЭС.

Внимание:

– для решения краевой задачи *стационарной* теплопроводности начальные условия не обязательны, но могут понадобиться в дальнейшем, поэтому их целесообразно вводить;

– если в дальнейшем, при создании задания на счет (см. п.5.1.3), в диалоговой панели „**Boundary Conditions**” (см. рис.4.19-а или рис.5.6-в) не выбрать соответствующий начальным значениям набор в поле „**Initial Conditions**”, то FEMAP автоматически установит *нулевые* начальные значения.

5.1.2 Задание граничных условий краевой задачи стационарной теплопроводности

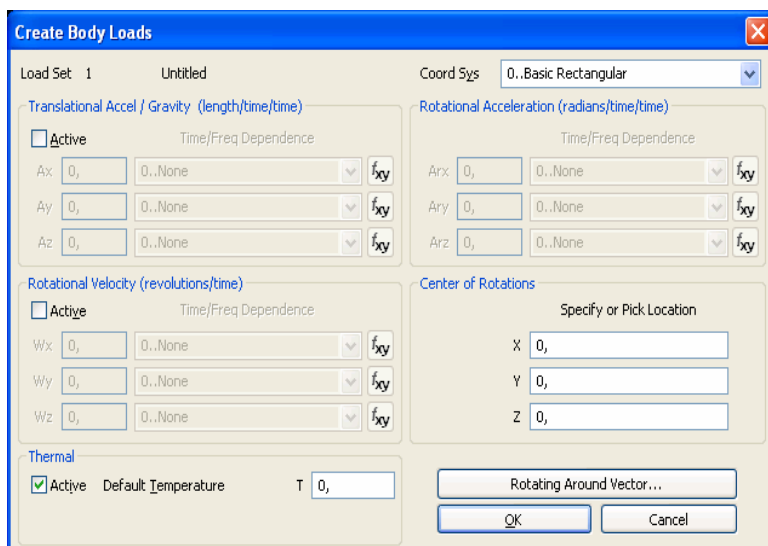
5.1.2.1 Величины для граничных условий краевой задачи теплопроводности

Граничными условиями (ГУ) задачи теплопроводности могут быть величины, которые приведены в таблице 5.1. Теплофизические характеристики материалов приведены в Разделе 3.1 и в таблице 5.2.

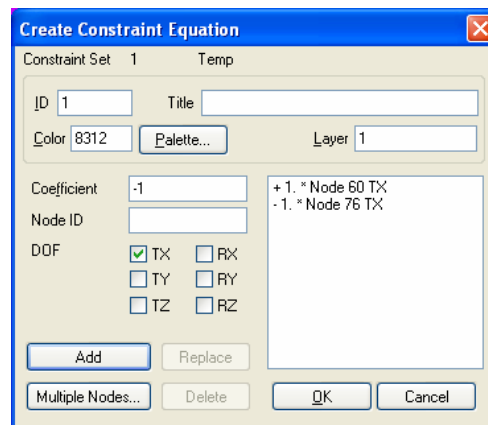
5.1.2.2 Задание граничных условий первого рода

ГУ 1-го рода – это известная температура. В FEMAP может задаваться в узлах, точках, на кривых, поверхностях или КЭ по правилам, изложенным в Разделе 4.1. На диалоговой панели „**Create Loads ...**” (см. рис.4.3-а) в списке (центральная его часть) в соответствии с объектом приложения ГУ выбирается „**Temperature**” или „**Element Temperature**”, в диалоговом

окне „Value” вводится значение температуры. Если в секции „Method” выбрать вариант „Variable”, то с помощью кнопки „Advances...”, вызывающей панель „Advanced Load Methods” (см. рис.4.3-б), можно установить переменный масштабный коэффициент. Если ГУ задается на поверхности, то в секции „Method” можно выбрать вариант „Data Surface” и с помощью кнопки в поле „Data Surface” можно задать значения на поверхности в табличном виде. Подробные объяснения – в п.4.1.3.



а)



б)

Рис.5.1. Диалоговые панели для: а) – введения начальной температуры; б) – создания уравнения связи между температурами узлов

Таблица 5.1. Типичные величины для граничных условий трехмерной КЭС

Узловые граничные условия (Nodal boundary conditions)		
Температура (Temperature)	°C, °K	
Тепловой источник или тепловой сток (Heat Generation)	W	Вт
Тепловой поток (Heat Flux)	W	Вт
Граничные условия КЭ (Element boundary conditions)		
Температура (Temperature)	°C, °K	
Тепловой источник или тепловой сток (Heat Generation)	W/m ³	Вт/м ³
Тепловой поток (Heat Flux)	W/m ²	Вт/м ²
Направленный тепловой поток (Heat Flux, Directional)	W/m ²	Вт/м ²
Свободная конвекция (Free Convection)	W/m ²	Вт/м ²
Силовая конвекция (Force Convection)	W/m ²	Вт/м ²
Излучение (радиация) с пространство (Radiation to Space)	W/m ²	Вт/м ²
Радиационное окружение (Radiation Enclosure)	W/m ²	Вт/м ²

Таблица 5.2. Теплофизические характеристики материалов

Коэффициент теплопроводности k (Thermal Conductivity)	W/(m °K)	Вт/(м °K)
Плотность ρ (Density)	kg/m ³	кг/м ³
Удельная теплоемкость при неизменном давлении C_p (Specific Heat)	J/(kg °K)	Дж/(кг °K)
Энтальпия (Enthalpy)	J/kg	Дж/кг
Скрытая теплота (Latent Heat)	J/kg	Дж/кг
Коэффициент конвекционной теплоотдачи на поверхности, α	W/(m ² °K)	Вт/(м ² °K)
Динамическая вязкость, μ	kg/(m c)	Кг/(м c)
Постоянная Стефана-Больцмана: $5.668 \cdot 10^{-8}$	W/(m ² °K ⁴)	Вт/(м ² °K ⁴)
Постоянная Стефана-Больцмана: $0.1714 \cdot 10^{-8}$	Btu/h ft ² R ⁴	

Еще один вариант задания ГУ в виде температуры – с помощью связей между узлами, которые задаются по формуле $\sum a_i T_i = 0$, где T_i – температура i -го узла, a_i – назначенные коэффициенты. Обычно его применяют, когда необходимо, чтобы температура нескольких узлов была одинаковой.

Командой **Model**→**Constraint**→**Equation...** вызывается диалоговая панель „**Create Constraint Equation**” (см. рис.5.1-б), на которой указываются: **ID** формулы; цвет изображения связей; уровень (**Layer**); значение коэффициента a_i ; номер узла; степени свободы **DOF**, что связываются (для связывания температуры узлов здесь нужно выбрать **TX**, иначе будет фатальная ошибка). Дается команда „**Add**” (прибавить) и указанная информация появляется в большом окне диалоговой панели. Когда все компоненты данной суммы набраны, дается команда „**OK**”. Если в сумме есть значительное количество узлов с одинаковыми коэффициентами (кроме их номеров), то можно кнопкой „**Multiple Nodes...**” вызвать стандартный диалог выбора узлов. В FEMAP есть ограничения для количества членов в сумме: до 70. На рис.5.1-б изображено состояние диалогового окна после подачи команды „**Add**” перед командой „**OK**”, т.е. после задания уравнения $T_{Y(60)} - T_{Y(76)} = 0$, которое указывает, что температуры узлов 60 и 76 должны быть одинаковыми.

Для возвращения к предыдущей ситуации на панели есть кнопка „**Replace**”, для удаления ненужных или по ошибке набранных компонентов суммы – команда „**Delete**”.

5.1.2.3 Задание граничных условий в виде теплового источника или стока тепла

В FEMAP тепловой источник (сток тепла) может задаваться в узлах, точках, на кривых, поверхностях или КЭ по правилам, изложенным в п.4.1.3. На диалоговой панели „**Create Loads ...**” (см. рис.4.3-а) в списке (нижняя его часть) в соответствии с объектом приложения ГУ выбирается „**Heat Generation**”, в диалоговом окне „**Value**” вводится значение мощности теплового источника (положительное) или стока (отрицательное). Если в секции „**Method**” выбрать вариант „**Variable**”, то с помощью кнопки „**Advances...**”, которая вызывает панель „**Advanced Load Methods**” (см. рис.4.3-б), можно установить переменный масштабный коэффициент. Если ГУ задается на поверхности, то в секции „**Method**” можно выбрать вариант „**Data Surface**” и с помощью кнопки в поле „**Data Surface**” – задать значения на поверхности в табличном виде. Подробные объяснения – в п.4.1.3.

5.1.2.4 Задание граничных условий по тепловому потоку

В FEMAP тепловой поток может задаваться в узлах, точках, на кривых, поверхностях или КЭ по правилам, изложенным в п.4.1.3. На диалоговой панели „**Create Loads ...**” (см. рис.4.3-а), когда она вызывается соответствующей командой **Model**→**Load**→**...**, в списке (нижняя его часть) в соответствии с объектом приложения ГУ выбирается „**Heat Flux**”, „**Heat Flux per Length**”, „**Heat Flux per Node**” или „**Heat Flux per Area**”; в диалоговом окне „**Value**” вводится значение скорости (**Rate of Flux**) теплового потока (положительное – наружу, отрицательное – внутрь). Опция „**Midside Nodes Adjustment**” (для „**Heat Flux per Node**” и „**Heat Flux per Area**”) позволяет задействовать промежуточные узлы на ребрах КЭ. Если в секции „**Method**” выбрать вариант „**Variable**”, то с помощью кнопки „**Advances...**”, вызывающей панель „**Advanced Load Methods**” (см. рис.4.3-б), можно установить переменный масштабный коэффициент. Если ГУ задается на поверхности, то в секции „**Method**” можно выбрать вариант „**Data Surface**” и с помощью кнопки в поле „**Data Surface**” – задать значения на поверхности в табличном виде. Подробные объяснения – в п.4.1.3.

Альтернативный вариант – тепловой поток от дистанционного источника лучевого тепла (например, для моделирования явления суточного повышения температуры). Дается команда **Model**→**Load**→**Elemental...**, после выбора КЭ на появившейся диалоговой панели „**Create Loads ...**” (см. рис.4.3-а) выбирается „**Heat Flux**” и инициируется опция „**Directional**” (внизу панели). Задаются три величины: величина потока „**Flux**” (может быть функцией времени), способность поверхности поглощать „**Absorptivity**” (дополнительный множитель для величины потока, в пределах 0 ... 1, может быть функцией температуры), температура поверхности. Затем еще потребуется ввести направление потока через компоненты вектора или

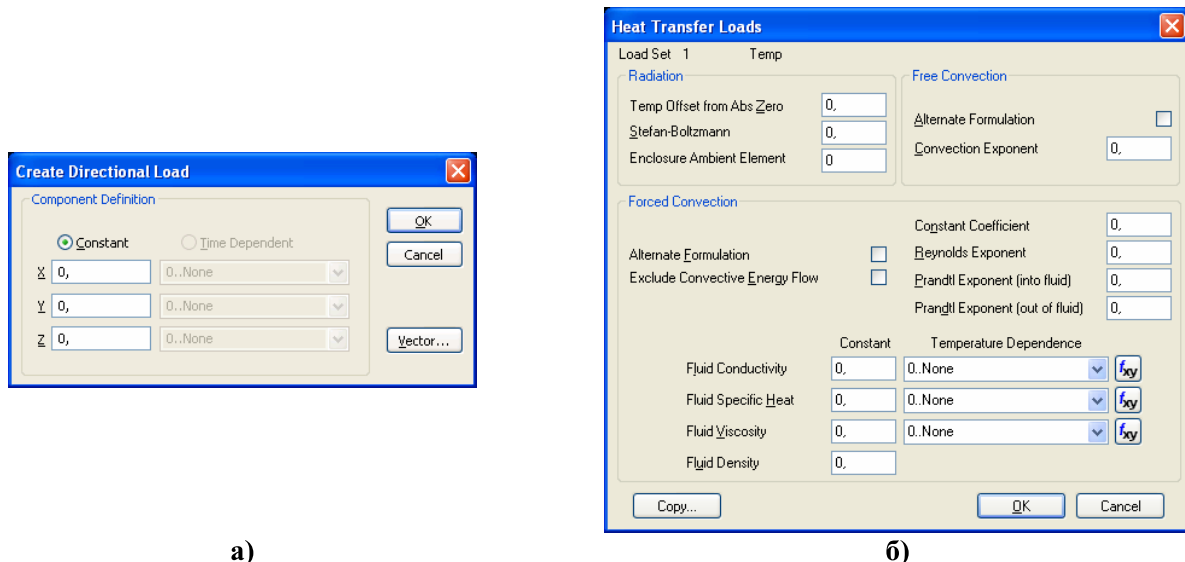
зависящие от времени функции (см. рис.5.2-а), а также номер поверхности КЭ, на которую действует тепловой поток.

5.1.2.5 Задание граничных условий конвекционного нагрева

При введении условий конвекционного нагрева (**Convection**) в FEMAP есть два варианта.

5.1.2.5.1 Задание граничных условий „свободного” конвекционного нагрева

Первый вариант описывает конвекционный нагрев общего случая (**Free Convection**), т.е. от газа или жидкости, что свободно „омывает” выбранную поверхность тела или его часть. Это соответствует формуле (П4.5а) Приложения 4. Для него (см. рис.4.3-а) вводятся: „**Coefficient**” (коэффициент конвекционной теплоотдачи на поверхности), который может быть функцией температуры (**2..vs.Temperature**); и температура газа или жидкости, что „омывает” тело (**Temperature**), которая может быть функцией времени (**1..vs.Time**). Опцией „**On Plate Back Face**” можно изменить грань плоского КЭ на обратную. Если в секции „**Method**” выбрать вариант „**Variable**”, то с помощью кнопки „**Advances...**”, вызывающей панель „**Advanced Load Methods**” (см. рис.4.3-б), можно установить переменный масштабный коэффициент. Если ГУ задается на поверхности, то в секции „**Method**” можно выбрать вариант „**Data Surface**” и с помощью кнопки в поле „**Data Surface**” – задать значения на поверхности в табличном виде. Подробные объяснения – в п.4.1.3.



а)

б)

Рис.5.2. Диалоговые панели: а) – задания направления теплового потока; б) – введения дополнительных характеристик тепловых потоков

В FEMAP еще есть альтернативная форма для „**Free Convection**”, которая связана с использованием нелинейной зависимости (П4.5-б) или (П4.5-в) Приложения 4 (только для NX Nastran). Дополнительно к действиям, изложенным в предыдущем абзаце, командой **Model**→**Load**→**Heat Transfer...** нужно вызвать диалоговую панель „**Heat Transfer Loads**” (см. рис.5.2-б), где в секции „**Free Convection**” – задать в поле „**Convection Exponent**” значение коэффициента μ , что фигурирует в формулах (П4.5-б) и (П4.5-в). Если установить опцию „**Alternate Formulation**”, то будет применяться формула (П4.5-в).

5.1.2.5.2 Задание граничных условий „принудительного” конвекционного нагрева

Второй вариант описывает *одномерный* поток „принудительной” конвекции от КЭ типа **TUBE** к поверхности тела, описанной *двумерными* КЭ. Этот одномерный поток жидкости переносит тепло (**Advection**) и осуществляет конвекционный нагрев (**Convection**) поверхностей КЭ, к которым он будет „присоединен” при задании этих ГУ.

КЭ типа **TUBE** создаются с нулевыми диаметрами на некотором расстоянии (см. рис.5.3-а) от поверхности тела (если КЭ моделируют реальную трубу, то нужно задать реальные диаметры). **Внимание:** эти КЭ необходимо поместить в *отдельный уровень (Layer)*, чтобы потом можно было создать логическую связь с ними.

Примечание 5.1. Если такие ГУ необходимо задать на поверхностях трехмерных КЭ, то нужно на узлах этих поверхностей создать дополнительные двумерные КЭ типа **PLOT ONLY**, которые и использовать для задания ГУ.

Итак, сначала необходимо создать новый уровень (**Layer**, см. п.1.7.1) и сделать его активным. Потом на некотором расстоянии от поверхности тела – провести линию, на которой создать КЭ типа **TUBE** с нулевыми или реальными диаметрами. Потом после команды **Model→Load→Elemental...** – выбрать КЭ типа **TUBE**, а на диалоговой панели „**Create Loads on Elements**” – выбрать ГУ типа „**Convection**”, установить опции „**Forced Convection**” и „**Disable Convection**” (слева внизу, см. рис.5.3-б); ввести: скорость (**Flow Rate**) и гидравлический диаметр (**Diameter**) потока. Температуру (**Temperature**) здесь задавать не надо. Она задается в узле *в начале* цепи КЭ типа **TUBE** с помощью команды **Model→Load→Nodal...**

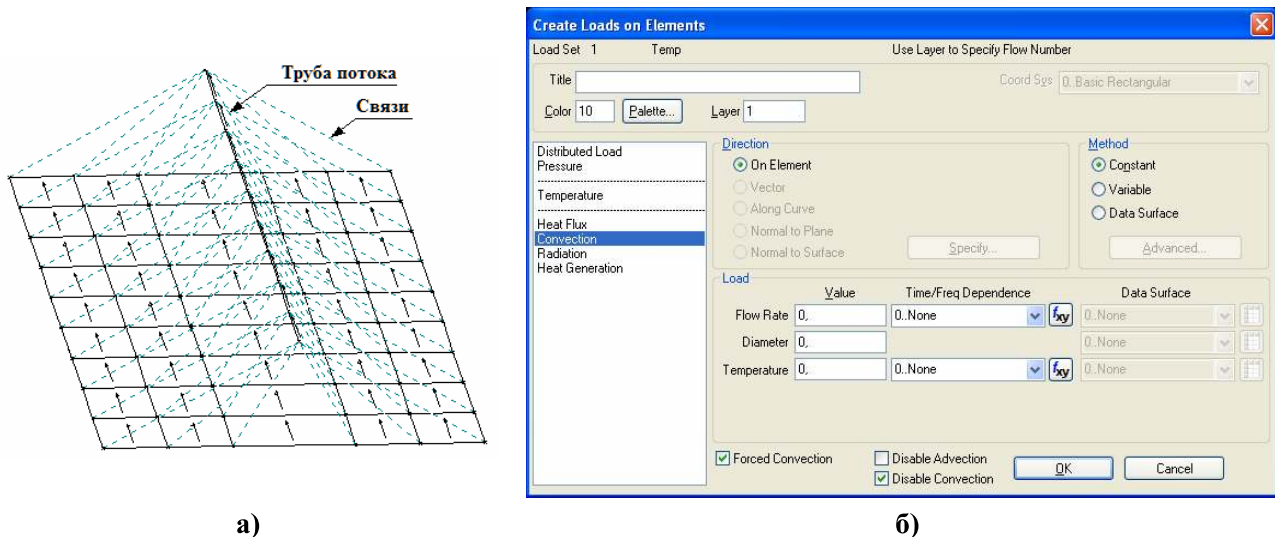


Рис.5.3. Схема „**Forced Convection**” (а); диалоговая панель введения условий конвекционного теплообмена типа **Forced Convection** для КЭ типа **TUBE** (б)

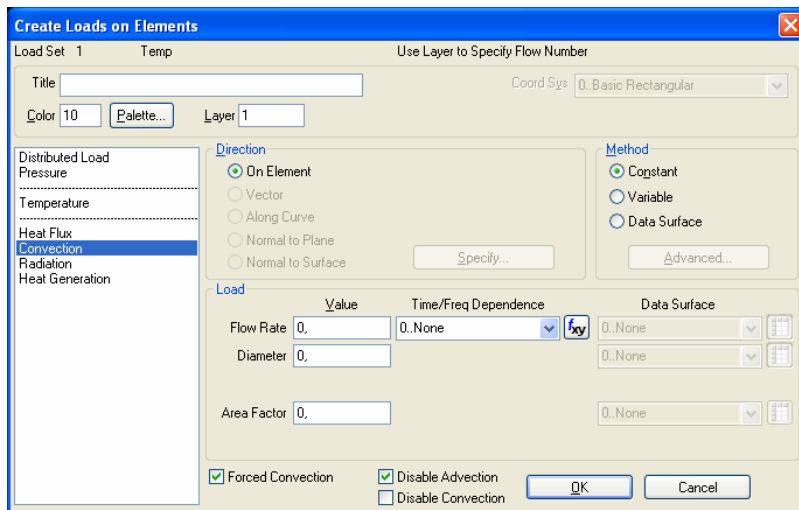


Рис.5.4. Диалоговая панель введения условий конвекционного теплообмена типа **Forced Convection** для двумерных КЭ на поверхности тела

при необходимости, нужно согласовать направление двумерных КЭ по отношению к КЭ типа **TUBE**.

Затем нужно дать команду **Model→Load→Elemental...**, выбрать *двумерные* КЭ, на диалоговой панели „**Create Loads on Elements**” выбрать ГУ типа „**Convection**”, установить опции „**Forced Convection**” и „**Disable Advection**” – слева внизу, см. рис.5.4; ввести: ско-

Тепловая конвекция должна действовать на грань №1 (**Face1**) двумерного КЭ, причем в направлении от середины ребра первого к середине ребра третьего (или к противоположному углу треугольного КЭ). Чтобы всем нужным КЭ задать одинаковую ориентацию, нужно дать команду **Modify→Update Elements→Reverse Normal/Orient First Edge...**, выбрать КЭ, на диалоговой панели „**Update Element Directions**” (см. рис.3.29-а в п.3.5.9) выбрать вариант „**Align First Edge to Vector**” и указать направление вектора для первого ребра (**First Edge**). Таким же образом,

рость (**Flow Rate**), диаметр (**Diameter**) потока (такие же самые, что и для КЭ типа **TUBE**) и коэффициент области (**Area Factor** ≈ 1). Этот коэффициент равен отношению площади поверхности тела, на которую должно действовать условие конвекционного теплообмена, к реальной площади поверхностей КЭ. На основе этих данных FEMAP вычисляет числа Рейнольдса (**Reynolds**) и Прандтля (**Prandtl**), а потом – коэффициент конвекционной теплоотдачи между тепловым потоком в трубе и поверхностью тела. **Внимание:** для „сцепления” данных нужно указать тот номер уровня (**Layer**), в котором задан поток (таким образом можно задавать несколько потоков). Если „сцепление” состоялось, то при запуске задачи на счет (точнее – при записи задания в файл задания для **Nastran** с расширением имени **.dat**) на рабочем поле появятся изображения линий связи (см. рис.5.3-а). Как предупреждают в „**Help**”, это происходит не всегда, гарантировано – когда двумерные КЭ имеют четыре угла, а КЭС – регулярную структуру (см. рис.5.3-а).

Последний этап – задание свойства жидкости. Командою **Model**→**Load**→**Heat Transfer...** (в „**Help**” ошибочно указана команда **Model**→**Load**→**Body**) вызывается диалоговая панель „**Heat Transfer Loads**” (см. рис.5.2-б). На ней в столбце „**Constant**” секции „**Forced Convection**” вводятся значения „**Fluid Conductivity**” (коэффициент теплопроводности), „**Fluid Specific Heat**” (удельная теплоемкость при неизменном давлении), „**Fluid Viscosity**” (динамическая вязкость) и „**Fluid Density**” (плотность) жидкости. В столбце „**Temperature Dependence**” желательнее выбрать/задать функции (типа **2..vs.Temperature**), что описывают температурную зависимость величин (поскольку, например, динамическая вязкость жидкости очень быстро уменьшается при повышении температуры). Другой вариант – задавать свойства жидкости для температуры, *средней* от начальной температуры потока и поверхности тела.

Еще вводятся значения „**Constant Coefficient**” (коэффициент γ , см. Примечание 5.4. ниже), „**Reynolds Exponent**” (степень для числа Рейнольдса), „**Prandtl Exponent (into fluid)**” (степень для числа Прандтля, в жидкости) „**Prandtl Exponent (out of fluid)**” (степень для числа Прандтля, за пределами жидкости). Эти величины в FEMAP пересчитываются в другие, необходимые для описания конвекционного теплообмена (см. Примечание 5.4).

Если окажется, что число Рейнольдса $Re = VL/\nu > 2 \cdot 10^5$ (здесь L – длина поверхности тела вдоль направления потока, V и ν объяснены ниже в Примечании 5.3), то течение потока жидкости в трубе будет иметь турбулентный характер, который нуждается в применении *альтернативной* формулы (см. Примечание 5.4): на диалоговой панели „**Heat Transfer Loads**” (см. рис.5.2-б) в секции „**Forced Convection**” необходимо инициировать опцию „**Alternate Formulation**”.

Если жидкость не движется, то в секции „**Forced Convection**” нужно установить опцию „**Exclude Convective Energy Flow**” (отключить конвекционный поток энергии).

В заключение отметим, что таких потоков можно моделировать несколько, только необходимо их создавать в разных слоях (для правильного „сцепления”).

Примечание 5.2. Вместо указанных величин, в справочниках можно найти другие характеристики: кинематическую вязкость ν и тепловую диффузию α , которые имеют одинаковую размерность m^2/c . Известны связи между этими величинами и другими: $\nu = \mu/\rho$ и $\alpha = k/(\rho \cdot C_p)$, а также то, что у жидкостей обычно кинематическая вязкость очень быстро уменьшается при повышении температуры, а тепловая диффузия – незначительно увеличивается.

Примечание 5.3. Число Рейнольдса $Re = Vd/\nu$, где V – скорость перемещения жидкости далеко от пограничного слоя; d – характерный размер тела, которое перемещается в жидкости (для трубчатого сечения любого профиля $d = \sqrt{4A/\pi}$ носит название гидравлического диаметра, где A – площадь этого сечения). Оно характеризует отношение сил инерции к силам вязкости. Число Прандтля $Pr = \mu \cdot C_p/k$ является мерой отношения диссипации импульса к диссипации тепла. Обычно эти числа применяют для выявления *сходства* разных

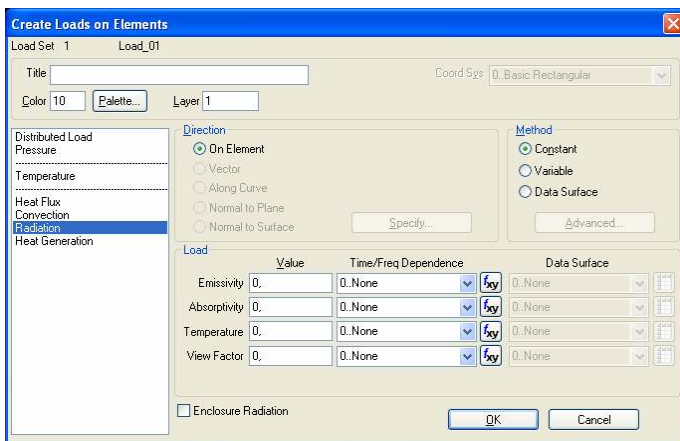
потоков. Число Нуссельта (Nusselt) $Nu = \alpha d / k$ является мерой отношения коэффициентов конвекционного теплообмена (на поверхности) и теплообмена материала (в объеме); применяются для жидкости.

Примечание 5.4. В FEMAP могут применяться одна из двух формул для вычислений коэффициента конвекционной теплоотдачи на поверхности: $\alpha = \gamma \cdot Re^{E_{Re}} \cdot Pr^{E_{Pr}}$ или альтернативная ей $\alpha = (k/d) \cdot \gamma \cdot Re^{E_{Re}} \cdot Pr^{E_{Pr}}$, где d – гидравлический диаметр потока; E_{Re} и E_{Pr} – значения степеней (так называемых экспонент) для чисел Рейнолдса и Прандтля при конвекционном теплообмене.

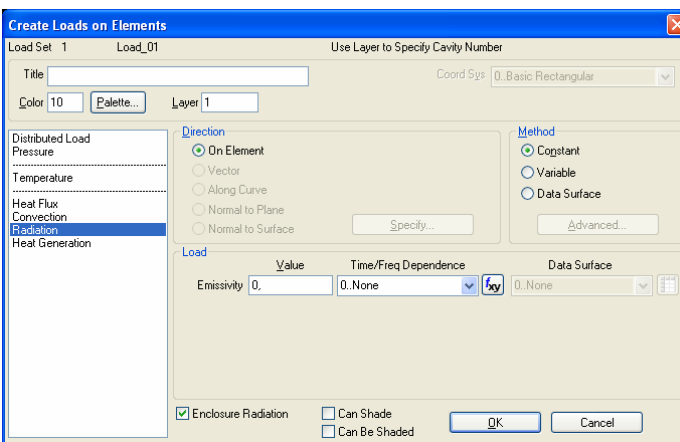
5.1.2.6 Задание граничных условий радиационного нагрева

При введении условий радиационного нагрева (**Radiation**) в FEMAP также есть два варианта.

Первый описывает радиационный нагрев от отдаленного источника (например, от солнца, лампы, открытого огня). Для него вводятся значения (см. рис.5.5-а и формулу (П4.6) в Приложении 4): „**Emissivity**” (коэффициент излучения поверхностью источника, $0 \leq e_e \leq 1$), „**Temperature**” (абсолютная температура излучающего тела), „**Absorptivity**” (коэффициент способности к поглощению, $0 \leq a_e \leq 1$) и „**View Factor**” (фактор освещенности ($0 \leq f \leq 1$) поверхности нагреваемого тела (см. формулу (П4.7) в Приложении 4), или, другое название – угловой коэффициент излучения). Коэффициенты e_e и a_e могут быть функциями температуры, а температура и фактор освещенности – времени.



а)



б)

Рис.5.5. Диалоговые панели введения радиационного нагрева: а) – от отдаленного источника; б) – от других поверхностей того же тела

Второй вариант описывает радиационный нагрев поверхностей в ограниченном пространстве, в частности и от других поверхностей того же тела (что рассчитывается). Для него (вариант выбирается опцией „**Enclosure Radiation**” – слева внизу, см. рис.5.5-б) вводится только значение „**Emissivity**” (коэффициент излучения поверхностью источника, $0 \leq e_e \leq 1$), поскольку принято, что способности к поглощению и излучению – одинаковы ($e_e = a_e$, т.е. нет потерь энергии), а другие величины – рассчитываются. На той же панели можно установить опции „**Can Shade**” (тень) и/или „**Can Be Shaded**” (может быть тень). Если таких ограниченных пространств – несколько, то для каждого из них нужно создать уровень (**Layer**), где и задавать условия радиационной нагрузки, о чем на диалоговой панели (см. рис.5.5-б) есть напоминания (вверху справа): „**Use Layer to Specify Cavity Number**” (используйте уровень для описания пустоты).

В заключение в *обоих* случаях необходимо командой **Model**→**Load**→**Heat Transfer...** вызвать диалоговую панель „**Heat Transfer Loads**” (см. рис.5.2-б), где в секции „**Radiation**”

ввести значение: „Temp Offset from Abs Zero” (разность между нулем температурной системы, что используется, и абсолютным нулем), „Stefan-Boltzmann” (постоянная Стефана-Больцмана: $5.668 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ или $0.1714 \cdot 10^{-8} \text{ Btu/h ft}^2 \text{ R}^4$). Параметр „Enclosure Ambient Element” – это ID того внешнего КЭ, что излучает (поглощает) лучевую энергию. Этот КЭ создается, если ограниченное пространство (второй вариант применения данного типа ГУ) не является замкнутым; он должен иметь размеры, на 1-2 порядка превышающие размеры КЭ тела, с которыми взаимодействует. Если пространство не замкнуто, а ID внешнего КЭ не задано, то считается, что температура открытого пространства $T_a = 0$.

5.1.3 Запуск процесса расчета краевой задачи стационарной теплопроводности

Этот тип краевой задачи можно решать с применением NX Nastran, а также других анализаторов, но рассматриваем только NX Nastran.

Сначала нужно создать задание для проведения анализа. Общие сведения об этом приведены в Разделе 4.2.

В частности, вызывается диалоговая панель „Analysis Set Manager”, на ней с помощью кнопки „New...” начинается процесс создания задания: выбирается тип задачи „20..Steady-State Heat Transfer” (см. рис.5.6-а) – стационарная теплопроводность. FEMAP создает стандартное задание на расчет краевой задачи.

Какие особенности есть в задании для стационарной задачи теплопроводности?

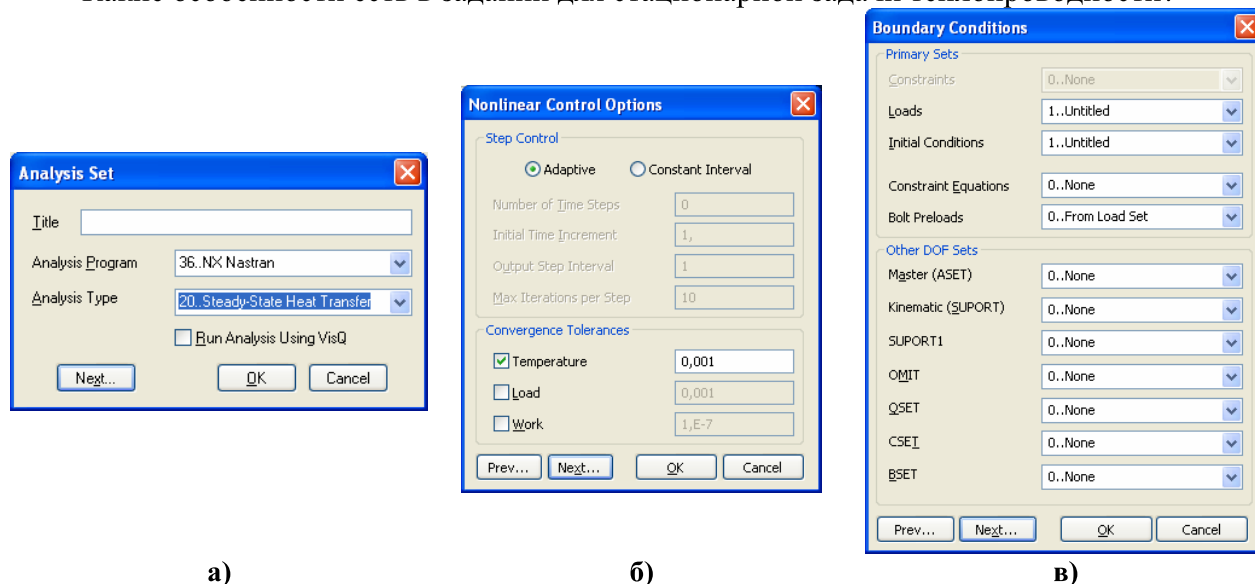


Рис.5.6. Диалоговые панели для создания задания расчета краевой задачи стационарной теплопроводности

В случае, когда задача является нелинейной (например, характеристики материала зависят от температуры), можно в подразделе „Nonlinear” раздела „Options” вызвать диалоговую панель „Nonlinear Control Options” (см. рис.5.6-б). Здесь для стационарной задачи можно изменить точность сходимости итерационного процесса анализа: в полях секции „Convergence Tolerances” – для температуры (Temperature), по ГУ (Load) и по энергии (Work).

В подсекции „Boundary Conditions” секции „Master Requests and Conditions” можно вызвать диалоговую панель „Boundary Conditions” (см. рис.5.6-в), где в полях „Load” и „Constraints Equations” (нагрузка и формульные связи), а также „Initial Conditions” (начальные условия) выбраны имена активных наборов, которые можно изменить на другие (если другие наборы создавались).

В подсекции „Output Request” (задания для вывода) можно вызвать диалоговую панель „Nastran Output Requests” (см. рис.6.6-в), где, с помощью активных опций можно указать, для какой части модели выводить результаты расчетов: „0..Full Model” (полная модель) или выбрать заранее созданную группу (узлов или КЭ). Варианты результатов задачи стационарной теплопроводности: приложенные нагрузки (Applied Load), реакции связей (Con-


straint Force), реакции связей, что заданы уравнениями или КЭ типа **RIGID (Equation Force)**, температура (**Temperatures**), тепловые потоки (**Heat Flux**). Другие назначения на этой панели описаны в п.4.2.10.

Когда задание создано, можно запускать процесс решения краевой задачи.

Если в модели задавались ГУ свободной и принудительной конвекции, то появится диалоговая панель „**Factor to Disable Forced Convection**”, где нужно ввести лишь одно малое число (по умолчанию это 0.001). Этот коэффициент используется программой для разделения теплового потока на *конвекционный* от среды, что взаимодействует с поверхностью тела (для КЭ с активной опцией „**Disable Advection**”, см. рис.5.4), и *адвекционный*, т.е. тот, что переносится жидкостью тела (для КЭ с активной опцией „**Disable Convection**”, см. рис.5.3-б).

5.2 Моделирование краевой задачи нестационарной теплопроводности

По сравнению со стационарной задачей теплопроводности есть такие особенности:

- необходимо обязательно задать функцию (или несколько функций) времени, т.е. типа **1..vs.Time**, значение которой (которых) будет являться *масштабом* для граничных условий задачи. Если изменений во времени нет, то функция должна иметь значения, равные единице на всем протяжении времени;
- необходимо обязательно *всем граничным условиям* назначить, от какой функции времени (**1..vs.Time**) они зависят (после введения значения граничного условия – дополнительно открыть список с названием „**Time/Freq Dependence**”, выбрать необходимую функцию (см. рис.5.7-а); или создать такую функцию с помощью кнопки ) . Обычно это реально можно сделать лишь при первичном назначении граничных условий, поскольку путем их редактирования сделать это почти никогда не удастся (таких узлов или сторон – много). Т.е. при необходимости модифицировать – сначала удалить, потом назначить снова;
- необходимо создать задание для соответствующего типа задачи: команда **Model**→**Analysis**→**New...**, выбрать в списке „**Analysis Type**” (аналогично рис.5.6-а) значение „**21..Transient Heat Transfer**” (т.е. нестационарная теплопроводность);

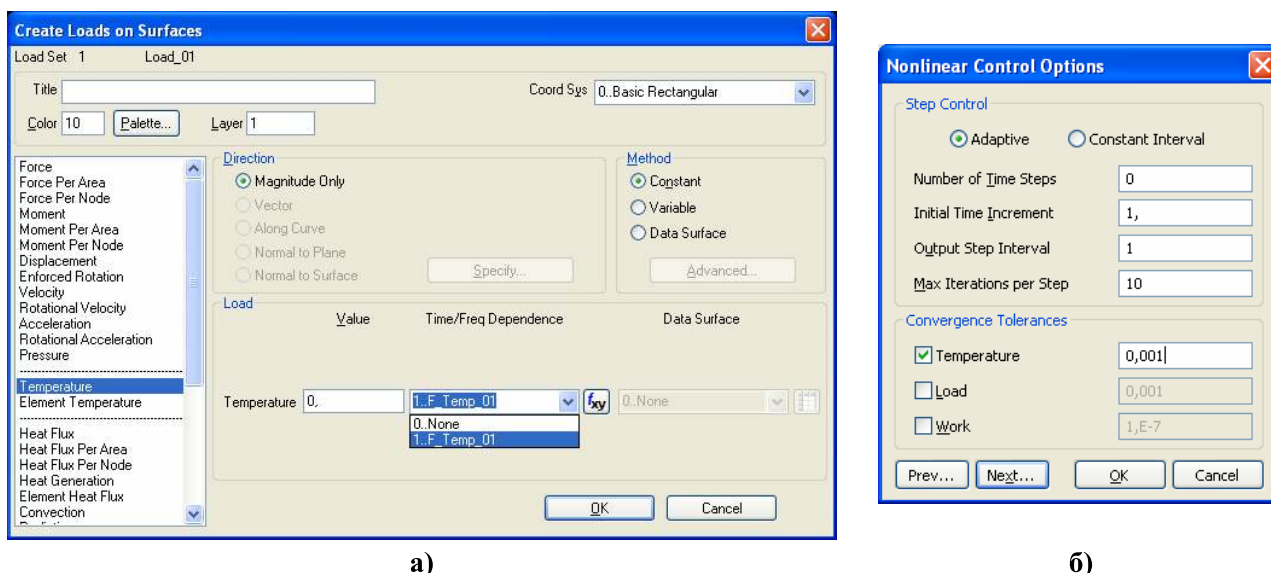


Рис.5.7. К задаче нестационарной теплопроводности:

а) – задание функции времени к ГУ; б) – назначение условий выполнения анализа

• в подразделе „**Nonlinear**” раздела „**Options**” необходимо вызвать диалоговую панель „**Nonlinear Control Options**” (см. рис.5.7-б). В секции „**Step Control**” становятся активными поля для введения значений количества временных шагов (**Number of Time Steps**), начального временного шага (**Initial Time Increment**) и временного интервала (в секундах) для формирования результатов расчетов (**Output Step Interval**), которые необходимо назначить. Если радиокнопкою „**Adaptive**” установить адаптивную процедуру, то Nastran проводит про-

верку соответствия *начального* временного шага характеристикам материала и размерам КЭ по формуле (П4.39), т.е.:

$$\text{Initial Time Increment} = \Delta t \leq (h^2 c \bar{\rho} / \lambda) / 10,$$

где: h – минимальный размер конечно-элементной сетки (см. Раздел П4.6 Приложения 4). При необходимости начальный временной шаг автоматически корректируется. На дальнейших шагах Nastran постепенно увеличивает временной шаг. Если выбрать вариант „**Constant Interval**”, то будут применяться именно те значения, которые нужны пользователю. **Внимание:** очень желательно придерживаться этой формульной рекомендации, даже усилить ее: еще уменьшать шаг Δt в 2...10 раз, иначе в зоне быстрых изменений граничных условий решение задачи будет иметь нефизичное уменьшение температуры вместо ее повышения (или наоборот). Значение „**Max Iterations per Steps**” (максимальное количество итераций на шаге) имеет смысл для нелинейной задачи, когда, например, характеристики материала зависят от температуры. Назначения в секции „**Convergence Tolerances**” описаны в предыдущем Разделе;

- с помощью изменения значения параметра „**NDAMP**” – величины „коэффициента демпфирования” (подраздел „**Bulk Data**” раздела „**Options**”, диалоговая панель „**NASTRAN Bulk Data Options**” (см. рис.4.15-б)) можно в случае применения адаптированного временного шага изменить расчетную схему: от схемы Кранка-Николсона (**NDAMP=0**) до неявной схемы Эйлера (**NDAMP=1**). По умолчанию **NDAMP=0.01**. Величина **NDAMP=0** отменяет это искусственное „демпфирование”. Рекомендуются значения от 0.0 до 0.1. Есть смысл ознакомиться с Разделом П4.6 Приложения 4. **Внимание:** если для NX Nastran установить значение **NDAMP=1**, то распространение тепла не будет моделироваться совсем (фатальной ошибки нет!);

- в подсекции „**Output Request**” (задание для вывода) на диалоговой панели „**Nastran Output Requests**” (см. рис.6.6-в), кроме описанных в предыдущем Разделе, активны еще две опции результатов расчетов: энтальпия (**Enthalpy**) и скорость изменения энтальпии (**Enthalpy Rate**);

- нужно дать команду **Model→Load→Body...**, активировать опцию „**Active**” (внизу диалоговой панели) и в поле „**Default Temperature**” установить значение начальной для модели температуры. Потом дать команду **Model→Analysis...**, в подсекции „**Boundary Conditions**” секции „**Master Requests and Conditions**” вызвать диалоговую панель „**Boundary Conditions**” (см. рис.5.6-в), где в поле „**Initial Conditions**” (начальные условия) выбрать имя набора, в который введена начальная температура. **Внимание:** В FEMAP традиционно это не делается автоматически, поэтому, если это не сделать пользователю, *начальная температура тела при выполнении анализа будет считаться нулевой*. Есть надежда, что когда-нибудь это неудобство будет исправлено!

- после проведения расчетов появляются *несколько* наборов результатов (соответствуют временным шагам расчета). Этот факт необходимо учесть при анализе результатов (см. Раздел 8).

Раздел 6

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ. СТАТИКА

NX Nastran для решения краевых задач о напряженно-деформированном состоянии (НДС) тел применяет постановку задачи в перемещениях с использованием вариационного принципа Лагранжа и метода конечных элементов. Такие расчеты могут потребовать очень значительные объемы оперативной и еще больше дисковой памяти, а также занимать много времени на этапе вычисления. Это потому, что метод конечных элементов порождает большую по размеру систему алгебраических уравнений, занимающую много памяти ЭВМ и относительно долго решаемую.

Основные теоретические сведения о статических краевых задачах про НДС тел приведены в Приложениях 5 и 6.

6.1 Задание начальных и граничных условий в FEMAP

В подразделе 4.1 изложены общие сведения относительно задания граничных условий. Здесь изложим лишь дополнительные сведения, характерные для задач об НДС тел.

Для этих задач различают два типа граничных условий: ГУ 1-го рода (закрепления, перемещения узлов, связи степеней свободы разных узлов) и все другие ГУ: сосредоточенные силы, распределенные на поверхности усилия (естественные ГУ, или ГУ 2-го рода), объемные (вес, инерционные и „температурные” силы).

6.1.1. Задание начальных условий

По умолчанию считается, что все начальные условия – нулевые. Однако можно назначить другие варианты начальных условий, используя для этого результаты предварительно проведенных расчетов. Подробно об этой процедуре речь шла в п.4.1.4.5.

Внимание: если в расчетах необходимо учитывать *температурные деформации*, то нужно:

- провести, если это еще не было сделано, расчет теплового состояния тела (см. Раздел 5);
- с помощью команды **Model→Load→From Output...** подключить один из полученных векторов значений температуры *в узлах* как граничное условие задачи (см. п.4.1.4.5, рис.4.10-а);
- командой **Model→Load→Body...** вызвать диалоговую панель „**Create Body Loads**” (см. рис.5.1-а), проверить или изменить (последнее допустимо только в случае предыдущего решения *стационарной* задачи теплопроводности) значение *температуры* тела (в поле „**Default Temperature**”, внизу), которая назначается для всех *узлов* КЭС.

6.1.2 Задание граничных условий 1-го рода (закреплений, перемещений, связей)

Чтобы краевую задачу об НДС тела можно было решить, тело обязательно должно иметь такой набор ГУ 1-го рода (закрепления в пространстве, заданные перемещения, связи), которые исключают для тела все возможности двигаться *как жесткое целое*: как поступательным, так и вращательным образом. Но эти закрепления, перемещения и связи не должны противоречить расчетной схеме краевой задачи, создавать паразитные напряжения и деформации.

Такие закрепления, известные перемещения и связи потом передаются программой в *узлы* конечно-элементной сетки (КЭС).

Как уже отмечалось во Вступлении, **DOF** – степени свободы узла конечно-элементной сетки. Вообще их шесть: три – перемещения (**Translation**) узла вдоль координатных осей (обозначаются как **TX**, **TY** и **TZ**), три – вращения (**Rotation**) узла вокруг осей, параллельных соответствующей координатной оси (обозначаются как **RX**, **RY** и **RZ**). Итак, для исключения

возможности телу двигаться как жесткое целое достаточно ввести ГУ 1-го рода для 6-ти степеней свободы одного или нескольких узлов. При этом нужно учитывать, какие **DOF** (степени свободы) имеют узлы конечного элемента выбранного типа (см. „**Help**” или Приложение 3). Например, трехмерные КЭ – только первые три **DOF**, а осесимметричные – только две **DOF**: **TR** и **TZ** (для цилиндрической системы координат обозначения **TX** и **TU** изменяются на **TR** и **TT**), т.е. только перемещения (на другие **DOF** можно не обращать внимания – все назначения для них игнорируются).

В FEMAP ГУ 1-го рода можно задавать непосредственно в узлах, в узлах на поверхностях КЭ и на геометрических объектах (точках, линиях, поверхностях). Но и в последнем случае они передаются в узлы, *ассоциированные с данными геометрическими объектами* (об ассоциациях узлов см. п.4.1.2).

Команда **Model**→**Constraint**→**Create/Manage Set...** позволяет создать новый набор ГУ 1-го рода (только для закреплений) или выбрать его со списка ранее введенных.

6.1.2.1 Создание собственной системы координат

Иногда для задания граничных условий 1-го рода (и не только) нужна система координат, которая имеет другую ориентацию осей, чем глобальная. Командой **Model**→**Coord Sys...** вызывается соответствующая диалоговая панель (см. рис.6.1), где нужно: дать ей название (**Title**); указать тип глобальной системы (**Ref CSys**); при необходимости – изменить номер уровня (**Layer**) и цвет изображения; указать метод назначения ее положения. После команды „**OK**” последовательно вводятся для методов:

- **Angles**: координаты начала новой системы, углы вращения относительно осей основной системы (градусы);
- **Workplane**: ничего (координаты начала новой системы находятся „в нулях” рабочей плоскости (РП), оси **X** и **Y** – параллельны осям **X** и **Y** РП, ось **Z** – перпендикулярна РП);
- **XY, YZ, ZX Locate**: координаты трех точек, а именно начала новой системы, конца первой оси (таким способом задается ее направление), последней точки, которая определяет плоскость **XY**, **YZ** или **ZX** соответственно;
- **XY, YZ, ZX Axes**: координаты начала новой системы, направление первой оси, направление второй оси.

6.1.2.2 Задание граничных условий 1-го рода в виде закреплений

Варианты закрепления степеней свободы узлов (**DOF**) через *геометрические объекты* – стандартные и расширенные (см. рис.6.2). В зависимости от типа геометрического объекта дается команда **Model**→**Constraint**→**On Point...** (→**On Curve...** или →**On Surface...**), выбираются объекты и назначается один из указанных ниже вариантов закрепления.

В секции „**Standard Types**” для всех типов геометрических объектов: „**Fixed**” – полное закрепление; „**Pinned – No Translation**” – полный запрет перемещений (шарнир); „**No Rotation**” – полный запрет вращений (только для узлов, которые имеют **DOF=456**).

В секции „**Advanced Types**” (расширенный тип закреплений) есть такие варианты:

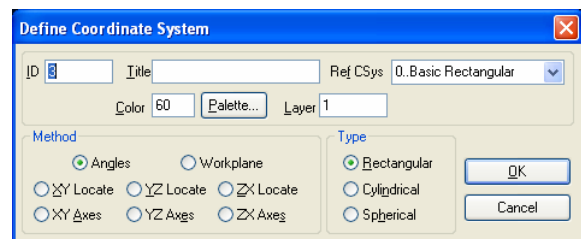


Рис.6.1. Диалоговая панель для создания собственной системы координат

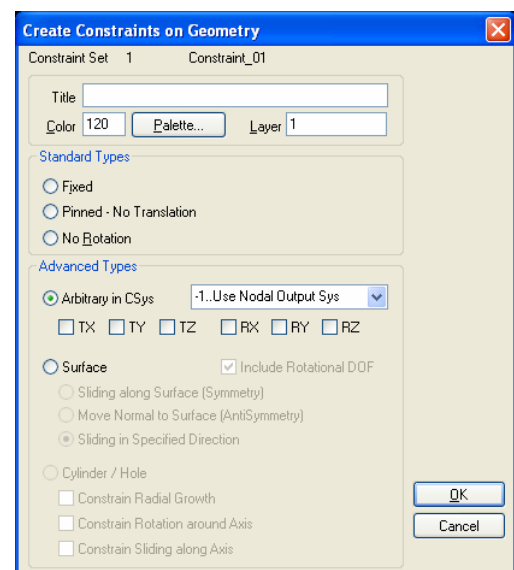


Рис.6.2. Диалоговая панель закрепления узлов через геометрические объекты

- „Arbitrary in CSys” (в выбранной из списка системе, в частности, и в специально созданной) – полный контроль над всеми **DOF** узлов, ассоциированных с геометрическим объектом. **Внимание:** система „-1..Use Nodal Output Set” – для вывода результатов в узлах, которая автоматически создается для узлов, ассоциируемых с геометрическим объектом;
- „Surface” (на поверхности любой геометрии):
 - ♦ „Sliding along Surface (Symmetry)” (скольжение вдоль поверхности, т.е. будут запрещены перемещения в нормальном к любой точке поверхности направлении (обычно так моделируют отброшенную *симметричную* часть тела); в рабочем поле FEMAP на поверхности появятся метки „S”);
 - ♦ „Move Normal to Surface (AntiSymmetry)” (перемещения будут возможны лишь в направлении нормали к любой точке поверхности; на ней появятся метки „N”);
 - ♦ „Sliding in Specified Direction” (перемещения будут возможными лишь в указанном направлении, касательном к поверхности в любой ее точке; на поверхности появятся метки „D”);
- „Cylinder / Hole” (на цилиндрической поверхности, в частности в отверстии) – комбинация из таких вариантов (для вывода результатов в узлах автоматически создается локальная цилиндрическая система координат):
 - ♦ „Constraint Radial Growth” – закрепления в радиальном направлении (**DOF=1**), на поверхности появятся метки „CR”;
 - ♦ „Constraint Rotation around Axis” – запрет вращения вокруг оси поверхности (**DOF=2**), на поверхности появятся метки „CT”;
 - ♦ „Constraint Sliding along Axis” – запрет перемещений вдоль оси поверхности (**DOF=3**), на поверхности появятся метки „CS”.

Примечание 6.1. Если узлы КЭС имеют **DOF** вращения, то для назначения для них условий закрепления нужно включить опцию „Include Rotational DOF” (применять **DOF** вращения, т.е. **DOF=456**). Тогда на поверхности к метке добавляется „R”.

Примечание 6.2. В сложных случаях есть смысл еще до запуска процесса решения задачи привести условия закрепления к узлам (с помощью команды **Model→Constraint→Expand...**, см. п.4.1.4.6) и тщательно проверить, какие локальные координаты в узлах были введены и какие **DOF** были реально закреплены (см. также п.6.1.2.6).

Команда **Model→Constraint→Nodal...** вызывает диалог введения ГУ 1-го рода в виде закрепления непосредственно для узлов. Сначала выбирается узел или несколько (все) узлов

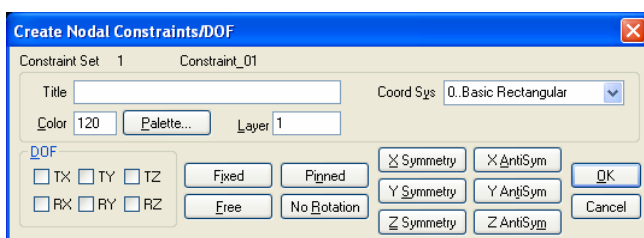


Рис.6.3. Диалоговая панель закрепления узлов

(только вращения); „No Rotation” (только линейные перемещения); „X Symmetry”, „Y Symmetry” или „Z Symmetry” (тело и ГУ имеют симметрию в указанном направлении); „X AntiSymm”, „Y AntiSymm” или „Z AntiSymm” (тело и ГУ имеют антисимметрию в указанном направлении).

Примечание 6.3. Как это уже отмечалось в п.3.3.2.1, еще на этапе создания конечно-элементной сетки (КЭС) можно исключить некоторые **DOF** всех узлов КЭС. Чтобы эти назначения изменить, совсем не нужно удалять КЭ и создавать их снова. Достаточно ввести новые значения для всех узлов (см. предыдущий абзац).

Примечание 6.4. Как это уже отмечалось в подразделе 1.6, еще на этапе создания расчетной модели, если тело имеет геометрическую плоскость симметрии и все условия нагружения тоже симметричны относительно этой плоскости, то симметричную часть нужно от-

бросить, заменив отброшенную часть граничными условиями симметрии: запретить степени свободы (**DOF**) узлов конечно-элементной сетки, что расположены на этой плоскости, в направлении, *перпендикулярном* к этой плоскости. Таких плоскостей может быть несколько. При этом:

- приблизительно в два раза при каждом симметричном отсечении уменьшается размер системы уравнений, порождаемой методом конечных элементов;
- во столько же раз уменьшаются нужный размер оперативной памяти и памяти на магнитном носителе;
- еще значительно уменьшается время решения системы уравнений;
- действительно достигается симметрия решения краевой задачи.

Довольно часто вместо команды **Model**→**Constraint**→**Nodal...** удобнее пользоваться возможностями команды **Model**→**Constraint**→**Nodal on Face...** (закрепления в узлах на грани КЭ). Подробно о варианте назначений ГУ (не только 1-го рода) в узлах на грани КЭ (**Nodal on Face...**) изложено в п.4.1.1.

Внимание: грани КЭ (называются „**Face ID**”) имеют номера от 1 до 6 максимум; другие грани и объекты – номера 1 и выше.

6.1.2.3 Задание граничных условий 1-го рода в виде перемещений или углов вращения

Когда заранее известно о законе перемещения или вращения узла или другого объекта проекта, соответствующее ГУ задается с помощью команд **Model**→**Load**: назначается тип объекта для приложения ГУ (→**Nodal...**, →**Nodal on Face...**, другие) и выбираются объекты; на появившейся диалоговой панели „**Create Loads on ...**” (см. рис.6.4) выбирается „**Displacement**” (перемещение) или „**Enforces Rotation**” (назначенный угол вращения, в градусах), выполняются другие действия (см. п.4.1.3 и п.4.1.4).

Внимание: варианты ГУ „**Velocity**” (скорость), „**Acceleration**” (ускорение) и „**Rotational Acceleration**” (ускорение при вращении) *не являются* ГУ 1-го рода, поэтому напомним об обязательности задания ГУ 1-го рода для тела (см. первый абзац п.6.1.2).

6.1.2.4 Задание граничных условий 1-го рода в виде связей

В п.3.4.1 уже рассматривались связи между узлами, которые (связи) создавались с помощью КЭ типа **RIGID**. В FEMAP есть еще одна возможность создания связей между узлами – по формуле $\sum a_i q_i = 0$, где q_i – степени свободы узлов, a_i – коэффициенты.

Командой **Model**→**Constraint**→**Equation...** вызывается диалоговая панель „**Create Constraint Equation**” (см. рис.6.5-а), на которой указываются: **ID** формулы; цвет изображения связей; уровень (**Layer**); значение коэффициента a_i ; номер узла; степени свободы **DOF**, что связываются. Дается команда „**Add**” (прибавить) и указанная информация появляется в большом окне диалоговой панели. Когда все компоненты данной суммы набраны, дается команда „**OK**”. Если в сумме есть значительное количество узлов с одинаковыми назначениями (кроме их номеров), то можно кнопкой „**Multiple Nodes...**” вызвать стандартный диалог выбора узлов. В FEMAP есть ограничения для количества членов в сумме: до 70. На рис.6.5-а изображено состояние диалогового окна после подачи команды „**Add**” перед командой „**OK**”, т.е. после формирования уравнения $TZ(4) - TZ(49) = 0$, которое указывает, что перемещения узлов 4 и 49 в направлении координатной оси **Z** должны быть одинаковыми.

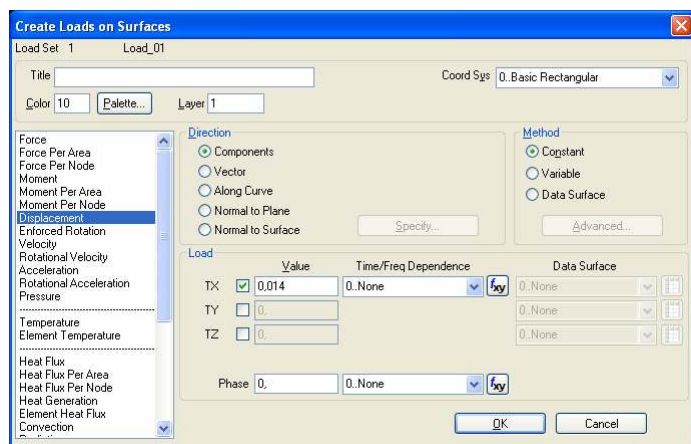


Рис.6.4. Диалоговая панель для введения граничных условий к отдельным объектам тела

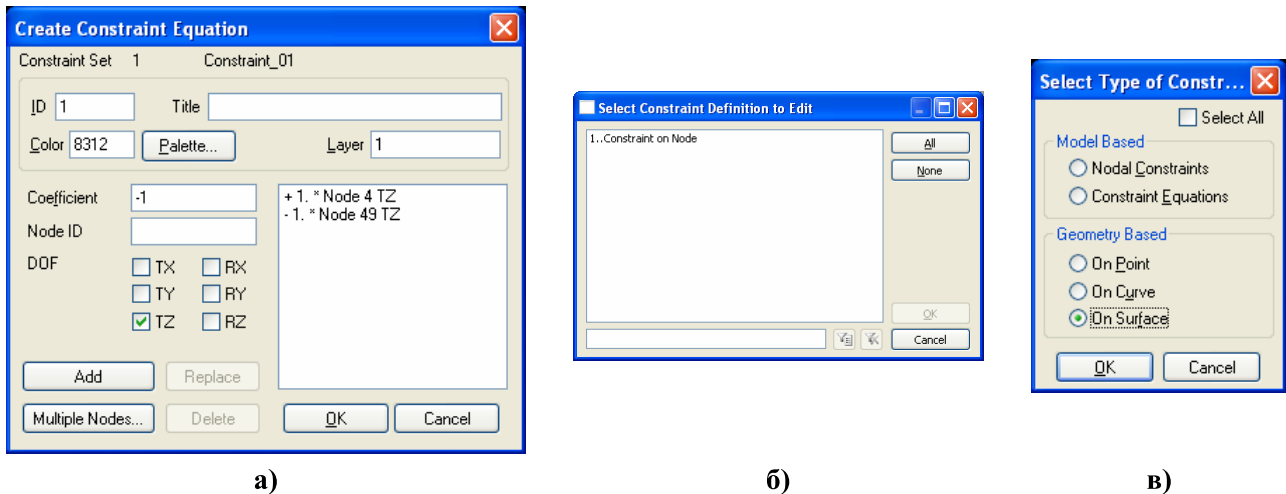


Рис.6.5. Диалоговые панели: а) – создания уравнения связи между DOF узлов; б) – выбора объектов для редактирования закреплений; в) – выбора объектов для удаления закреплений

Для возвращения к предыдущей ситуации есть кнопка „**Replace**”, для удаления ненужных или по ошибке набранных компонентов суммы – команда „**Delete**”.

6.1.2.5 Редактирование или удаление граничных условий 1-го рода

Для редактирования уже сформированного списка ГУ 1-го рода дается команда **Modify**→**Edit**→**Constraint – Definition...**, на появившейся панели „**Select Constraint Definition to Edit**” (см. рис.6.5-б) выбирается нужный вариант или все варианты (есть кнопка „**All**”). Есть и другая команда: **Modify**→**Edit**→**Constraint – Individual...**, вызывающая панель „**Select Type of Constraint**” (см. рис.6.5-в), где выбирается нужный вариант условий, дается команда „**OK**” и выбираются объекты указанного типа с ГУ 1-го рода. В обоих случаях, если такая модификация возможна, одна за одной будут появляться соответствующие диалоговые панели с заполненными полями, которые можно редактировать. Но такая возможность реализуется не всегда. Если такое редактирование не удалось, приходится удалять отдельные группы ГУ. Есть три варианта: командой **Delete**→**Model**→**Constrain – Definition...** вызывается диалоговая панель „**Select Constrain Definition(s) to Delete**” (аналогична изображенной на рис.6.5-б) со списком вариантов ГУ; или командой **Delete**→**Model**→**Constrain – Individual...** вызывается диалоговая панель „**Constrain List Options**” (аналогична рис.6.5-б, только вместо радиокнопок – опции), выбираются варианты ГУ, что будут удаляться; или командой **Delete**→**Model**→**Constrain – Set...** удаляется даже полный список с ГУ.

6.1.2.6 Контроль закрепления тела

Для контроля введенных ГУ 1-го рода нужно с помощью команды **List**→**Model**→**Constraint – Definition...** или **List**→**Model**→**Constraint – Individual...** вызвать стандартную диалоговую панель для выбора списков с ГУ (см. рис.6.5-б и рис.6.5-в), поэтому действия при выборе необходимых вариантов ГУ описаны выше. После последней команды „**OK**” в окне сообщений (**Messages**) появится соответствующий список. Если он не помещается в стандартное количество строк, необходимо ее увеличить, как это описано в подразделе 1.5.

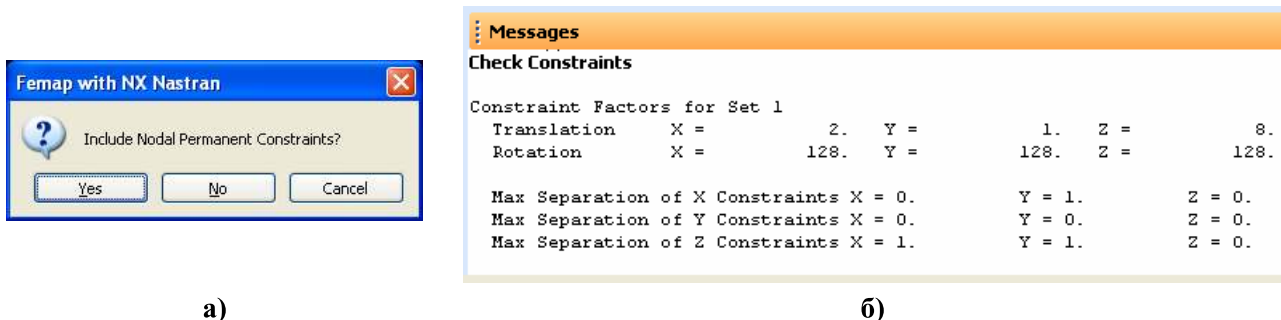


Рис.6.6. Контроль закрепления тела: а) – вопрос относительно подключения постоянных узловых связей; б) – результат проверки условий закрепления тела

Если условия закрепления приведены к узлам (в частности, с помощью команды **Model**→**Constraint**→**Expand...**), можно применить автоматический вариант контроля. Дается команда **Tools**→**Check**→**Constraints...**, дается ответ на вопрос (см. рис.6.6-а) относительно подключения для анализа постоянных узловых связей. В окне сообщений появится отчет (см. рис.6.6-б). В строках „**Translation**” и „**Rotation**” будет указано общее количество запрещенных или постоянно связанных степеней свободы узлов по перемещениям и вращениям соответственно. В сумме их не должно быть меньше, чем шесть; причем в строке „**Translation**” не должно быть нулей. В строке „**Rotation**” нули могут быть, даже все, поскольку вращение тела можно предотвратить запретом перемещений узлов. **Внимание:** если КЭ не учитывает некоторые **DOF**, то и при анализе назначенных условий закрепления на эти **DOF** не надо обращать внимания.

В трех последних строках отчета показываются максимальные расстояния между узлами по направлениям **X**, **Y** и **Z**. **Внимание:** если в *двух* столбиках одновременно все значения (для направлений **X**, **Y** или **Z**) близки до нуля или нули, то это ситуация недопустима, кроме случая, когда в строке „**Rotation**” в направлении с *третьим* названием – не нуль и когда эта **DOF** – значащая. Это потому, что все нули в столбике означают, что все эти узлы лежат в одной плоскости; а все нули в двух столбиках – на одной оси. Итак, относительно этой оси тело может вращаться, если в строке „**Rotation**” для этой оси – нуль.

6.1.3 Задание силовых граничных условий

6.1.3.1 Задание объемных силовых граничных условий

На диалоговой панели „**Create Body Loads**” (см. рис.6.7), которая вызывается командой **Model**→**Load**→**Body...** (англ. **Body** – масса, тело), можно определить (кроме начальной температуры тела) *объемные (потенциальные) силы*, которые будут действовать на все тело. Они могут назначаться для выбранной координатной системы:

- в секции „**Translational Accel / Gravity (length/time/time)**” параметрами „**Ax**”, „**Ay**” и/или „**Az**” как осевые компоненты вектора ускорения (в системе **SI** размерность – м/с^2), что возникает под действием этих сил (например, ускорение свободного падения);

- в секции „**Rotational Acceleration (radians/time/time)**” параметрами „**Arx**”, „**Ary**” и/или „**Arz**” как компоненты углового ускорения вращения (в системе **SI** размерность – радиан/с^2) относительно осей **X**, **Y** и/или **Z**. При этом считается, что тело вращается относительно точки, координаты которой задаются значениями „**X**”, „**Y**” и/или „**Z**” в секции „**Center of Rotation**”;

- в секции „**Rotational Velocity (revolutions/time)**” параметрами „**Wx**”, „**Wy**” и „**Wz**” как количество оборотов за принятую единицу времени (в системе **SI** размерность – об/с) вокруг осей **X**, **Y** и/или **Z**.

Для заполнения значений последних двух секций можно использовать кнопку „**Rotating Around Vector...**”, при этом последовательно вызываются диалоговые панели для задания направления оси вращения и номинальных значений скорости и/или ускорения.

Каждая из таких нагрузок может быть функцией времени (**1..vs. Time**) или частоты колебаний (**3..vs. Frequency**), для чего есть поля выбора функций влияния и кнопки вызова диалоговой панели (см. рис.1.16) для создания функций.

6.1.3.2 Задание статических линейных силовых граничных условий

Статические линейные силовые ГУ – это сосредоточенные силы, моменты и давления. Соответствующее ГУ задается с помощью команд **Model**→**Load**: назначается тип объекта

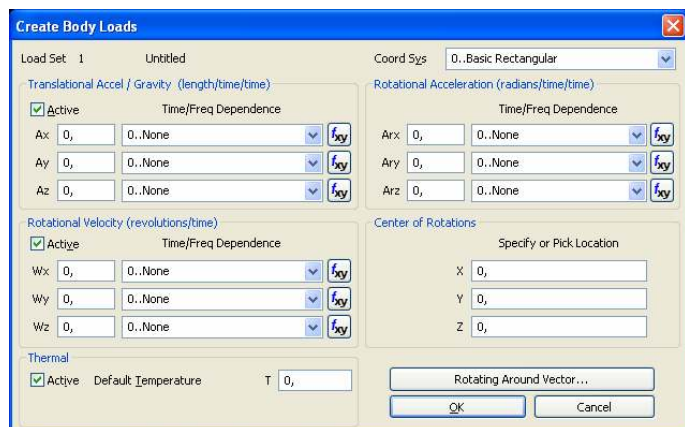


Рис.6.7. Диалоговая панель для введения граничных условий для всего тела

для приложения ГУ (\rightarrow Nodal..., \rightarrow Nodal on Face..., другие) и выбираются объекты; на появившейся диалоговой панели „Create Loads on ...” (см. рис.6.4) выбирается один из вариантов: „Force” (сила), „Force per Area” (сила на плоскости), „Force per Node” (сила в узле), „Bearing Force” (силы опоры), „Moment” (момент), „Moment per Area” (момент на плоскости), „Moment per Node” (момент в узле), „Torque” (крутящий момент) или „Pressure” (давление). **Внимание:** *положительное* значение давления – давление, действующее *в тело*. Имеются ввиду *полные* значения, которые программой Femap распределяются по узлам КЭС всех выбранных поверхностей (варианты „Force”, „Bearing Force”, „Moment” и „Torque”) или линий („Force”, „Moment”). Силы опоры распределяются по узлам КЭС неравномерно (на поверхностях круговых отверстий – примерно по закону синуса) на указанном угле (по умолчанию 180 градусов), а опция „Traction Load” позволяет менять направление сил на противоположное, т.е. вместо опоры будет моделироваться тяга.

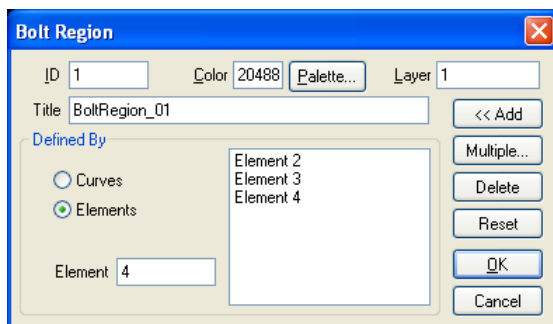
Выполняются другие стандартные действия, рассмотренные в п.4.1.3 и п.4.1.4.

6.1.3.3 Задание силовых граничных условий „болтового соединения”

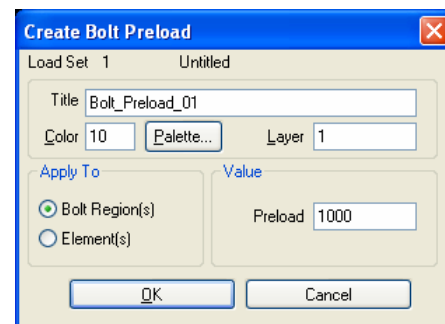
Можно смоделировать болтовое соединение с предварительной нагрузкой в болте (т.е. с силой затягивания). Это можно делать для таких типов анализа: **Linear Static Analysis** (линейный статический), **Modal Analysis** (модальный динамический), **Buckling** (устойчивость) и **Advanced Nonlinear Analysis** (Solution 601 – передовой нелинейный анализ).

Болт в FEMAP 10.2 моделируется как один или несколько КЭ типа **BAR** или **BEAM** первого порядка аппроксимации (не Parabolic).

После создания соответствующих КЭ можно заранее создать болты-регионы. Команда **Connect** \rightarrow **Bolt Region...** вызывает панель „Bolt Region” (см. рис.6.8-а), где выбираются или непосредственно КЭ или линии, с которыми ассоциированы КЭ: создается болт-регион с назначенным названием (**Title**).



а)



б)

Рис.6.8. Диалоговые панели: а) – создания болта-региона; б) – задания предварительной нагрузки (Preload) в болтах региона или отдельных болтах

Предварительная нагрузка в болте создается командой **Model** \rightarrow **Load** \rightarrow **Bolt Preload...**: на диалоговой панели (см. рис.6.8-б) выбирается или „Bolt Region(s)” (регион уже создан) или „Element(s)” (будет создаваться новый болт-регион), задается величина (сила) предварительной нагрузки в болте. После команды „OK” осталось выбрать или существующий болт-регион, или КЭ для нового болта-региона. **Внимание:** только для типа задачи **Advanced Nonlinear Analysis** (Solution 601 – передовой нелинейный анализ) болт-регион может содержать больше одного КЭ (ограничение Nastran, отмеченное в „Help”).

Примечание 6.5. Если КЭ типа **BAR** или **BEAM** присоединяются (в узлах) к КЭ типа **Solid**, узлы которых не учитывают степени свободы 4, 5 и 6, то необходимо в таких узлах с помощью команды **Modify** \rightarrow **Update Other** \rightarrow **Perm Constraint...** запретить указанные степени свободы, иначе будет фатальная ошибка с номером 9137 (тело недостаточно закреплено).

6.1.3.4 Задание силовых граничных условий типа „несжимаемая жидкость”

В FEMAP 10.2 есть инструменты для задания нагрузки в виде присоединения к геометрической поверхности или поверхности КЭ некоторого объема несжимаемой жидкости. В

результате FEMAP создает матрицу присоединенной массы. Такой тип нагрузки поддерживается для следующих типов краевых задач в NX Nastran 7.1 (см. табл.4.2): **103 (Modal Analysis)**, **107 ... 112 (Complex Modal Analysis и Dynamic Analyses)**, **129 (Nonlinear Transient Analysis)**, которые будут рассмотрены в Разделе 7, и задачи типа **200 (Optimization)**.

Командой **Connect→Fluid Region...** вызывается диалоговая панель „Fluid Region” (см. рис.6.9-а).

В секции „Fluid Options” (опции жидкости) есть такие опции:

- „CSys” – система координат, должна быть *декартовой* типа: глобальной или специально созданной локальной, причем ось **Z** должна быть перпендикулярной к свободной поверхности жидкости, поскольку вдоль этой оси будет определяться толщина слоя жидкости;
- „Fluid Density” – удельная плотность жидкости;
- „Z Free Surface” – расстояние от начала координаты к свободной поверхности жидкости, должна быть ≥ 0.0 . Если начало координатной системы установить „на дне”, то опция определяет всю толщину жидкости, если „выше дна”, то – часть толщины. Таким образом можно отсекают „гарантированную” толщину слоя жидкости от изменяемой. Еще один вариант рассмотрен в подразделе 7.2 (действует только для динамического анализа);
- „XZ Plane” и „YZ Plane” – указывает, какой тип симметрии слоя жидкости связан с этими плоскостями: отсутствует (**0..None**), симметрия (**1..Symmetry**) или кососимметрия (**2..Antisymmetry**).

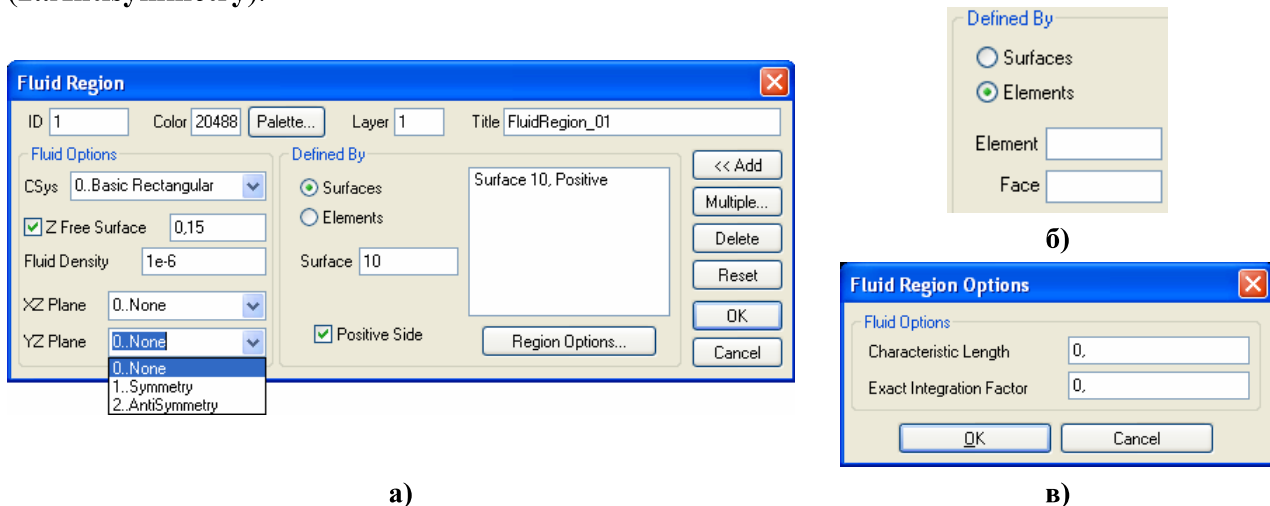


Рис.6.9. Диалоговые панели задания силовых ГУ типа „несжимаемая жидкость”

В секции „Defined By” (определение региона) радиокнопками „Surfaces” или „Elements” определяются геометрические поверхности и их стороны (в поле „Surface” и опцией „Positive Side”) или КЭ и их поверхности (в полях „Element” и „Face”, см. рис.6.9-б), с которыми взаимодействует жидкость. Список формируется стандартным способом с помощью кнопок „<<Add”, „Multiple...”, „Delete” и „Reset”.

Кнопкой „Region Options...” вызывается панель „Fluid Region Options” (см. рис.6.9-в) с опциями:

- „Characteristic Length” – характерная длина: взаимодействием с КЭ, которые лежат за пределами этой величины, NX Nastran пренебрегает;
- „Exact Integration Factor” – фактор точного интегрирования. Если расстояние между двумя КЭ меньше, чем указанное значение, умноженное на корень квадратный из размера (площади) большего из них, то в КЭ применяется точное интегрирование. Иначе – для интегрирования используется только центральная точка КЭ.

В случае присутствия в модели силовых граничных условий типа „несжимаемая жидкость” FEMAP в результатах формирует данные с названием „Fluid Pressure” (давление жидкости) при установлении значений „1..Print Only” (*.f06), „2..PostProcess Only” (*.op2), „3..Print and PostProcess” (*.op2 и *.f06), или „5..Punch and PostProcess” (*.op2) на панели „NASTRAN Output Requests”.

6.1.3.5 Задание нелинейных силовых граничных условий

В FEMAP можно задать в узлах силы такими, что зависят от смещения или скорости движения выбранного узла.

Команда **Model**→**Load**→**Nonlinear Force** вызывает диалоговую панель, изображенную на рис.6.10. В секторе „**Relationship**” (взаимосвязь) есть 4 варианта таких связей (см. табл. 6.1): „**Tabular Function**” (соответственно табличной функции, что выбирается со списка созданных ранее функций в секторе „**Options**”); „**Product of Two Variables**” (от двух переменных); „**Positive Variable to a Power**” (степенная функция, при положительной переменной); „**Negative Variable to a Power**” (степенная функция, при отрицательной переменной).

Таблица 6.1. Определение силы от смещения или скорости движения выбранного узла

Вариант в секторе Relationship	Формула (F=Сила, X=Смещение/Скорость)
Tabular Function	$F_i(t) = Scale \cdot Table(X_j(t))$
Product of Two Variables	$F_i(t) = Scale \cdot X_j(t) \cdot X_k(t)$
Positive Variable to Power	$F_i(t) = \begin{cases} Scale \cdot [X_j(t)]^{Power}, & \text{если } X_j(t) > 0 \\ 0, & \text{если } X_j(t) \leq 0 \end{cases}$
Negative Variable to Power	$F_i(t) = \begin{cases} -Scale \cdot [-X_j(t)]^{Power}, & \text{если } X_j(t) < 0 \\ 0, & \text{если } X_j(t) \geq 0 \end{cases}$

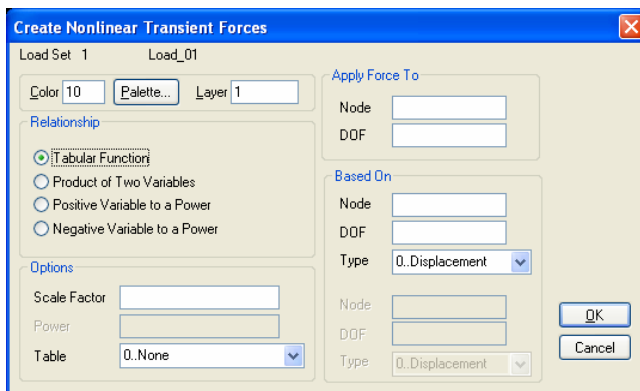


Рис.6.10. Диалоговая панель задания силы, зависимой от смещения или скорости движения выбранного узла

В секторе „**Apply Force To**” указываются номера узла и его степени свободы (узел можно выбрать курсором „мыши” на рабочем поле FEMAP), к которым сила будет приложена; в секторе „**Based On**” – тоже номера узла/узлов и его/их степени свободы, а также величину (**Type**), от которой сила будет зависеть: **0..Displacement** (смещение) или **1..Velocity** (скорость).

Другие варианты нелинейности, которые можно реализовать в FEMAP, связаны с геометрической или физической нелинейностью.

6.2 Задание опций и параметров нелинейного анализа

Когда в задаче предполагается *любая* нелинейность, для каждого из наборов нагрузок (активизировать командой **Model**→**Load**→**Create/Manage Set...**) нужно задать опции и параметры нелинейного анализа. **Внимание:** при применении модифицированного подхода Лагранжа (тип задачи **22..Advanced Nonlinear Static** – см. подраздел 6.4) это делать не обязательно.

Командой **Model**→**Load**→**Nonlinear Analysis...** вызывается диалоговая панель „**Load Set Options for Nonlinear Analysis**” (см. рис.6.11-а). На ней кнопкой „**Default**” сначала устанавливаются типичные значения. Кнопкой „**Copy...**” можно из набора нагрузок, где назначения уже сделаны, скопировать данные для текущего набора.

В секциях панели указывается:

- в „**Solution Type**” – тип задачи: статическая (**Static**), ползучесть (**Creep**) или эволюционная (**Transient**);
- в „**Basic**” – количество временных шагов (**Number of Increments**), размер временного шага (**Time Increment**) и максимальное количество итераций на каждом шаге (**Max Iterations / Step**). При линейном статическом анализе всегда делается лишь один шаг: от началь-

ного состояния к конечному. При решении нелинейной задачи все заданные нагрузки будут приложены к телу не сразу, а с нарастанием *одинаковыми частями*. Для этого вводится внутренний параметр с названием **Time** (обозначим как τ), который изменяется от 0 до 1 по формуле $\tau = n \cdot \Delta\tau$, где n – номер текущего шага нагрузки, $\Delta\tau = 1/N$, а N – количество таких шагов, которое вводится в диалоговом поле „**Number of Increments**”. В соответствии с этим среди результатов расчета будет N таблиц, в названии которых присутствует значение **Time**, для которого этот результат получен. Если по какой-то причине процесс решения задачи прерван (например, фатальная ошибка как результат вырождения геометрии КЭ), то количество таблиц будет меньшим, чем число N . Это количество может и превышать число N , если программа NX Nastran приняла решение о целесообразности уменьшения шага нагрузки (была задействована адаптивная процедура);

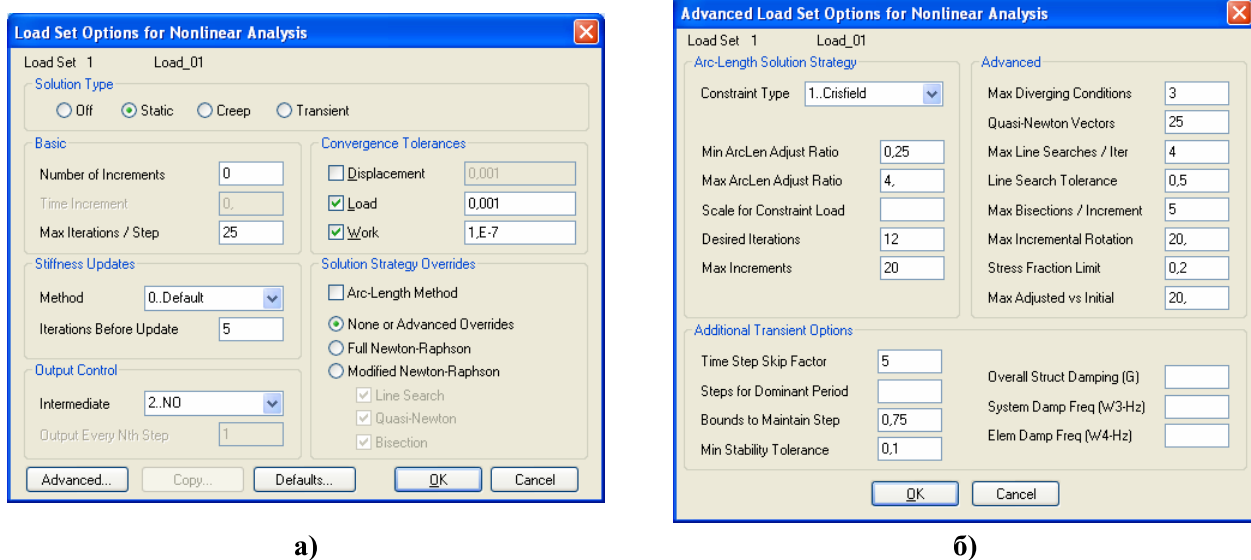


Рис.6.11. Диалоговые панели задания опций и параметров нелинейного анализа:
а) – основная; б) – дополнительная

- в „**Stiffness Updates**” – один из 5-ти методов (**AUTO**, **ITER**, **SEMI**, **TSTEP**, **ADAPT**) модифицирования матрицы жесткости тела (МЖ); а также количество итераций (**Iteration Before Update**), через которое матрица будет модифицироваться. Если метод выбран неверно, автоматически будет установлен тот, что используется „по умолчанию”, т.е. **0..Default**. В случае нелинейной статической задачи (**Static**) можно применять **AUTO**, **ITER** или **SEMI**. В других (нестатических) – **AUTO**, **TSTEP** и **ADAPT**, причем в **0..Default** используется метод **ADAPT**, т.е. с автоматическим выбором временного шага. В методе **AUTO** МЖ обновляется исходя из оценок сходимости разных численных методов (квазиньютоновского, с линейной итерацией, половинного деления) и выбором того из них, что даст минимальное количество обновлений МЖ. Метод **SEMI** подобен методу **AUTO**, но обновление МЖ обязательно проводится и на первой итерации после изменения нагрузки, что бывает эффективно для сильно нелинейных процессов. Методы **ITER** и **TSTEP** проводят обновление МЖ после каждой порции из количества итераций, что указана в поле „**Iteration Before Update**”, что также может быть эффективным для сильно нелинейных процессов, в частности, когда предполагается, что геометрия тела в процессе деформирования может резко измениться (например, в задаче о „прощелкивании”). Метод **TSTEP** применяется при нелинейном анализе во времени (**Transient**);

- в „**Output Control**” – формирование таблиц результатов на промежуточных временных шагах (варианты опции „**Intermediate**”: **0..Default** (по умолчанию), **YES** (выводить), **NO** (не выводить), **ALL** (на всех шагах)) для типов задачи „**Static**” и „**Creep**” или через указанное количество шагов (**Output Every Nth Step**) для типа задачи „**Transient**”;

- в „**Convergence Tolerances**” – допуски (точность) для удовлетворения условий сходимости для нагрузок (**Load**), перемещений (**Displacement**) и внутренней работы (**Work**);

- в „**Solution Strategy Overrides**” – корректирование процесса решения глобальной нелинейной системы алгебраических уравнений, порождаемой методом конечных элементов.

Обычно корректировки делают, если возникают проблемы в получении расчетов. Это может быть обусловлено специфическими свойствами краевой задачи, поэтому общих рекомендаций нет. В частности, метод „**Arc-Length Method**” формирует величину временного шага (и догрузки) с учетом информации о перемещении узлов тела. Полный метод Ньютона-Рафсона (**Full Newton-Raphson**) очень быстро сходится, но нуждается в дополнительном времени для создания дополнительной матрицы для полной матрицы САУ на каждой итерации. Модифицированный метод Ньютона-Рафсона (**Modified Newton-Raphson**) не нуждается в таком действии, но сходится значительно медленнее, поэтому для его ускорения могут применяться дополнительные процедуры: „**Line Search**” (линейного поиска), „**Quasi-Newton**” (квази-ньютоновского ускорения) и/или „**Bisection**” (половинного деления).

Кнопкой „**Advanced...**” вызывается диалоговая панель „**Advanced Load Set Options for Nonlinear Analysis**” (см. рис.6.11-б) для назначения дополнительных параметров, что корректируют (здесь не рассматриваем; это требует значительных знаний пользователя).

Внимание. Только некоторые (основные) конечные элементы могут моделировать нелинейный статический анализ и анализ эволюционных процессов, причем с особенностями, указанными в „**Chapter 2. Elements for Nonlinear Analysis**” в книге „**NX Nastran Basic Nonlinear Analysis. User’s Guide**”, которая содержится в файле `.../FEMAPv102/Nastran-Help/NXNastran/nast/misc/doc/docs/pdf/bas_nonlinear.pdf`.

Большинство других типов КЭ могут включаться в нелинейную модель тела при условии, что они остаются линейными на протяжении всего анализа. Наиболее часто ошибочное применение КЭ в нелинейном анализе связано с использованием КЭ типа **Bar**, **Rigid** и **Gap**.

Примечание 6.6. Задача с *линейными* свойствами материала тоже может решаться как и задача нелинейной упругости, если:

- в теле будут учитываться значительные перемещения. Например, при моделировании спиральной пружины;
- нагрузка тела будет превышать критические значения. Это будет так называемое закритическое поведение тела, или задача о его устойчивости (см. п.6.3.6).

6.3 Моделирование статических краевых задач о НДС тел

Статические краевые задач о НДС тел могут быть линейно и нелинейно-упругие, упруго-пластические, с учетом температурных деформаций и ползучести материала. Отдельные классы задач – задачи об устойчивости тел, об оптимизации конструкций, и о контакте тел.

Основные теоретические сведения о краевых задачах про НДС тела изложены в Приложениях 5 и 6. Большинство действий, необходимых для создания модели краевой задачи в FEMAP, рассмотрено в Разделе 2 (создание геометрической модели), Разделе 3 (создание конечно-элементной модели), Разделе 4 и подразделе 6.1 (общие сведения о задании начальных и граничных условий). Поэтому здесь изложим лишь дополнительные сведения, характерные для разных типов краевых задач.

6.3.1 Краевые задачи линейной упругости и термоупругости


Линейная упругость – наиболее простой вариант задачи. Для материала достаточно задать модули упругости. Если по результатам расчета будет оцениваться запас прочности в теле, то еще дополнительно нужно ввести предельные напряжения; если температурные деформации (термоупругость) – коэффициент линейного температурного удлинения (см. подраздел 3.1). О задании начальных условий см. пп.6.2.1.1; ГУ 1-го рода – п.6.1.2; силовых граничных условий – п.6.1.3. Кроме того, для задачи термоупругости необходимо ввести в граничные условия таблицу распределения температуры в теле (см. п.6.1.1), которую было получено при предыдущем решении задачи теплопроводности.

Для запуска процесса расчета краевой задачи создается задание: дается команда **Model→Analysis...**, на диалоговой панели „**Analysis Set Manager**” инициируется кнопка „**New...**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) значение „**1..Static**” (т.е. статическая задача). Все другие действия, связанные с запуском процесса расчета краевой задачи, уже описаны в подразделе 4.2. Этот тип краевой задачи можно решать, кроме NX Nastran, многими другими анализаторами, но рассматриваем только NX Nastran.

В процессе решения задачи на экране монитора могут появляться сообщения, которые нуждаются в ответе „**Да**” или „**Нет**”, предупреждения о некоторых не фатальных ошибках, а иногда – даже фатальных. Например, фатальную ошибку вызовет отсутствие наборов начальных и/или граничных условий, недостаточное закрепление тела и т.п.

6.3.2 Краевые задачи нелинейной упругости для изотропного материала

От формулирования задачи линейной упругости отличаются:

- заданием свойства *изотропного* (и только!) материала как нелинейного упругого (см. подраздел 3.1): на диалоговой панели „**Define Material – ISOTROPIC**” на вкладке „**Nonlinear**” (см. рис.3.3-а) нужно радиокнопкою выбрать вариант „**Nonlinear Elastic**”, в появившемся поле „**Function Dependence**” – указать на созданную функцию (заранее или с помощью кнопки , слева внизу) нелинейной зависимости напряжения от деформации (типа **4..vs. Stress** – диаграмму деформирования материала, которая должна быть заданной в 1-м и 3-м квадрантах, чтобы моделировать разные свойства материала при растяжении и сжатии) или зависимости от температуры (типа **2..vs. Temperature**);

- установлением опций нелинейной задачи командой **Model→Load→Nonlinear Analysis...** (см. подраздел 6.2). Сначала кнопкой „**Default...**” нужно установить те значения, что предусмотрены „по умолчанию” для варианта типа задачи „**Static**”, потом в диалоговом окне „**Number of Increments**” – указать количество шагов нагрузки (>0), в окне „**Max Iterations / Step**” – максимальное количество итераций на каждом шаге нагрузки, а в окне „**Intermediate**” – выводить или нет промежуточные результаты; в секции „**Convergence Tolerances**” – точность решения САУ; в секции „**Solution Strategy Overrides**” – указать другой метод решения нелинейной САУ (при желании). **Внимание:** заданная точность решения нелинейной задачи может оказаться *завышенной*, что приведет к преждевременному прекращению процесса решения задачи с фатальными ошибками;

- созданием задания: дается команда **Model→Analysis...**, на диалоговой панели „**Analysis Set Manager**” инициируется кнопка „**New...**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) значение „**10..Nonlinear Static**” (нелинейная статика) или „**22..Advanced Nonlinear Static**” (нелинейная статика, „передовой” анализ – см. п.6.3.8).

6.3.3 Краевые задачи нелинейной упругости для материала типа „резина”

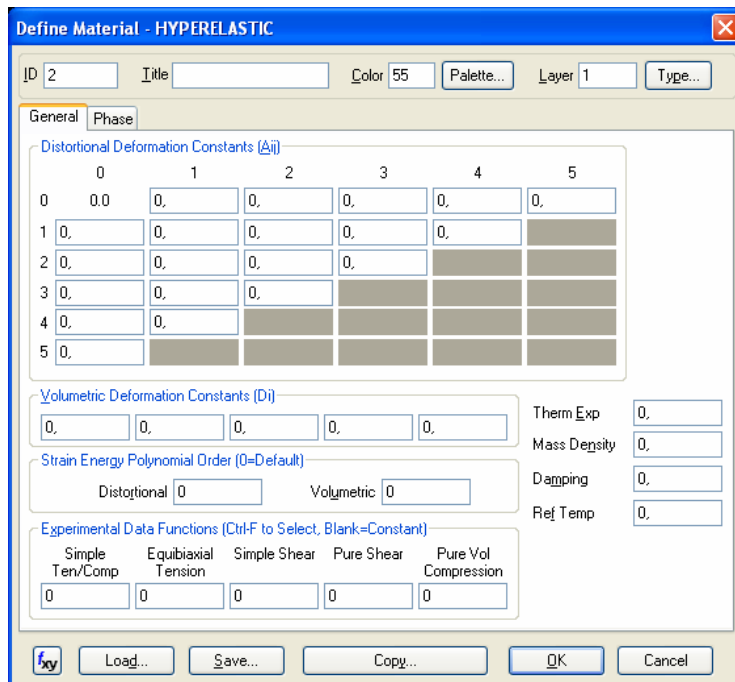
От формулирования задачи *нелинейной* упругости для изотропного материала отличается заданием на диалоговой панели „**Material Type**” (см. рис.3.2-б) варианта „**Hyperelastic**” и назначением на диалоговой панели „**Define Material – HYPERELASTIC**” нужных свойств материала (см. рис.6.12-а и пп.Д5.1.4.3 Приложения 5).

Внимание: не все типы КЭ могут моделировать такой материал. В „**Help**” рекомендуют проверять это перед применением желательного типа КЭ.

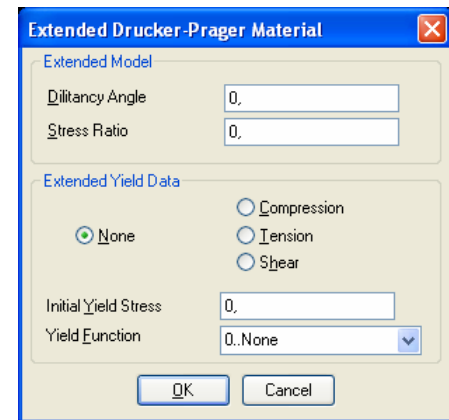
В секции „**Distortional Deformation Constants (Aij)**” задаются компоненты матрицы A_{ij} , причем $A_{00} = 0$, а в секции „**Volumetric Deformation Constants (Di)**” – компоненты D_i .

Для неогукового материала – только A_{10} и D_1 ; для линейной модели Муни-Ривлина – A_{10} , A_{01} и D_1 . Для более точных моделей нужно ввести и другие компоненты, а также в секции „**Strain Energy Polynomial Order (0=Default)**” – величины в полях „**Distortional**” и „**Volumetric**”, которые указывают на степени аппроксимирующих полиномов: от 0 до 4 (0 –

линейный, 1 – квадратичный, ...) для частей функционала упругой энергии, описывающих „искривления” и изменение объема соответственно.



а)



б)

Рис.6.12. Диалоговые панели введения свойств материала:

а) – гиперупругого типа „резина”; б) – упруго-пластического для модели Друкера-Прагера

Есть и другие варианты. Если на панели „Define Material” инициировать кнопку „Type...” и выбрать „Other Types”, в списке „Material Type” можно найти пять вариантов гиперупругого материала: от 501.. до 505 и еще 507 (подробнее – в „Help”, а именно в разделе FEMAP→Commands→4. Finite Element Modeling→4.2 Creating Finite Elements Entities→4.2.3 Model, Material→4.2.3.6 Other Types...), причем эти модели можно применять лишь для типов задач 601 и 701 (см. табл.4.2).

Есть еще один вариант. С помощью функции типа 4..vs. Stress можно задать зависимости напряжений от деформаций: **Simple Ten/Comp** (простое растяжение/сжатие), **Equibiaxial Tension** (двухосное растяжение), **Simple Shear** (простой сдвиг), **Pure Shear** (чистый сдвиг), **Pure Vol Compression** (чистое объемное сжатие).

Если ожидаются значительные и очень значительные перемещения и деформации, то при приложении силовых нагрузок в соответствующих местах необходимо задать их зависимыми от смещения точки приложения (см. пп.6.1.3.5).


При создании задания, на диалоговой панели „Analysis Set Manager” (вызывается командой Model→Analysis...) инициируется кнопка „New...”, на панели „Analysis Set” выбирается в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) значение „10..Nonlinear Static” (нелинейная статика) или „22..Advanced Nonlinear Static” (нелинейная статика, „передовой” анализ – см. п.6.3.8).

При этом рекомендуют выбирать итерационный метод решения системы алгебраических уравнений (установить в поле „Iterative Solver” на диалоговой панели „NASTRAN Executive and Solutions Options”, см. рис.4.15-а).

6.3.4 Краевые задачи упруго-пластичности

От формулирования задачи нелинейной упругости для изотропного материала различается заданием на диалоговой панели „Define Material – ISOTROPIC”, на вкладке „Nonlinear” (см. рис.3.3-а) в секции „Nonlinearity Type” свойства материала как нелинейного с *пластическими* деформациями: „Elasto-Plastic (Bi-linear)” или „Plastic”, см. подраздел 3.1.

Здесь напомним, что нужно выбрать критерий текучести материала (из списка „Yield Criterion”), обязательно задать величину предела текучести материала (**Initial Yield Stress**)

для критериев текучести „0..fon Mises” и „1..Tresca”; или значения „2* Cohesion” (удвоенное значение коэффициента сцепления) и „Friction Angle” (угол внутреннего трения) для критериев текучести „2..Mohr-Coulomb” и „3..Drucker-Prager” (для материалов типа грунтов). Также нужно внести модуль линейного упрочнения (**Plasticity Modulus, H**) для упруго-пластического материала с кусочно-линейной аппроксимацией (**Elasto-Plastic, Bi-Linear**) или (для случая „Plastic”) выбрать в поле „Function Dependence” функцию нелинейной зависимости напряжения от деформации (типа **4..vs. Stress**) – диаграмму деформирования материала (заранее созданную, или с помощью кнопки ). В поле „Hardening Rule” нужно выбрать модель упрочнения материала; „0..Isotropic”, „1..Kinematic” или „2..Isotropic+Kinematic”. Кнопка „Extended Material Model...” предназначена для учета влияния температуры или скорости деформирования или обоих факторов одновременно на границу текучести (подключением функции **2..vs. Temperature** и/или **9..vs. Strain Rate**) для критерия текучести „0..fon Mises”, а также вызывает диалоговую панель „Extended Drucker-Prager Material” (см. рис.6.12-б).

Внимание: при решении задач с грунтами желательно учитывать гравитационное тяготение (задавать в виде ускорения свободного падения, которое действует во всем объеме, см. рис.6.7).

В SPLMS.Fv10.2.0 в случае подключения к заданию произвольного количества наборов закреплений и нагрузок („MultiSet...”) все такие комбинации прикладываются к телу *последовательно*, причем значения из предыдущего решения считаются начальными для следующих решений.

Поэтому, если нужно решить краевую задачу упруго-пластичности с условиями полной или частичной разгрузки после активной упруго-пластической нагрузки, то нужно создать необходимое количество наборов нагрузок, последнее из которых задает условия разгрузки, причем для набора с условиями разгрузки тоже необходимо установить опции нелинейной задачи (командой **Model→Load→Nonlinear Analysis...**). Потом при создании задания для расчета нужно подключить к заданию все эти наборы нагрузок: на панели „Analysis Set Manager” применить кнопку „MultiSet...”, потом последовательно выбрать наборы: один или больше – закреплений (**Constraint**) и все – нагрузок.

Можно решать задачу при малых или значительных (установлена опция „LGDISP” на панели „NASTRAN Bulk Data Options”, см. рис.4.15-б) смещениях (геометрическая нелинейность). Напомним, что при учете геометрической нелинейности еще можно применять опции „LNGLE” и „LGSTRN” (см. п.4.2.6).

При создании задания, на диалоговой панели „Analysis Set Manager” (вызывается командой **Model→Analysis...**) инициируется кнопка „New...”, на панели „Analysis Set” выбирается в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) значение „10..Nonlinear Static” (нелинейная статика) или „22..Advanced Nonlinear Static” (нелинейная статика, „передовой” анализ – см. п.6.3.8).

6.3.5 Краевые задачи ползучести

Эти задачи – эволюционные, когда деформации в теле (и напряжения) зависят от времени.

От формулирования задачи нелинейной упругости отличается:

- заданием на вкладке „Creep” (см. рис.3.3-б) диалоговой панели „Define Material – ISOTROPIC” одного из трех вариантов описания свойств материала при ползучести (см. подраздел 3.1);
- созданием двух идентичных наборов нагрузки (создать один набор, командой **Model→Load→Copy...** сделать его копию);
- для первого набора нагрузки (назначить активным с помощью команды **Model→Load→Create/Manage Set...**) заданием на диалоговой панели „Load Set Options for Nonlinear Analysis” (вызывается командой **Model→Load→Nonlinear Analysis...**) варианта „Static” и значений в активных полях и хотя бы в одном поле „Convergence Tolerances”;

- для второго набора нагрузки (назначить активным) заданием на той же диалоговой панели варианта „Creep”, аналогичных значений в активных полях и дополнительно количество временных шагов „Number of Time Steps” и размер временного шага в поле „Time Increment”. **Внимание:** полное время моделирования тела в условиях ползучести будет определяться результатом перемножения величин полей „Number of Time Steps” и „Time Increment”. Поскольку в программе применяется алгоритм автоматической коррекции временного шага (в сторону уменьшения, когда это нужно из условий устойчивости решения и согласованности пространственно-временной сетки), то результаты расчетов обычно имеют большее количество таблиц, чем это задается в поле „Number of Time Steps”.

Внимание: все другие данные этих двух наборов нагружения должны быть идентичными.

Согласно заданию, сначала будет решена обычная краевая задача о статическом нагружении, а потом – задача ползучести, с учетом достигнутого (в первой задаче) уровня напряжений.

При создании задания на диалоговой панели „Analysis Set Manager” (вызывается командой **Model→Analysis...**) инициируется кнопка „New...”, на панели „Analysis Set” выбирается в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) значение „10..Nonlinear Static” (нелинейная статика) или „22..Advanced Nonlinear Static” (нелинейная статика, „передовой” анализ – см. п.6.3.8).

6.3.6 Краевые задачи об упругой устойчивости тел

Прежде чем моделировать такую задачу, целесообразно ознакомиться с изложенными в п.П5.2.7 Приложения 5 сведениями. Во всяком случае, нужно иметь в виду, что считается, что формы потери устойчивости – именно такие, как и собственные формы колебаний (подход Эйлера). Поэтому алгоритм будет находить одну или несколько собственных частот и форм колебаний, а это требует много действий.

Все типы КЭ могут применяться, но есть такие ограничения:

- материал – только линейно-упругий;
- чтобы иметь удовлетворительную точность, КЭ типа **CURVED BEAM** не должны перекрывать дугу круга большую, чем 15 градусов.

Внимание: необходимо учитывать, что

- осесимметричные КЭ моделируют только осесимметричные составляющие критической нагрузки и формы потери устойчивости, которые обычно не являются самыми низкими;
- двумерные КЭ (ПНС и ПДС) моделируют только двумерные составляющие критической продольной нагрузки и формы потери устойчивости, которые также обычно не являются самыми низкими.

От моделирования задач линейной упругости отличаются тем, что:

- свойства материала должны иметь, кроме модулей упругости, еще одну характеристику: плотность (**Mass Density**, см., например, рис.3.2-а);
- при создании задания для расчета (дается команда **Model→Analysis...**, на диалоговой панели „Analysis Set Manager” инициируется кнопка „New...”), на панели „Analysis Set” выбирается в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) значение „7..Buckling” (устойчивость);
- в разделе „Options” панели „Analysis Set Manager” появятся два подраздела: „Modal/Buckling” и „Modal XYPlot”, настраиваемые с помощью диалоговых панелей „NASTRAN Bulking Analysis” и „NASTRAN XY Output for Modal Analysis” соответственно (см. рис.6.13);
- на диалоговой панели „NASTRAN Bulking Analysis” (см. рис.6.13-а) в секции „Real Solution Methods” нужно выбрать один из методов (**Lanczos**, **Inverse Power** или **Inverse Power/Sturm**) для нахождения нескольких собственных частот (форм потери устойчивости), количество которых устанавливается в поле „Number Desired” секции „Eigenvalues and Eigenvectors”. В секции „Range of Interest” в полях „From” и „To” можно указать диапазон

собственных частот, который интересует пользователя. Еще можно изменить способ собирания матрицы масс (**Default**, **Lumped** (распределенная) или **Coupled** (конденсированная));

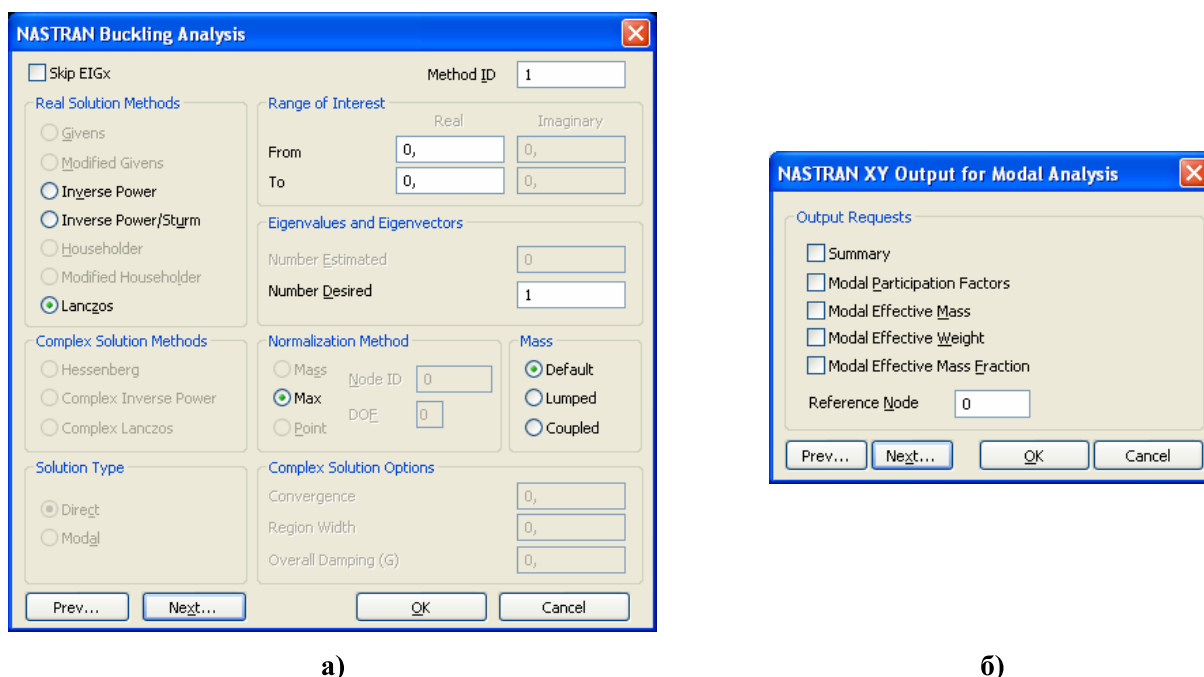


Рис.6.13. Диалоговые панели для настраивания: а) – анализа потери устойчивости; б) – вывода информации во вспомогательный файл *.f06

- на диалоговой панели „NASTRAN XY Output for Modal Analysis” (см. рис.6.13-б) в секции „Output Request” можно инициировать опции „Summary”, „Modal Participation”, „Modal Effective Mass”, „Modal Effective Weight” и „Modal Effective Mass Fraction”, указывающие, какие сведения выводить во вспомогательный файл *.f06. Если в поле „Reference Node” указать номер узла, существующего в модели, то сведения будут выводиться в системе координат этого узла (иначе – в декартовой системе);

- среди результатов расчета есть один набор результатов статического расчета с названием „NX NASTRAN Case 1” и столько наборов результатов расчетов на устойчивость, сколько задано в параметре „Number Desired” или соответствуют указанному диапазону собственных частот. Их названия начинаются со слова **Eigenvalue**, потом – номер критического состояния, потом – значение параметра β , например, „3..Eigenvalue 2 1.917812”. Критическая нагрузка равна приложенной, умноженной на β . Поэтому, если некоторые значения $|\beta|$ меньше единицы, то это означает, что заданная для тела нагрузка превышает соответствующие критические нагрузки.

Результаты расчетов целесообразно просматривать в режиме „Deformed View” (просмотреть формы потери устойчивости).

Примечание 6.7. После проведения такого расчета часто возникает желание получить более подробную информацию о поведении тела после потери устойчивости. Ее можно получить, если провести расчет тела в варианте *нелинейного* статического анализа (см. п.6.3.2) с нагрузкой, которая *немного* превышает критическую. Материал можно задать как линейно-упругий, нелинейно-упругий или упруго-пластичный. При этом довольно часто необходимо дополнительно ввести хотя бы незначительную возмущающую силу, или незначительный дефект геометрии тела, чтобы вызвать потерю устойчивости тела (обычно при несколько низших уровнях нагрузки, чем в идеальных условиях, т.е. будет смоделирована более реалистичная ситуация). Это нужно делать тогда, когда нелинейный анализ не выявил потерю устойчивости конструкции. Если предполагается, что геометрия тела в процессе нелинейного статического анализа может резко измениться (например, в задаче об „процелкивании”, являющейся разновидностью задач о потере устойчивости тела, см. п.П5.2.7 Приложения 5), то

в секции „**Stiffness Updates**” (см. рис.6.11-а) необходимо выбрать метод **2..ITER** и в поле „**Iteration Before Update**” ввести число **1**, т.е. потребовать обновления матрицы жесткости САУ после каждой итерации. Результаты нелинейного статического анализа целесообразно просматривать в виде кривых зависимости выбранной функции (перемещения, напряжения, ...) в узле (или КЭ) от внутреннего параметра **Time** (траектория перемещений узла, история изменения напряжений в узле, ...).

Примечание 6.8. Если при формулировании задания ввести значение параметра **BUCKLE=2** (т.е. **PARAM,BUCKLE,2**, см. п.4.3.2), то будет проведен *нелинейный* анализ об устойчивости тела с применением любого метода решения нелинейной САУ (не только **2..ITER**).

Внимание: краевые задачи об упругой устойчивости тел имеют значительную специфику, поэтому при их моделировании нужно четко представлять себе, какие граничные условия прикладывать, а также проводить тщательную проверку и осмысление полученных результатов.

6.3.7 Краевые задачи об оптимизации конструкции

В NX Nastran реализован итерационный алгоритм, в котором подбирается один из указанных параметров КЭ типа **ROD**, **BAR** или **PLATE** таким образом, чтобы минимизировалась целевая функция. В NX Nastran 7.1 есть лишь одна целевая функция: **Minimize Weight**, т.е. минимальный вес тела.

Если в оптимизации участвуют не все КЭ, то сначала нужно для таких КЭ назначить новое „**Property**”, но с теми же значениями (создать новое „**Property**” с помощью кнопки „**Copy...**”, после команды **Modify→Update Elements→Property ID** выбрать КЭ и назначить им новое „**Property**”).

Потом – проверить (или назначить) в секции „**Limit Stress**” диалоговой панели для задания свойств материала (команда **Model→Material...** или **Modify→Edit→Material...**) предельные напряжения при растяжении (**Tension**), сжатии (**Compression**) и сдвиге (**Shear**).

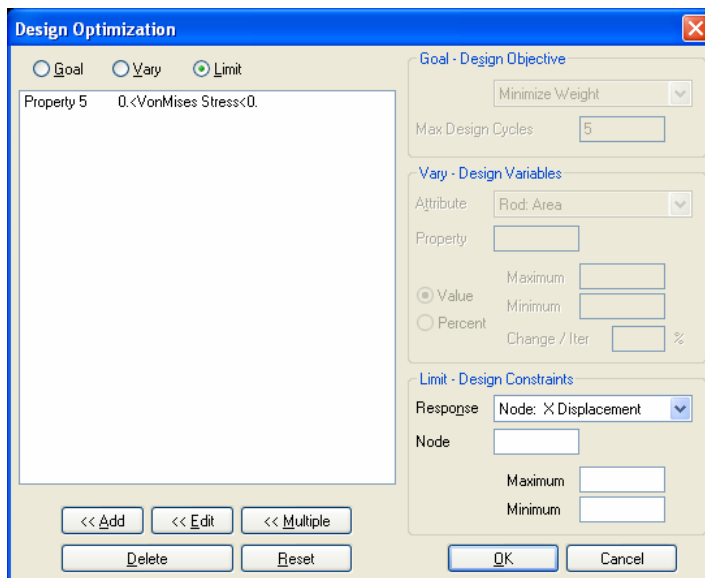


Рис.6.14. Диалоговая панель для введения параметров оптимизации

– **Thickness**, т.е. толщина (о параметрах см. табл.3.2). Также указывается **ID** (номер) того „**Property**”, которое имеют КЭ, принимающие участие в процессе оптимизации; границы изменения размеров (**Maximum** и **Minimum**), причем можно применять конкретные значения (**Value**) или проценты отклонения от исходного значения (**Percent**); шаг изменения в итерациях (**Change/Iter**), причем нулевое значение указывает на автоматический выбор этого шага программой. Когда все назначения для выбранного **ID „Property”** сделаны, нужно добавить

Следующее действие: командой **Model→Optimization...** вызвать диалоговую панель „**Design Optimization**” (см. рис.6.14). Назначения ведутся последовательно в трех секциях. В секции „**Goal – Design Objective**” (радиокнопка „**Goal**” – цель) выбирается целевая функция и указывается ограничение в количестве итераций (**Max Design Cycles**).

В секции „**Vary – Design Variables**” (переменные проекта, радиокнопка „**Vary**”) выбирается геометрический параметр КЭ, за счет изменения которого будет проводиться оптимизация: для КЭ типа **ROD** – **Area**, **Torsion Constant**; для **BAR** – **Area**, **I1**, **I2** (главные моменты инерции), **Torsion Constant**; для **PLATE**

их в список кнопкой „<<Add”. Для редактирования этого списка есть кнопки „Delete” и „Reset”, а для внесения изменений в ранее созданные данные – кнопка „<<Edit”. Кнопка „<<Multiple” позволяет *одновременно* выбрать несколько „Property”, которые появятся в списке с одинаковыми параметрами оптимизации, после чего эти параметры можно редактировать и вносить изменения с помощью кнопки „<<Edit”.

В секции „Limit – Design Constraints” (радиокнопка **Limit**) для каждого „Property” со списка „Response” выбирается характеристика напряженно-деформированного состояния (функция), на основе которой будет проводиться оптимизация, указываются максимальные и минимальные (**Maximum, Minimum**) ее значения, что допускаются (незаполненное значение равняется нулю). Доступные те же кнопки с теми же функциями.

При создании задания для расчета (дается команда **Model→Analysis...**, на диалоговой панели „Analysis Set Manager” инициируется кнопка „New...”), на панели „Analysis Set” выбирается в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) значение „8..Design Optimization” (оптимальное проектирование). Если для задачи было сформировано несколько наборов нагрузок или закреплений, то будет активной кнопка „MultiSet...” – для создания многовариантного задания для проведения оптимизации.

Новые значения параметров КЭ, за счет изменения которых была проведена оптимизация, помещаются в таблицу результатов расчетов. В частности, для КЭ типа **PLATE** это будет таблица „...Plate Top Fiber” (верхний слой пластины, т.е. половина ее толщины). Информация о том, как изменялись этот и некоторые другие параметры в итерациях, помещается в таблицы, которые можно просмотреть в виде функции: команда **View→Select**, радиокнопка „XY of Function”, кнопка „Model Data...”, список „Select” в секции „Function”, функции „1..Design Objective” (масса), „2..Max Value of Constraint” (максимальная реакция связей), „3..Prop 1: Thickness” (толщина для „Property 1”), „3..Prop1: Rod Area” (площадь сечения стержня) или другие подобные (зависят от типа КЭ и условий оптимизации). Минимизированные значения автоматически округляются к значениям из стандартного ряда размеров.

После соответствующего изменения размеров КЭ в „Property” целесообразно провести обычный (статический) расчет для обновленной геометрии тела.

6.4 Применение модифицированного подхода Лагранжа для решения краевых задач со всеми видами нелинейности

Будем считать, что при создании задания на решение краевой задачи на диалоговой панели „Analysis Set Manager” (вызывается командой **Model→Analysis...**) была инициирована кнопка „New...”, на панели „Analysis Set” – в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) выбрано вместо „10..Nonlinear Static” значение „22..Advanced Nonlinear Static”.

Отметим, что в варианте „10..Nonlinear Static” применяется полная формулировка Лагранжа (**Total Lagrange – TL**), а в „22..Advanced Nonlinear Static” – модифицированная формулировка Лагранжа (**Update Lagrange – UL**).

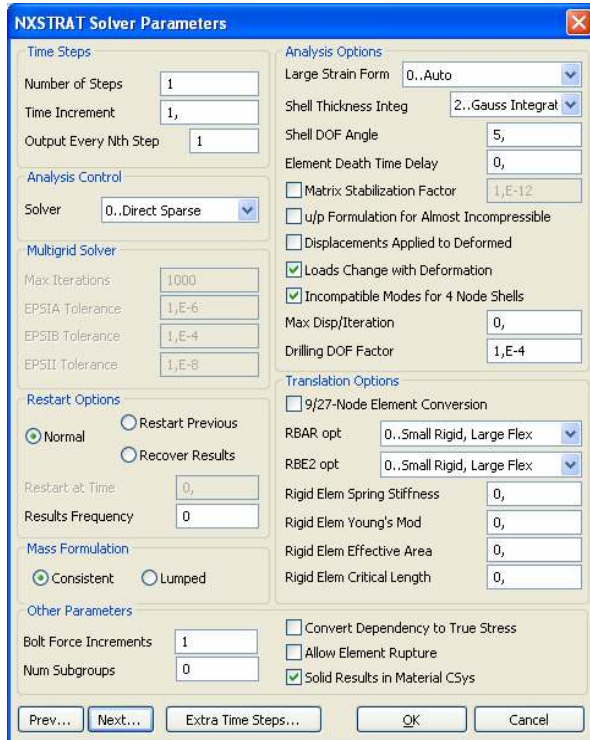
Последний (т.е. **UL**), относительно новый вариант анализа, реализовано в FEMAP 10.2 лишь для **SPLMS.Fv10.2.0**, хотя имеются программы, в которых тоже реализована **UL**-формулировка, например, ANSYS, LS-DYNA3D, MARC и т.п., и с которыми FEMAP 10.2 имеет интерфейс. Если быть совсем точным, то типы задач „22..”, „23..” и „24..” предназначены для встроеного в **SPLMS.Fv10.2.0** решателя под названием **ADINA**, о чем в процессе решения в файлах диагностики появятся соответствующие сведения. **Внимание:** в этих вариантах могут применяться не все типы КЭ и материалов, а только в соответствии с таблицей 4.3.

В разделе „Options” задания на счет появляется подраздел „Advanced Nonlinear Solver”, который настраивается с помощью диалоговой панели „NXSTRAT Solver Parameters” (см. рис.6.15-а).

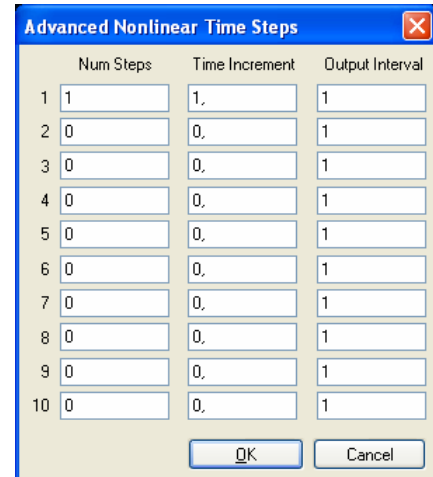
6.4.1 Опции диалоговой панели „NXSTRAT Solver Parameters”

В секции „Time Steps” (временные шаги) вводятся:

- „Number of Steps” (количество временных шагов);
- „Time Increment” (временной шаг);
- „Output Every Nth Step” (выводить результаты на каждом N–м шаге).



а)



б)

Рис.6.15. Диалоговые панели для настраивания:
а) – параметров анализатора; б) – временных шагов

Кнопкой „Extra Time Steps” (внизу панели) можно вызвать панель „Advanced Nonlinear Time Steps” (см. рис.6.15-б), на которой можно указать до десяти конкретных значений для временных шагов и времен вывода результатов.

В секции „Analysis Control” можно изменить метод решения системы алгебраических уравнений на: „0..Direct Sparse” (прямой, разреженная матрица – по умолчанию), „1..Multigrid” (многосеточный) или „2..3-D Iterative” (итерационный трехмерный). Если выбран вариант „1..Multigrid”, то становятся активными опции секции „Multigrid Solver”, а именно: „Max Iterations” (максимальное количество итераций); „EPSIA Tolerance”, „EPSIB Tolerance” и „EPSII Tolerance” (точности сходимости).

В секции „Restart Options” (опции рестарта) можно активировать опцию „Restart Previous Analysis” (перезапустить предыдущий анализ) и задать время рестарта в поле „Restart at Time” (должен равняться времени завершения предыдущего решения или 0.0, тогда для рестарта будет использоваться последнее решение). Значение в поле „Results Frequency” указывает, как часто сохранять/прикладывать результаты для рестарта. Если задать 0, то это то же самое, как и 1; если задать <0, то результат будет прикладываться.

В секции „Mass Formulation” можно выбрать тип матрицы масс, которая будет использоваться в динамическом анализе: „Consistent” (распределенная) или „Lumped” (конденсированная).

Секция „Other Parameters” имеет такие опции:

- „Bolt Force Increments” – за какое число шагов применить полную величину предварительной затяжки болта (бывает полезно для сходимости);
- „Num Subgroups” – сколько групп КЭ с одинаковыми „Property” создано для более эффективной обработки (имеет смысл, если количество КЭ в группах превышает 1000);
- „Convert Dependency to True Stress” – пересчитать напряжения и деформации от технических к истинным;

- „**Solid Results in Material CSys**” – для КЭ типа **Solid** результаты будут выводиться в системе координат материала (иначе – в той системе координат, в которой описан КЭ);
 - „**Allow Element Rupture**” – позволить разрыв КЭ.
Секция „**Analysis Options**” имеет набор таких опций:
 - „**Large Strain Form**” (формы больших деформаций): „**0..Auto**” (автовыбор), „**1..Updated Lagrangian-Jauman**” (UL с напряжениями Яумана), „**2..Updated Lagrangian-Hencky**” (UL с деформациями Генки);
 - „**Shell Thickness Integ**” (можно выбрать схему интегрирования в КЭ типа **Shell** в **t**-направлении; по умолчанию – схема Гаусса с 2-мя точками для интегрирования);
 - „**Shell DOF Angle**” (5 или 6 степеней свободы назначать для узлов срединной поверхности оболочечного КЭ);
 - „**Element Death Time Delay**” (время „умирания” КЭ с очень искривленной вследствие деформирования геометрией (вместо мгновенного удаления таких КЭ из матрицы жесткости системы): это часто позволяет улучшить сходимость в получении результатов анализа);
 - „**Matrix Stabilization Factor**” (использовать ли стабилизационный фактор для матрицы жесткости системы, его размер);
 - „**u/p Formulation for Almost Incompressible**” (использовать **u/p** формулирование для КЭ с материалами, коэффициент Пуассона которых ≥ 0.48 (всегда используется для КЭ с гиперупругим материалом));
 - „**Displacements Applied to Deformed**” (применять заданные перемещения к начальной или деформированной (инициировать опцию) конфигурации);
 - „**Loads Change with Deformation**” (заданные давление и инерционные силы зависят от деформаций тела – при установленной опции **LGDISP**, см. п.4.2.6);
 - „**Incompatible Modes for 4 Node Shell**” (использовать несовместимые режимы для 4-х узлового оболочечного КЭ) – для **SOL 601** и **SOL 701**;
 - „**Max Disp/Iteration**” (максимальное ограничение на перемещение любого узла модели (0.0 – отсутствие ограничения). Особо полезно для контактных задач);
 - „**Drilling DOF Factor**” (для узлов оболочки с нулевой жесткостью вращения. В пределах от 0 до 1. По умолчанию $1.0 \cdot 10^{-4}$).
- В секции „**Translation Options**” (опции преобразований) есть такие опции:
- „**9/27-Node Element Conversion**”. При установлении проводится преобразование КЭ: двумерные с 3-мя ребрами и 6-ю узлами – в 7-ми узловые; с 4-мя ребрами и 8-ю узлами – в 9-ти узловые; трехмерные КЭ с 10 узлами – в 11-ти узловые, с 20 узлами – в 27-ми узловые;
 - „**RBAR Opt**” и „**RBE2 Opt**” (опции для КЭ FEMAP типа **Rigid**) со списками: „**0..Small Rigid, Large Flex**” – малые смещения, большой изгиб; „**1..Rigid**” – жесткая связь; „**2..Flexible**” – гибкий КЭ (**Spring** или **Beam**); „**3..Use Springs**” – КЭ типа **Spring**;
 - „**Rigid Elem Spring Stiffness**” – жесткость КЭ, что моделируют КЭ **RBAR** и **RBE2** (см. выше). Если оставить значение 0.0, то NX Nastran назначит значение жесткости как результат перемножения максимального значения модуля Юнга модели на наибольший размер модели. Если в модели нет материалов, то будут назначены значения 10^{12} ;
 - „**Rigid Elem Young's Mod**” – модуль Юнга материала КЭ, что моделируют КЭ **RBAR** и **RBE2** (см. выше). Если оставить значение 0.0, то NX Nastran назначит значение как 100 максимальных значений модуля Юнга модели. Если в модели нет материалов, то будут назначены значения 10^{12} ;
 - „**Rigid Elem Effective Area**” – площадь круглого поперечного сечения КЭ, что моделируют КЭ **RBAR** и **RBE2** (см. выше). Если оставить значение 0.0, то NX Nastran назначит значение как 0.01 от наибольшего размера модели;
 - „**Rigid Elem Critical Length**” – критическая длина КЭ, что моделируют КЭ **RBAR** и **RBE2** (см. выше) в случае выбора „**1..Rigid**” или „**2..Flexible**”. Если оставить значение 0.0, то

NX Nastran назначит значение как 10^{-6} максимального размера модели в случае „1..Rigid” и как 10^{-3} максимального размера модели в случае „2..Flexible”.

6.4.2 Опции диалоговой панели „NXSTRAT Iteration and Convergence Parameters”

Еще в разделе „Options” появляется подраздел „Advanced Nonlinear Iteration/Convergence”, который настраивается с помощью диалоговой панели „NXSTRAT Iteration and Convergence Parameters” (параметры и сходимости NXSTRAT, см. рис.6.16).

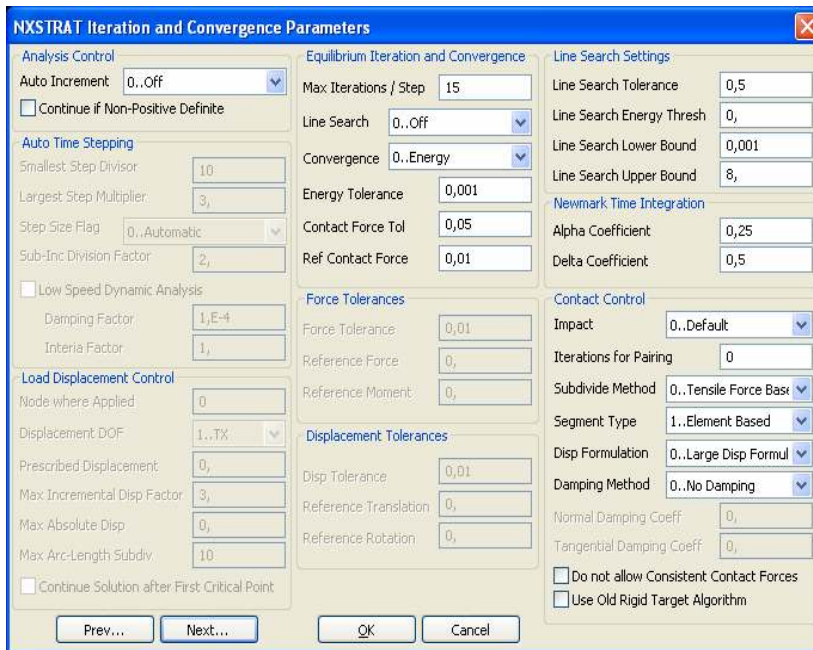


Рис.6.16. Диалоговая панель для настраивания параметров итераций и сходимости

„3..Total Load, Stabilize” (схема TLAS – дополнительно к схеме TLA применена стабилизация (см. „Help”)).

Также можно установить опцию „Continue of Non-Positive Definite” – продолжать в случае не позитивности матрицы жесткости (это возможно при больших искривлениях КЭ). **Внимание:** если в поле „Auto Increment” установлено „1..On” или „2..Load-Displacement”, то для контактной задачи это то же самое, что эта опция („Continue of Non-Positive Definite”) установлена.

В случае выбора в секции „Analysis Control” из списка „Auto Increment” варианта „1..On” и других становится активной секция „Auto Time Stepping”. Она имеет такие опции:

- „Smallest Step Divisor” – наименьший делитель шага, нужно задавать >1 . Схема ATS не сможет применять шаги нагрузки, меньшие, чем величина, заданная в поле „Time Increment” (см. рис.6.15-а), разделенная на значение „Smallest Step Divisor”;
- „Largest Step Multiplier” – наибольший множитель шага, нужно задавать >1 . Это антипод предыдущего значения;
- „Step Size Flag” – флаг размера шага: „0..Automatic” (назначается автоматически); „1..Match Convergence” (использовать тот размер шага, что привел к сходимости); „2..Original” (возвращаться к первоначальному шагу); „3..Match Solution Time” (назначать размеры шагов в соответствии со временем решения);
- „Sub-Inc Division Factor” – фактор изменения шага (если сходимость не достигнута, то шаг делится на указанное значение этого фактора);
- „Low Speed Dyn Damp Factor” – указывает, выполнять ли медленный динамический анализ вместо статического, а также значения фактора динамического демпфирования и инерционного фактора (Inertia Factor);

В секции „Analysis Control” из списка „Auto Increment” (автоприращение) выбирается: „0..Off” (отключено); „1..On” (включена схема автоматического приращения – ATS); „2..Load-Displacement” (включена схема автоматического приращения с контролем усилия-перемещения – схема LDC); „3..Total Load” (схема TLA – проводить 50 временных шагов с приращением 0,2, максимум 30 итераций, наименьший делитель шага =64, включен режим линейного поиска (Line Search), установлен параметр MAXSDISP = 0.05*(максимальную раз-

При выборе в секции „**Analysis Control**” из списка „**Auto Increment**” варианта „**2..Load-Displacement**” становится активной секция „**Load-Displacement Control**”. Она имеет такие опции:

- „**Node where Applied**” – номер узла, в котором для первого шага решения задачи заданы смещения;
- „**Displacement DOF**” – из списка выбирается степень свободы узла (см. предыдущую опцию): „**1..TX**”, „**2..TY**”, „**3..TZ**”, „**4..RX**”, „**5..RY**” или „**6..RZ**”;
- „**Prescribed Displacement**” – величина смещения (см. две предыдущие опции);
- „**Max Incremental Disp Factor**” – максимально допустимое увеличение смещения (см. предыдущую опцию) в процессе получения решения;
- „**Max Absolute Disp**” – максимальное значение смещения (см. предыдущие опции), при достижении которого процесс получения решения будет остановлен;
- „**Max Arc-Length Subdiv**” – максимально допустимое количество секторов дуги при применении метода **Arc-Length** для выбора шага нагрузки (целое значение >1);
- „**Continue Solution after First Critical Point**” – продолжать процесс получения решения задачи и после достижения *первой* критической точки равновесия.

В секции „**Equilibrium Iteration and Convergence**” (управление итерациями и сходимостью) есть такие опции:

- „**Max Iterations / Step**” – максимальное количество итераций в пределах временного шага (целое число между 1 и 999). Если это количество будет достигнуто, но сходимости – нет, при выборе в секции „**Analysis Control**” из списка „**Auto Increment**” варианта „**0..Off**” процесс поиска решения будет остановлен;
- „**Line Search**” – линейный поиск. Есть варианты: „**0..Off**” (отключен); „**1..On**” (включен);
- „**Convergence**” – назначение критерия сходимости: „**0..Energy**” (энергия); „**1..Energy and Force**” (энергия и силы); „**2..Energy and Displacement**” (энергия и перемещения); „**3..Force**” (силы); „**4..Displacement**” (перемещения). В зависимости от выбранного варианта будут активны поля для введения соответствующих значений погрешностей (**Tolerance**) и номинальных значений для сравнения (**Reference**): „**Energy Tolerance**” (по энергии), секции „**Force Tolerance**” („**Force Tolerance**” (по силе), „**Reference Force**” (сила) и „**Reference Moment**” (момент)), секции „**Displacement Tolerance**” („**Disp Tolerance**” (по перемещениям), „**Reference Translation**” (перемещение) и „**Reference Rotation**” (поворот)).

Для контактной задачи есть аналогичные поля „**Contact Force Tol**” и „**Ref Contact Force**”.

В секции „**Line Search Settings**” (параметры линейного поиска) есть опции:

- „**Line Search Tolerance**” – точность линейного поиска (по умолчанию = 0.5);
- „**Line Search Energy Thresh**” – порог энергии линейного поиска;
- „**Line Search Lower Bound**” и „**Line Search Upper Bound**” – нижняя (между 0 и 1, по умолчанию 0.001) и верхняя (больше или равно 1, по умолчанию =1 для контактного анализа и =8 для других случаев) границы для метода „**Line Search**”.

В секции „**Newmark Time Integration**” (интегрирование во времени по методу Ньюмарка) есть опции:

- „**Alpha Coefficient**” – коэффициент α . В методе Ньюмарка $\alpha \geq 0.25$;
- „**Delta Coefficient**” – коэффициент δ . В методе Ньюмарка $\delta \geq 0.5$.

В секции „**Contact Control**” (контроль контакта) есть опции:

- „**Impact**” – влияние. Выбирается один из вариантов: „**0..Default**” (без влияний); „**1..Adjust Vel/Accel**” (применить пост-влияние регулирования скоростей/ускорений); „**2..Mod Newmark Param**” (использовать измененные параметры метода Ньюмарка);
- „**Iterations for Pairing**” – количество итераций для соединения контактного узла с сегментом. Может помочь в сходимости контактного алгоритма, можно задавать значения от

0 до 99. После исчерпания указанного количества итераций все установленные связи уже не будут пересматриваться (станут „замороженными”);

- „**Subdivide Method**” – метод определения. Выбирается один из вариантов: „**0..Tensile Force Based**” (шаг тем меньше, чем больше контактные силы растяжения); „**1..Time Step Based**” (шаг выбирается по схеме автоматического приращения – **ATS**);

- „**Segment Type**” – тип контактного сегмента. Выбирается один из вариантов: „**0..Linear Contact**” (старый); „**1..Element Based**” (более новый, что разработан для NX Nastran 4.1. Рекомендуется в первую очередь для тетраэдрического КЭ 2-го порядка аппроксимации, с 10 узлами). По умолчанию используется „**1..Element Based**”, но только лишь при установлении на вкладке „**NX Adv Nonlin**” диалоговой панели „**Define Connection Property**” в поле „**Contact Type**” значения „**0..Constraint Function**” (см. пп.8.2.3.2);

- „**Disp Formulation**” – формулирование перемещений. Выбирается один из вариантов: „**0..Large Disp Formulation**” или „**2..Large Disp Formulation**” (большие, когда условия контакта изменяются), „**1..Small Disp Formulation**” (малые, когда условия контакта фиксированы. **Внимание:** поиск зоны контакта проводится *только один раз*);

- „**Damping Method**” – метод демпфирования, для ускорения стабилизации зон контакта; рекомендуется применять особенно при наличии жесткого смещения контактирующих тел. Выбирается один из вариантов: „**0..No Damping**” (нет); „**1..1st Step Damping**” (демпфирование только на первом шаге контактного алгоритма) или „**2..All Step Damping**” (на всех шагах контактного алгоритма). Для второго и третьего вариантов необходимо ввести коэффициенты демпфирования: „**Normal Damping Coeff**” (нормальный) и „**Tangential Damping**” (тангенциальный);

- „**Do not Allow Consistent Contact Forces**” – не позволять противоречивые контактные усилия на квадратичных контактных сегментах;

- „**Use Old Rigid Target Algorithm**” – использовать старый алгоритм „**Rigid Target**”.

Раздел 7

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ. ДИНАМИКА

Основные теоретические сведения о динамических краевых задачах про НДС тел приведены в Приложении 7.

7.1 Общие сведения относительно моделирования динамических краевых задач

В среде NX Nastran матрицы основного уравнения динамического процесса (П7.11) формируются с использованием таких данных:

- матрица жесткости тела $[K]$ – об упругих характеристиках материала (как и в статическом анализе);
- матрица масс $[M]$ – о массе материала (через плотность материала „**Mass Density**”); о неконструктивной (дополнительную) массе КЭ „**Nonstructural Mass**” (см. Раздел 3.2); о сосредоточенной массе КЭ типа **MASS** и **MASS MATRIX** (см. разделы П3.4.1 и П3.4.2 Приложения 3);
- матрица вязкого демпфирования $[C]$ – о коэффициенте конструкционного демпфирования материала „**Damping**” $G = 2C/C_o$ (см. Раздел 3.1), который определяется при резонансной частоте (здесь C – коэффициент эквивалентного вязкого демпфирования материала); об общем коэффициенте демпфирования КЭ (типов **SPRING**, **DOF SPRING** и **LAMINATE**); об общем коэффициенте конструкционного демпфирования тела G .

Демпфирование есть смысл учитывать не всегда, а при:

- колебаниях тел при частотах вынуждающих сил, приближающихся к резонансным;
- при моделировании переходных процессов колебаний тел, которые длятся значительно дольше, чем период колебаний тела.

7.2 Задание общих параметров динамических расчетов

Поскольку для разных динамических задач могут использоваться одинаковые диалоговые панели и назначения на них, то такие специфические сведения изложены в этом разделе.

Только для динамических расчетов всем типам факторов, что задаются на диалоговой панели „**Create Loads on ...**” (см. рис.4.3-а) как граничные условия, можно назначить такую дополнительную характеристику, как *фазу* колебаний. Фазу можно задавать или как постоянное значение, или как зависимое от функции типа **1..vs. Time** или **3..vs. Frequency**.


Внимание: если в одной степени свободы узла (**DOF**) будут назначены несколько ГУ, зависящих от функций типа **1..vs. Time**, **2..vs. Temperature** или **3..vs. Frequency**, с *несогласованными* характеристиками, то при преобразовании ГУ к элементам конечно-элементной сетки (КЭС) (см. Раздел 4.1.4.6) или при запуске процесса решения задачи появится сообщение с просьбой согласовать ГУ. Если от этого отказаться, можно получить такие варианты реагирования FEMAP и Nastran: игнорирование некоторых назначений или фатальную ошибку, т.е. неудовлетворительный результат.

7.2.1 Диалоговая панель „Load Set Options for Dynamic Analysis”

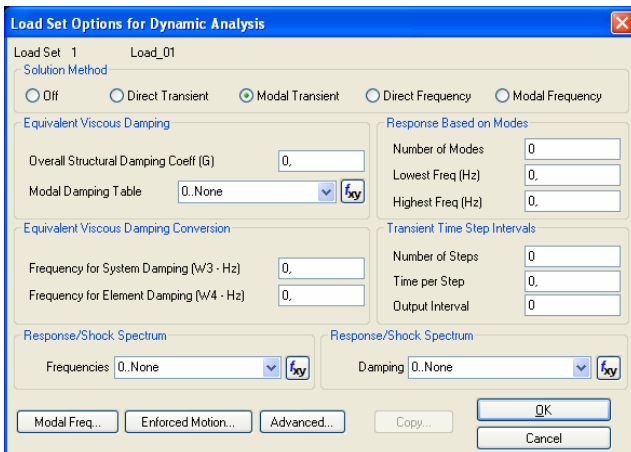
Для всех типов динамических задач нужно командой **Model→Load→Dynamic Analysis...** вызвать диалоговую панель „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см. рис.7.1-а).

В секциях этой панели указывается:

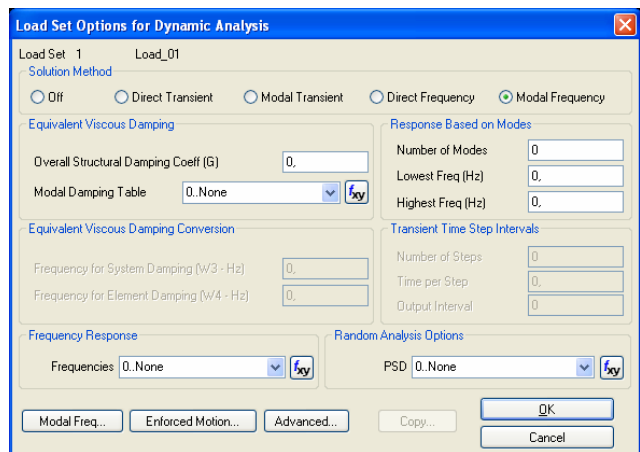
- в „**Solution Method**” – метод решения задачи: прямой (**Direct Transient**) или модальный (**Modal Transient**) переходной (эволюционный) анализ; прямой (**Direct Frequency**) или модальный (**Modal Frequency**) частотный анализ, гармоническое возбуждение;

- в „**Equivalent Viscous Damping**” (эквивалентное вязущее демпфирование) – общий коэффициент конструкционного демпфирования (**Overall Structural Damping Coeff (G)**) или в диалоговом окне „**Modal Damping Table**” выбирается (для создания есть кнопка ) таблица коэффициентов демпфирования (для каждой моды уравнения (П7.29) для методов разложения по формам собственным колебаний, т.е. „**Modal Transient**” и „**Modal Frequency**”). Коэффициент **G** можно не задавать, если его задано для всех КЭ как свойство материала КЭ, или можно задать как дополнительную величину к заданному для материала значению;

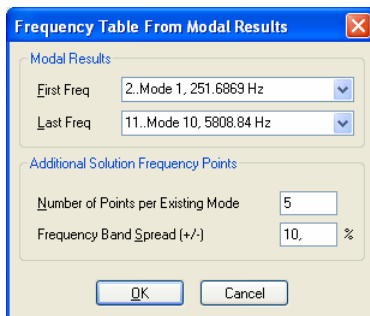
- в „**Equivalent Viscous Damping Conversion**” (превращение в эквивалентное вязущее демпфирование) – частота ω (в герцах) для преобразования: общего коэффициента **G (Frequency for System Damping (W3 – Hz))** или заданных в свойствах материала (см. табл.3.1 и рис.3.2-а) КЭ (**Frequency for Element Damping (W4 – Hz)**) по формуле $G = (2C / C_o) \cdot (\omega / \omega_o)$, где ω_o – частота собственных колебаний. Обычно ω задают близкой к первой собственной частоте;



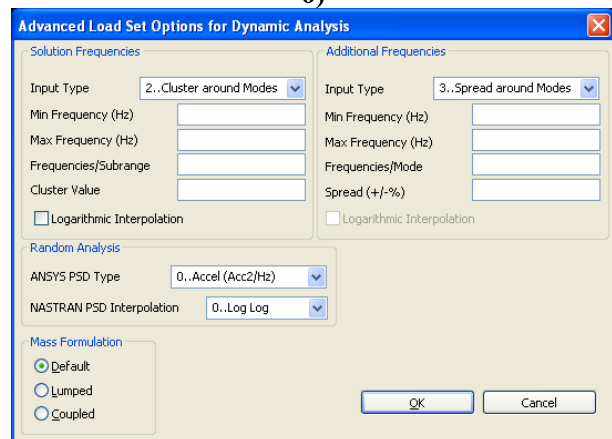
а)



б)



в)




г)


Рис.7.1. Диалоговые панели: а), б) – задания опций и параметров динамического анализа; в) – формирования таблицы собственных и дополнительных частот колебаний; г) – назначения дополнительных параметров


- в „**Response Based on Modes**” (отклик, основан на формах собственных колебаний; для методов **Modal ...**) – количество форм собственных колебаний, которые будут использоваться для расчетов отклика (**Number of Modes**) или (как альтернатива) соответствующий частотный диапазон: нижнее (**Lowest Freq (Hz)**) и верхнее (**Highest Freq (Hz)**) значение;

- в „**Transient Time Step Intervals**” (интервал и шаг расчета, для методов **... Transient**) – количество шагов (**Number of Steps**), временной шаг (**Time per Step**) и интервал для вывода результатов (**Output Interval**) в форме множителя к шагу расчетов (если 0 или 1 – вывод на каждом шаге, если целое число $N > 1$ – через N шагов);

- в (левом) „**Response/Shock Spectrum**” (спектр отклика/удара, для методов **... Transient**, см. рис.7.1-а) или в „**Frequency Response**” (частотный спектр, для методов **... Fre-**

quency, см. рис.7.1-б) в поле „Frequencies” можно выбрать (для создания есть кнопка ) таблицу частот (как функцию типа **3..vs. Frequency**, причем используются только значения параметра **X** таблицы). Если предварительно был сделан расчет собственных частот колебаний тела, то такую таблицу можно создать автоматически, поскольку станет активной электронная кнопка „Modal Freq...” (собственные частоты). Она вызывает диалоговую панель „Frequency Table From Modal Result” (см. рис.7.1-в), где можно сформировать таблицу частот собственных колебаний и (в их окрестности) дополнительных частот колебаний (выбрать диапазон частот (первая – „First Freq” и последняя – „Last Freq”), в поле „Number of Points per Existing Mode” указать количество точек в окрестности каждой собственной частоты, в поле „Frequency Band Spread” – ширину частотной полосы в % от абсолютного значения соответствующей собственной частоты). Созданную таблицу целесообразно просмотреть с помощью команд **Modify**→**Edit**→**Function...** (как таблицу) или **View**→**Select...** (как график). Эта таблица используется для построения амплитудно-частотной характеристики модели или для задания собственных частот осцилляторов малой массы, которые связаны с данной точкой конструкции для оценки спектрального отклика при сейсмических или ударных влияниях;

- в (правом) „Response/Shock Spectrum” (для методов ... **Transient**, см. рис.7.1-а) в поле „Damping” можно выбрать (для создания есть кнопка ) таблицу коэффициентов демпфирования осцилляторов (как функцию типа **3..vs. Frequency**);

- в „Random Analysis Options” (расчет случайных колебаний, для методов ... **Frequency**, см. рис.7.1-б) можно задать закон основного движения в форме таблицы (как функции типа **3..vs. Frequency**, для создания есть кнопка )

Электронной кнопкой „Advanced...” можно вызвать диалоговую панель „Advanced Load Set Options for Dynamic Analysis” (см. рис.7.1-г) для назначения дополнительных параметров анализа. В секции „Mass Formulation” можно выбрать один из вариантов описания матрицы масс: „Default”, „Lumped” (сосредоточенная) или „Coupled” (присоединенная). В секции „Solution Frequencies” (только для методов ... **Frequency**, см. рис.7.1-а) можно назначить диапазон вычисления собственных частот („0..Default/List”, т.е. по умолчанию; или „1..Frequency Range”, т.е. диапазон частот: „от и до”, а также общее их количество; или „2..Cluster around Modes” (внутренняя команда **FREQ3**), т.е. амплитудный диапазон частот (**Cluster Value**) вокруг частоты с указанным номером (**Frequencies/Subrange**); или „3..Spread around Modes” (внутренняя команда **FREQ4**), т.е. расстояние (+, – или в процентах) от частоты или формы колебаний с указанным номером (**Frequencies/Mode**)), а также установить опцию „Logarithmic Interpolation” (логарифмическая интерполяция). О назначениях в секции „Random Analysis” – в Разделе 7.3.4.

Примечание 7.1. Кроме **FREQ3** и **FREQ4** в NX Nastran еще есть и другие варианты (от **FREQ** до **FREQ5**). С помощью инструментов, описанных в Разделе 4.2.3, можно задать одну из них или любую их комбинацию с нужными параметрами.


С помощью электронной кнопки „Enforces Motion...” можно подключить к телу значительную массу, которая вибрирует или движется по другому закону (см. Раздел 7.3.3), а кнопки „Copy” – скопировать все назначения из другой модели, если она есть.

7.2.2 О применении граничных условий типа „несжимаемая жидкость”

В Разделе 6.1.3.4 были рассмотрены граничные условия типа „несжимаемая жидкость” для статической краевой задачи. Однако такие граничные условия можно применять и для динамических задач. Кроме описанных в Разделе 6.1.3.4 назначений, для динамического анализа (для задач: **103**, **107**, **110** (**2..Normal Modes / Eigenvalue**), **109** (**3..Transient Dynamic / Time History** и **5..Response Spectrum**), **108** (**4..Frequency/Harmonic Response**), **111** (**4..Frequency/Harmonic Response** и **6..Random Response**) и **112** (**3..Transient Dynamic / Time History**) – см. табл.4.2) есть такой дополнительный вариант. Если отключить опцию „Z Free Surface OFF” (см. рис.6.9-а), а опции „XY Plane” и „YZ Plane” не будут установлены в „Antisymmetry”, то NX Nastran 7.1 воспринимает „несжимаемую жидкость” как „внешнюю

жидкость” (**external fluid**). При этом необходимо применить систему координат с началом, как можно более близким к геометрическому центру объема „несжимаемой жидкости”.

7.2.3 Роторный регион

В SPLMS.Fv10.2.0 есть такой тип динамического объекта, как роторный регион (**Rotor Region**), который создается с помощью диалоговой панели „**Rotor Region**” (см. рис.7.2), вызываемой командой **Connect**→**Rotor Region** или кнопкой . Этот тип нагрузки может быть применен для краевых задач (см. табл.4.2) типа 110 (**2..Normal Modes/Eigenvalue**, вариант **Modal Complex Eigenvalues** – может иметь до 10 роторов включительно) и 111 (**4..Frequency/Harmonic Response** – только один ротор). NX Nastran определяет собственные комплексные значения для каждой скорости вращения ротора, учитывающие демпфирование

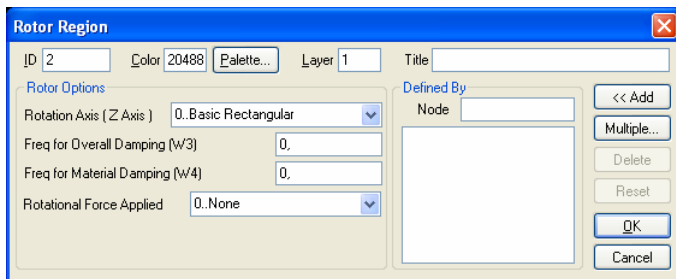


Рис.7.2. Диалоговая панель создания роторного региона

и направление вихря: прямой (**forward**) или обратный (**backwards**) при движении каждого узла роторного региона по эллиптической траектории. Дополнительно NX Nastran определяет: режимы вихря (систему модальных частот, что изменяются в зависимости от частоты вращения), критические скорости вращения, комплексные формы мод колебаний и т.п., которые можно просмотреть в FEMAP (если в секции „**Post Files**” установить опции **CSV** и/или **GPF** (см. пояснение к рис.7.6), то кроме файлов *.f06 и *.op2 результаты будут выводиться в форматном виде в файлы *.CSV (диаграмма Кемпбелла (Campbell)) и/или *.GPF соответственно).

В секции „**Defined By**” с помощью кнопок „<<Add” (добавить), „**Multiple...**” (множество), „**Delete**” (удалить) и „**Reset**” (очистить) формируется список узлов, которые будут принадлежать к создаваемому роторному региону. **Внимание:** если этот список будет пустым, то программа считает, что в этот роторный регион входят *все* узлы тела.

В секции „**Rotor Options**” устанавливаются опции:

- „**Rotation Axis (Z Axis)**” – система координат, к которой принадлежит ось **Z**, вокруг которой осуществляется вращение;
- „**Freq for Overall Damping (W3)**” – частота ω (в герцах) для преобразования общего коэффициента **G** структурного демпфирования по формуле $G = (2C/C_0) \cdot (\omega/\omega_0)$, где ω_0 – частота собственных колебаний. Обычно величину ω задают близкой к первой собственной частоте. Эта характеристика для краевых задач (см. табл.4.2) типа 110 может быть установлена на панели „**NASTRAN Modal Analysis**” в поле „**Overall Damping (G)**” (см. рис.7.3 с пояснениями в Разделе 7.3.1), а для задач типа 111 (**4..Frequency/Harmonic Response**) – на панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” в поле „**Overall Structural Damping Coeff (G)**” (см. рис.7.1-а), что вызывается командой **Model**→**Load**→**Dynamic Analysis...**;
- „**Freq for Material Damping (W4)**” – частота, аналогичная предыдущей, но коэффициент демпфирования задан как характеристика материала (см. табл.3.1 и рис.3.2-а);
- „**Rotation Force Applied**” – набор со статической центробежной силой, которая вычислена для единицы скорости с измерением в рад/сек. Поскольку дальше будет использоваться единица **Hz** (герц), то нужно задействовать множитель $\pi/2$. Этот набор нужно создать (с помощью команды **Model**→**Load**→**Create/Manage Set...**) отдельно только для одной силы.

7.3 Моделирование динамических краевых задач

7.3.1 Краевая задача о собственных частотах и формах колебаний

Среди свойств материала достаточно задать модуль Юнга, коэффициент Пуассона и плотность материала (см. табл.3.1). Можно вводить демпфирование (что задается, в частно-

сти, и величиной $2C/C_0$ как характеристикой материала). Обычно вводятся условия закрепления тела, но NX Nastran может находить собственные формы и частоты колебаний для тел, не имеющих закрепления, например, самолета в полете.

Для создания задания для решения задачи командой **Model**→**Analysis...** вызывается диалоговая панель „**Analysis Set Manager**” (см. рис.4.13-а), инициируется кнопка „**New**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) тип задачи „**2..Normal Modes / Eigenvalues**”.

В разделе „**Options**” панели „**Analysis Set Manager**” появятся несколько подразделов, которые можно настроить, для чего после выбора подраздела инициируется кнопка „**Edit...**”.

Настройка общих панелей раздела „**Options**” рассмотрено в Разделе 4.2. Здесь рассмотрим панели, характерные для данного типа задачи.

Для подраздела „**Modal/Buckling**” вызывается панель „**NASTRAN Modal Analysis**” (см. рис.7.3). На ней можно:

- отменить опцию „**Skip EIGx**” (активировать диалоговую панель, если она почему-то была не активной);

- изменить внутренний номер (**Method ID**) субнабора назначений (если предполагается многовариантные расчеты);

- выбрать метод определения собственных форм и частот колебаний. Если диссипация энергии не учитывается, то это методы Ланцоша (**Lanczos**) – основной, Гивенса (**Givens**), Хаусхолдера (**Householder**), модифицированные методы Гивенса и Хаусхолдера, а также инверсные методы: энергетической (**Inverse power**) и модифицированный, с последовательностью Штурма (**Inverse Power/Sturm**) – в секции „**Real Solution Method**”. Если диссипация энергии учитывается, то это методы Ланцоша (**Complex Lanczos**) – основной, Хессенберга (**Hessenberg**) и комплексный инверсный энергетический (**Complex Inverse Power**) – в секции „**Complex Solution Method**”;

- в секции „**Range of Interest**” в полях „**From (Hz)**” и „**To (Hz)**” – указать желательный диапазон частот (действительную (**Real**) и комплексную (**Imaginary**) части при комплексном анализе), но это делать не обязательно;

- в секции „**Eigenvalues and Eigenvectors**” – задать желательное количество (**Number Desired**) собственных форм колебаний для нижних собственных частот. А также только для метода „**Inverse power**” – количество оригинальных корней (**Number Estimated**) системы уравнений (см. Раздел П7.3.2). Возможны *парные* значения собственных частот;

- в секции „**Normalization Method**” – установить метод нормирования собственных форм колебаний. Есть три варианта нормирования (к единице): по массе (**Mass**), чтобы выполнялось уравнение (П7.22); по максимальному перемещению где бы то ни было (**Max**) или для указанной степени свободы выбранного узла (**Point**). Обычно применяют первый вариант, но и другие бывают полезны, например, для сравнения с результатами испытаний;

- в секции „**Mass**” – выбрать один из вариантов описания матрицы масс: „**Default**”, „**Lumped**” (сосредоточенная) или „**Coupled**” (присоединенная);

- если диссипация энергии учитывается, то активны еще две секции. В секции „**Solution Type**” выбирается вариант „**Direct**” (код задачи **107**, значение **SEDCEIG**, см. табл.4.2) или „**Modal**” (код задачи **110**, значение **SEMCEIG**, см. табл.4.2), который должен совпадать с типом, указанным на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см.

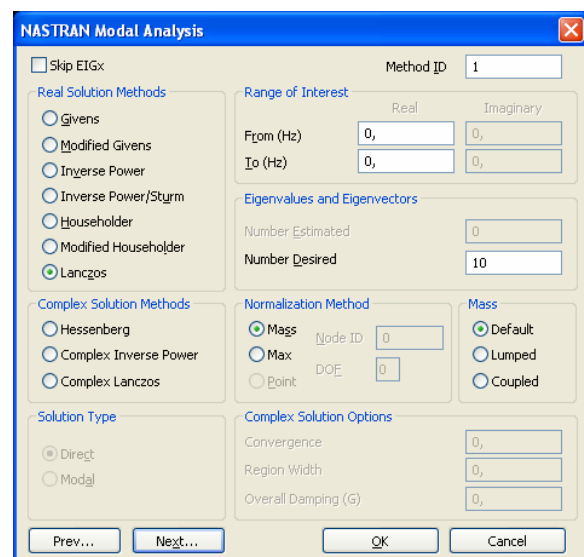


Рис.7.3. Диалоговая панель для изменения параметров частотного анализа

рис.7.1-а). В секции „**Complex Solution Options**” вводятся такие значения: „**Convergence**” – сходимость, по умолчанию для метода „**Hessenberg**” равна 10^{-15} , для „**Complex Inverse Power**” – 10^{-14} , а для „**Lanczos**” выбирается автоматически в зависимости от ЭВМ; „**Region Width**” – ширина региона поиска каждой частоты, по умолчанию равна 1.0); „**Overall Damping (G)**” – общий коэффициент демпфирования.

Для подраздела „**ModalXYPlot**” вызывается панель „**NASTRAN XY Output for Modal Analysis**” (см. рис.6.13-б и пояснения к нему в Разделе 6.3.6).

Для подраздела „**Response Spectrum Application**” иногда необходимо вызывать панель „**NASTRAN Response Spectrum Application**”, описанную в Разделе 7.3.2.5.

Настройка общих панелей раздела „**Master Requests and Conditions**” рассмотрено в Разделе 4.2.

После окончания расчетов будет получено соответствующее количество таблиц с характерными названиями, например, **20..Mode 20, 46.88064 Hz**. Просмотр этих форм целесообразно проводить в режиме анимации перемещений по функции **1..Total Translation** (см. Раздел 9.3).

7.3.2 Краевая задача о переходном (эволюционном) процессе при динамическом негармоническом нагружении тела

Граничные условия, изменяющиеся во времени по закону синуса или косинуса, носят название гармонических, а все другие – негармонических.

Обычно негармонические силовые нагрузки задаются переменными во времени с помощью функций типа „**1..vs. Time**”, что создаются и выбираются на диалоговой панели „**Create Loads on ...**” (см. рис.4.3 и другие подобные) в поле „**Time/Freq Dependence**”.

Если задача – линейная, то она может решаться двумя методами.

7.3.2.1 Метод прямого интегрирования, линейная задача

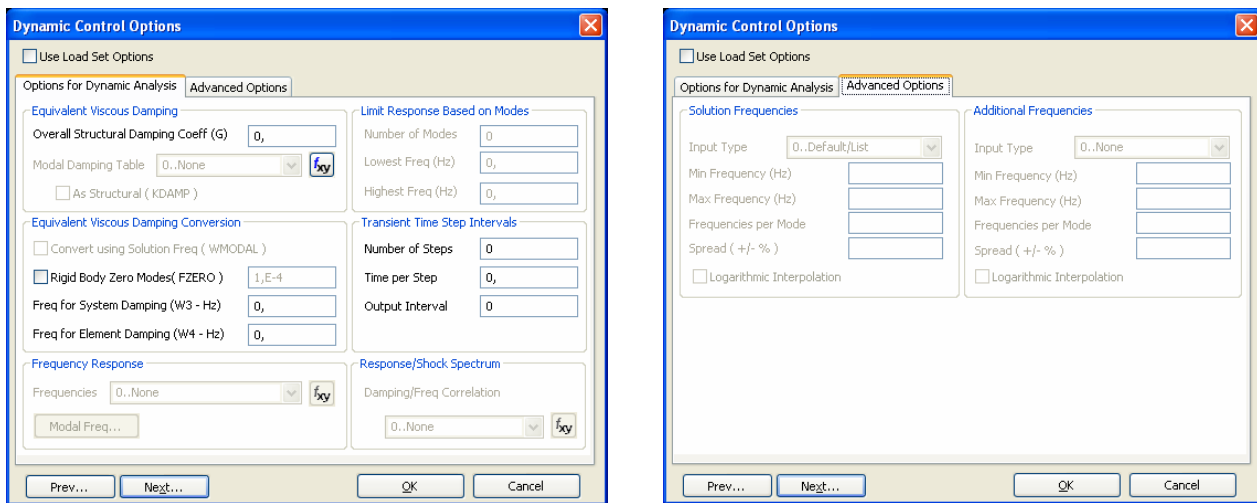
Основное уравнение динамического процесса (П7.11) считается линейным, непосредственно интегрируется с применением метода Ньюмарка (см. Раздел П7.3.1 Приложения 7).

Начальные условия формируются по перемещениям (**Displacement**) и скоростям перемещений (**Velocity**) в отдельном наборе нагрузок обычным способом. Если они – нулевые, то набор с начальными условиями можно не создавать (не подключать). Начальные ускорения – только нулевые.

Обычно для определения временного шага расчета (**Time per Step**) и полного времени действия нагрузки, а также для задания коэффициента конструкционного демпфирования G (см. Раздел 7.2) нужно знать периоды колебаний тела (**Frequency for System Damping (W3 – Hz)**), т.е. одну (первую) или несколько собственных частот колебаний. Для этого сначала необходимо провести соответствующий дополнительный расчет (см. Раздел 7.3.1). Считается, что для достижения более или менее значительной точности интегрирования уравнения (П7.11) за период должно быть никак не меньше 10 временных шагов, а полное (внутреннее) время расчета должно в несколько раз превышать период колебаний, чтобы можно было проследить значительную часть процесса затухания колебаний, обусловленных быстрым изменением нагрузок. Эти параметры расчета необходимо оценить и установить на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**”, что вызывается командой **Model→Load→Dynamic Analysis...**, в варианте анализа „**Direct Transient**” (см. Раздел 7.2).

Для создания задания для решения задачи командой **Model→Analysis...** вызывается диалоговая панель „**Analysis Set Manager**” (см. рис.4.13-а), инициируется кнопка „**New**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) тип задачи „**3..Transient Dynamic / Time History**” (переходной динамический / процесс во времени); в подразделе „**Dynamic**” раздела „**Options**” можно вызвать диалоговую панель „**Dynamic Control Options**” (см. рис.7.4-а) и изменить некоторые введенные на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см. рис.7.1-а) параметры, или инициировать опцию „**Use Load Set Options**” (т.е. использовать введенные ранее параметры). Есть возможность установить дополнительную опцию: „**Rigid Body Zero Modes (FZERO)**” (введенное значение

отсечет нулевые моды перемещения тела как абсолютно твердого). В подразделе „**Boundary Conditions**” раздела „**Master Requests and Conditions**” необходимо подключить наборы с нагрузками (**Loads**), закреплениями (**Constraints**), начальными условиями (**Initial Conditions**) и другими наборами; в подразделе „**Output Requests**” – установить, какие результаты выводить в таблице.



а)

б)

Рис.7.4. Диалоговые панели задания (изменения) опций и параметров динамического анализа

Как результат расчетов возникает столько таблиц, сколько задано временных шагов. Из них можно формировать разные графики, в частности об изменениях во времени выбранной величины в указанном узле (см. Раздел 9.4). Также можно рассчитать коэффициент динамичности в выбранном узле: $K_{dynamic} = \sigma_{dynamic} / \sigma_{static}$.

7.3.2.2 Метод разложения по собственным частотам

Метод описан в разделе П7.3.3 Приложения 7. Задача решается за два этапа: сначала находится указанное количество *первых* собственных форм колебаний, потом интегрируется не большее количество уравнений.

Примечание 7.2. Если для применения первого метода нужно дополнительно провести расчет собственных частот колебаний тела (обычно требуется при первом расчете), то будто бы выгоднее применять второй метод. Но отсечение высокочастотных характеристик отсекает и высокочастотную реакцию. Более того, рекомендуют вычислять не только нижние частоты, а и в 2...3 раза высшие частоты, чем те, для которых нужно определить реакцию.

На первом этапе при иницировании процесса расчета собственных форм колебаний необходимо на диалоговой панели „**NASTRAN Executive and Solution Options**” (см. Раздел 4.2.4 и рис.4.15-а) в секции „**Restart Control**” дополнительно иницировать опцию „**Save Database for Restart**” (сохранить базу данных для последующего расчета).

На втором этапе на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см. Раздел 7.2), которая вызывается командой **Model**→**Load**→**Dynamic Analysis...**, необходимо установить вариант задачи „**Modal Transient**” и ввести другие параметры расчета. В частности, указать количество собственных частот (**Number of Modes**), которое будет использовано для получения решения.

В этом варианте появляется возможность задавать в поле „**Modal Damping Table**” коэффициент конструкционного демпфирования G табличными функциями типа „**6..Structural Damp vs. Freq**” (конструкционное демпфирование), „**7..Critical Damp vs. Freq**” (критическое демпфирование, т.е. величина C/C_0) или „**8..Q Damping vs. Freq**” (добротность, или коэффициент усиления – величина $Q = 1 / \sqrt{1 - (\omega / \omega_0)^2 + G^2}$, где ω_0 – частота собственных колебаний). Функцию можно создать с помощью кнопки . При $\omega = \omega_0$ реализуется соотношение $G = 2C/C_0 = 1/Q$. Если G задается таблицей, то поля для „**Frequency for System**

Damping (W3 – Hz))” и **„Frequency for Element Damping (W4 – Hz))**” не заполняются (нулевые). Подробнее об этих величинах – в Разделе 7.2.

Запуск процесса решения задачи, в частности подключение силовых, кинематических и начальных условий, другие действия и полученные результаты – аналогично рассмотренному в Разделе 7.3.2.1. С одним отличием: нужно на диалоговой панели **„NASTRAN Executive and Solution Options”** (см. Раздел 4.2.4 и рис.4.15-а) в секции **„Restart Control”** дополнительно инициировать опцию **„Restart Previous Analysis”** (применить предыдущий анализ, иначе собственные формы колебаний будут рассчитываться вновь) и в поле **„From”** указать (найти в файловой системе) файл рестарта (с расширением имени **.master**).

7.3.2.3 Нелинейный переходной процесс

7.3.2.3.1 Нелинейный переходной процесс, малые деформации

Основное уравнение динамического процесса (П7.11) – нелинейное благодаря наличию нелинейности в одной из матриц. Оно непосредственно интегрируется с применением метода Ньюмарка (см. Раздел П7.3.1 Приложения 7). Т.е. задача близка к задаче, рассмотренной в Разделе 7.3.2.1. Но, поскольку задача – нелинейная, есть некоторые отличия (в сравнении с Разделом 7.3.2.1) при ее моделировании. А именно:

- как и в Разделе 7.3.2.1 на диалоговой панели **„Load Set Options for Dynamic Analysis”**, вызываемой командой **Model→Load→Dynamic Analysis...**, необходимо установить вариант анализа **„Direct Transient”** или **„Modal Transient”** и ввести другие параметры расчета (см. Раздел 7.2);

- для *первого* набора нагрузок, что будет создаваться, необходимо на диалоговой панели **„Load Set Options for Nonlinear Analysis”** (см. рис.6.9-а), вызываемой командой **Model→Load→Nonlinear Analysis...**, сначала кнопкой **„Default”** установить типичные значения, потом в секции **„Solution Type”** выбрать вариант **„Transient”**, а также сделать необходимые назначения (см. Раздел 6.2). Эти назначения будут действовать для *всех* наборов нагрузок (**Load**). **Внимание:** значения **„Number of Time Steps”** и **„Time Increment”** не должны противоречить значениям, введенным ранее на панели **„Load Set Options for Dynamic Analysis”**;

- для создания задания для решения задачи командой **Model→Analysis...** вызывается диалоговая панель **„Analysis Set Manager”** (см. рис.4.13-а), иницируется кнопка **„New”**, на панели **„Analysis Set”** выбирается в списке **„Analysis Type”** (см. рис.4.13-б) тип задачи **„12..Nonlinear Transient Response”** (нелинейный переходной процесс); в подразделе **„Dynamic”** раздела **„Options”** можно вызвать диалоговую панель **„Dynamic Control Options”** (см. рис.7.4-а) и изменить некоторые введенные на диалоговой панели **„Load Set Options for Dynamic Analysis”** (см. рис.7.1-а) параметры, или инициировать опцию **„Use Load Set Options”** (т.е. использовать введенные ранее параметры). Есть возможность установить дополнительную опцию: **„Rigid Body Zero Modes (FZERO)”** (введенное значение отсечет нулевые моды перемещения тела как абсолютно твердого). В подразделе **„Boundary Conditions”** раздела **„Master Requests and Conditions”** необходимо подключить наборы с нагрузками (**Loads**), закреплениями (**Constraints**), начальными условиями (**Initial Conditions**) и другими наборами; в подразделе **„Output Requests”** – установить, какие результаты выводить в таблицы. Если необходимо учесть (не учитывать) геометрическую нелинейность, то нужно установить (отключить) на диалоговой панели **„NASTRAN Bulk Data Options”** (подраздел **„Bulk Data”** раздела **„Options”**) опции **„LANGLE”** (большие углы поворотов) и/или **„LGDISP”** (большие деформации) – см. Раздел 4.2.6.

7.3.2.3.2 Нелинейный переходной процесс, большие деформации

Основное уравнение динамического процесса (П7.11) – нелинейное благодаря наличию больших деформаций (но они не должны превышать 2%) и, возможно, нелинейности в одной из матриц. Уравнения непосредственно интегрируется с применением:

- метода Ньюмарка (см. Раздел П7.3.1.1 Приложения 7), тип задачи **„23..Advanced Nonlinear Transient”**;

- явного центрально-разностного алгоритма – CDM (см. Раздел П7.3.1.2 Приложения 7 – с ограничением: $[C] = \alpha[M]$), тип задачи **„24..Advanced Nonlinear Explicit”**.

В отличие от моделирования задачи, рассмотренного в Разделе 7.3.2.3.1, нет потребности в настройке диалоговых панелей „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (вызывается командой **Model→Load→Dynamic Analysis...**) и „**Load Set Options for Nonlinear Analysis**” (вызывается командой **Model→Load→Nonlinear Analysis...**).

Для создания задания на решение задачи командой **Model→Analysis...** вызывается диалоговая панель „**Analysis Set Manager**” (см. рис.4.13-а), иницируется кнопка „**New**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) тип задачи „**23..Advanced Nonlinear Transient**” или „**24..Advanced Nonlinear Explicit**”, в зависимости от выбранного метода.

В зависимости от ситуации, нужно на диалоговой панели „**NASTRAN Bulk Data Options**” (подраздел „**Bulk Data**” раздела „**Options**”) установить опции „**LANGLE**” (большие углы поворотов) и/или „**LGDISP**” (большие деформации) – см. Раздел 4.2.6.

Еще необходимо в разделе „**Options**” настроить опции панели „**NXSTRAT Solver Parameters**” (см. Раздел 6.4.1), в частности, в секции „**Time Steps**” (временные шаги) обязательно ввести значения: „**Number of Steps**” (количество временных шагов), „**Time Increment**” (временной шаг), „**Output Every Nth Step**” (выводить результаты на каждом N–м шаге).

Также есть смысл настроить опции панели „**NXSTRAT Iteration and Convergence Parameters**” (см. Раздел 6.4.2).

В подразделе „**Boundary Conditions**” раздела „**Master Requests and Conditions**” необходимо подключить наборы с нагрузками (**Loads**), закреплениями (**Constraints**), начальными условиями (**Initial Conditions**) и другими наборами; в подразделе „**Output Requests**” – установить, какие результаты выводить в таблицы.

7.3.2.4 Спектральный отклик тела при ударной нагрузке

Актуальной является задача о снижении амплитуд колебаний тела за счет демпферов (устройств, гасящих динамическую энергию), которые можно прикрепить к нескольким его точкам (узлам). Какие должны быть свойства этих демпферов? Поиск ответа на этот вопрос приводит к проведению многовариантных однотипных расчетов. Это и есть задача о спектральном отклике тела (конструкции). Задача решается за два этапа: сначала для получения вспомогательной информации находится заданное количество собственных форм колебаний (как это описано в Разделах 7.3.1), потом – спектральные отклики. В NX Nastran последнюю задачу можно соединить в одном запуске задания на расчет.

На втором этапе обычно нужно иметь три функций:

- типа **1.vs. Time** для описания динамической нагрузки – удара в виде быстротечного всплеска (см. рис.7.5-а). Потом функция выбирается в диалоговом окне „**Create Loads on ...**” в поле „**Time/Freq Dependence**” для масштабирования во времени амплитудного значения назначаемой нагрузки;

- типа **3.vs. Frequency** в виде столбца таблицы (только аргумент **X**) значений частот актуального диапазона для последующего ее заполнения (по результатам решения задачи) соответствующими значениями перемещений, скоростей и прочее (значения функции **Y**) в узлах, к которым „прикреплены” демпферы, т.е. для создания таблиц спектрального отклика;

- типа **3..vs. Frequency** в виде таблицы значений C/C_0 коэффициентов демпфирования демпферов (только аргумент **X**). Для каждого из этих коэффициентов будет получена таблица (график) спектрального отклика.

Потом обе функции типа **3..vs. Frequency** выбираются на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (рис.7.1-а, вызывается командой **Model→Load→Dynamic Analysis...**) в поле „**Frequencies**” левой и в поле „**Damping**” правой части секции „**Response/Shock Spectrum**” соответственно (дополнительную информацию см. в Разделе 7.2). Тип анализа, что устанавливается на этой панели – „**Direct Transient**”, поэтому другие значения должны соответствовать описанному в Разделе 7.3.2.1.

Еще необходимо создать группу (см. Раздел 1.7.2) с перечнем узлов, к которым „прикрепляются” демпферы.

Для создания задания на решение задачи командой **Model**→**Analysis...** вызывается диалоговая панель „**Analysis Set Manager**” (см. рис.4.13-а), инициируется кнопка „**New**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) тип задачи „**5..Response Spectrum**” (генерирование спектра отклика) и проводятся другие назначения (подробнее см. в Разделе 7.3.2.1.). В разделе „**Option**” появится подраздел „**Response Spectrum Generation**”, который настраивается с помощью диалоговой панели „**NASTRAN Output for Response Spectrum Analysis**” (см. рис.7.5-б), где необходимо указать направления перемещений (**T1, T2, T3**) и/или вращений (**R1, R2, R3**) трех типов величин: перемещений (**Displacement**), скоростей (**Velocity**) и/или ускорений (**Acceleration**) в демпферах, исследуемых в задаче. Также указывается, какие величины выводить в таблицы: абсолютные (**Absolute**) или относительные (**Relative**). Потом появится простая диалоговая панель для выбора из списка группы с перечнем узлов, к которым „прикрепляются” демпферы.

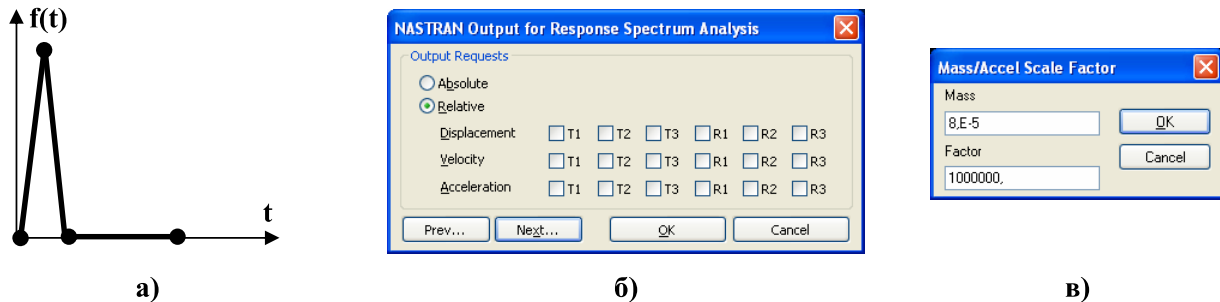


Рис.7.5. График функции нагрузки (а); диалоговые панели для назначения: б) – направлений перемещений (**T1, T2, T3**) и вращений (**R1, R2, R3**) трех типов величин; в) – задание массы и масштабного коэффициента для ускорения

В подразделе „**Dynamic**” раздела „**Options**” можно вызвать диалоговую панель „**Dynamic Control Options**” (см. рис.7.4) и изменить некоторые введенные на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см. рис.7.1-а) параметры, или инициировать опцию „**Use Load Set Options**” (т.е. использовать введенные ранее параметры). На вкладке „**Options for Dynamic Analysis**” есть возможность установить дополнительную опцию: „**Rigid Body Zero Modes (FZERO)**” (введенное значение отсечет нулевые моды перемещения тела как абсолютно твердого). А на вкладке „**Advanced Options**” можно выбрать вариант вывода результатов: листинг по умолчанию или частотный диапазон (**1..Frequency Range**).

Полученные таблицы спектральных откликов можно или просмотреть в режиме редактирования функций (команда **Modify**→**Edit**→**Function...**) или в виде графиков (дать команду **View**→**Select**, установить радиокнопку „**XY of Function**”, инициировать кнопку „**XY Functions...**”, выбрать функцию). Название функции – характерное. Например, **ABSDISP1 22 0.05** означает, что это – абсолютные значения перемещений в направлении **T1** для объекта с номером **22** при коэффициенте демпфирования демпфера, равному **0.05**.

Еще один вариант спектрального модального анализа описан в Разделе 7.3.5.

7.3.2.5 Динамические задачи при наличии гироскопических сил

Теоретические основы этой задачи изложены в Разделе П7.4 Приложения 7.

Настройка задания (тип задачи 110 (**2..Normal Modes/Eigenvalue**, вариант **Modal Complex Eigenvalues**) идентично изложенном в Разделе 7.3.1. Но есть одно отличие: в подразделе „**Rotor Dynamics Options**” раздела „**Options**” нужно ввести настройки на панели „**NASTRAN Rotor Dynamics**” (см. рис.7.6).

Чтобы сделать панель активной, нужно инициировать опцию „**Enable Rotor Dynamic Analysis**”. Можно установить опцию „**Include Path in All Filenames**” (подключить пути во всех именах файлов).

В секции „**Rotor Selection**” указываются количество роторных регионов: один или несколько (все, что созданы с помощью команды **Connect**→**Rotor Region...**, но для NX Nastran 7.1 не более десяти).

В секции „**Reference System**” указывается тип рассчитываемой системы: с фиксированной осью вращения ротора („**Fixed**”, ускорение Кориолиса не возникает), или с такой, что двигается не поступательно („**Rotating**”, возникает ускорение Кориолиса).

В секции „**Post Files**” опции „**CSV**” и „**GPF**” указываются, какие информационные файлы будет создавать NX Nastran: **rotor.csv** и/или **rotor.gpf**.

В секции „**Rotor Speed**” (скорость ротора) устанавливаются опции: „**Start Value**” (начальное значение, ≥ 0.0), „**Step Size**” (размер шага увеличения, > 0.0) „**Number of Steps**” (количество шагов, > 0). Единица измерения скорости устанавливается в секции „**Speed Input Units**”: „**Rev/Minute**” (об/мин), „**Cycles/Sec**” (цикл/сек), „**Hertz**” (герц) или „**Radians/Sec**” (радиан/сек). Аналогичные опции – в секции „**Output Units**” (единицы вывода результатов).

В секции „**Printed Output**” (вывод) можно выбрать варианты: „**None**” (не выводить), „**Generalized Matrices**” (нормализованная матрица), „**Eigenvalue Summary/Eigenvectors**” (собственные частоты и собственные векторы результирующие, в каждом об/мин), „**Both**” (оба варианта).

В секции „**Mode/Whirl Output**” (вывод комплексных мод/вихрей в файлы *.f06 или *.op2) можно выбрать варианты: „**None**” (не выводить), „**All RPM**” (для всех скоростей вращения) или „**Rotor Speed**” (для указанного значения (≥ 0.0) скорости вращения).

В секции „**Other Options**” (другие опции) можно ввести „**Whirl Threshold**” (предельное значение для определения направления вихря) и активировать опцию „**Steiner Inertia**” (добавить инерцию Штайнера).

Внимание: после команды „**OK**” может появиться панель с таким текстом: „**OK to Set Complex Modal Analysis Options? Rotor Dynamic requires a modal complex solution. Review or update changes under NASTRAN Modal/Buckling options**” (Установить комплексный модальный вариант анализа? Динамический ротор требует модального комплексного решения. Просмотрите или отредактируйте опций на панели „**NASTRAN Modal/Buckling**” раздела „**Options**”). Необходимо выбрать „**Yes**” или „**No**” и выполнить соответствующие редактирования.

Все другие опции диалоговой панели применяются лишь для задачи типа 111 (4..**Frequency/Harmonic Response** – модальный частотной анализ / гармонический отклик).

В секции „**Response Calc**” (вычисление отклика динамического ротора) выбирается один из вариантов: „**Synchronous**” (синхронный) или „**Asynchronous**” (несинхронный). В первом случае будут использоваться все три назначения секции „**Rotor Speed**”, а во втором – только значение „**Start Value**” из этой секции. В секции „**Excitation**” (возбуждение) выбирается один из вариантов: „**Mass Unbalance**” (массовая неуравновешенность ($m \times r$, потом умножается на ω^2), по умолчанию) или „**Force**” (сила, $m \times r \times \omega^2$, что задана на диалоговой панели „**Rotor Region**” (см. рис.7.5)). В секции „**Excitation Order**” (порядок возбуждения) выбирается один из вариантов: „**Default**” (по умолчанию), „**Forward Whirl**” (прямой вихрь) или „**Backward Whirl**” (обратный вихрь). В секции „**Modes for Dynamic Response (Blank=All or i, j, k THRU n, ...)**” (моды для динамического ответа (пусто=все или номера через запятую)) в поле „**Mode IDs**” указываются номера собственных частот.

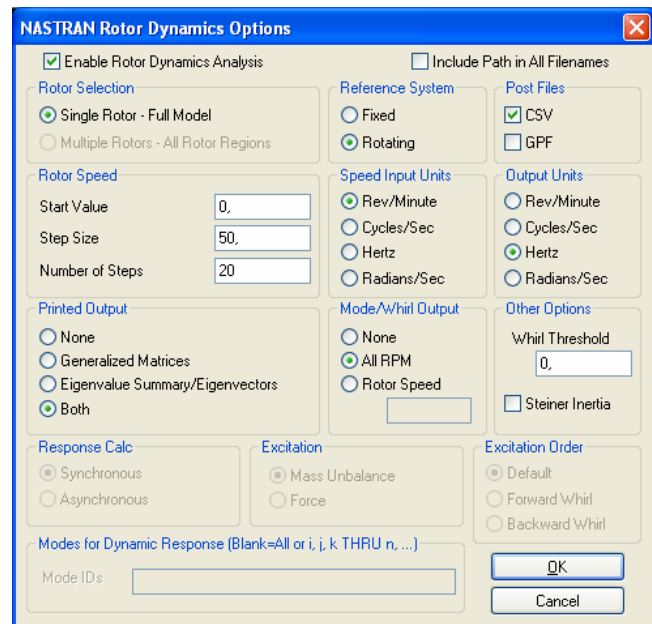


Рис.7.6. Диалоговая панель настраивания опций Rotor Dynamics

7.3.2.6 Расчет полной реакции спектрального отклика тела

В NX Nastran есть возможность проведения расчета полной реакции спектрального отклика тела. На первом этапе находится спектральный отклик тела (как это описано в Разделе 7.3.2.4), на втором проводится расчет реакции.

На втором этапе сначала необходимо создать две дополнительные функции:

- типа **16.. Function vs. Critical Damp**, где два значения параметра **X** являются номером полученной на первом этапе таблицы спектрального отклика, например, таблицы **ABSDISP1 22 0.05**, а параметра **Y** – значения диапазона частот;
- типа **6..Structural Damp vs. Freq**, **7..Critical Damp vs. Freq** или **8..Q Damping vs. Freq** зависимости выбранной характеристики демпфирования от частоты для всего анализируемого частотного диапазона.

Для создания задания на решение задачи командой **Model→Analysis...** вызывается диалоговая панель „**Analysis Set Manager**” (см. рис.4.13-а), инициируется кнопка „**New**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) тип задачи „**2..Normal Modes / Eigenvalues**”.

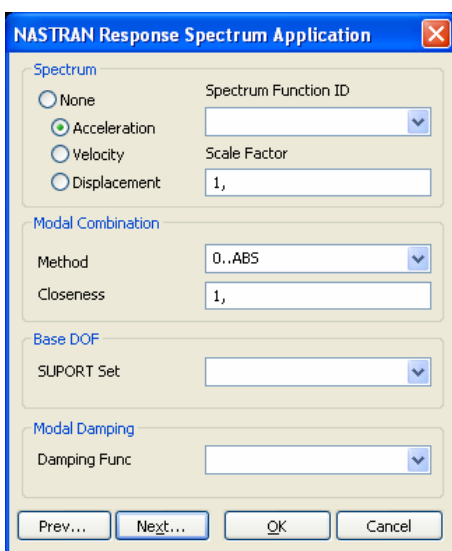


Рис.7.7. Диалоговая панель для подготовки расчета полной реакции спектрального отклика тела

проекту МВФ США) или **3.NRLO** (модальная сумма, старый вариант). В поле „**Closeness**” указывается предельное значение частоты: все методы, кроме **0.ABS**, будут обрабатывать только те частоты, что превышают это значение;

- в поле „**SUPPORT Set**” секции „**Base DOF**” нужно выбрать набор с ограничениями (**Constraint**), предназначенными для тела, а в секции „**Modal Damping**” в поле „**Damping Func**” – ранее созданную функцию типа **6..Structural Damp vs. Freq**.

Результаты расчета – одно число (полная реакция спектрального отклика), которое можно получить, просмотрев стандартным образом как **XY-функции** все таблицы спектрального отклика, которые имеют тот *min* фактора (ускорение, скорость или смещение), что был установлен на панели „**NASTRAN Response Spectrum Application**” (см. рис.7.7). „Старое” наполнение этих таблиц можно просмотреть лишь с помощью команды **List→Model→Function...**, т.е. оно не исчезает.

7.3.3 Краевая задача о вынужденных гармонических колебаниях тела

Отдельный, но довольно распространенный случай сил, вызывающих колебания тела – гармонические силы, т.е. изменяющиеся во времени по закону синуса или косинуса.

Большинство действий при создании модели этой задачи – аналогичны изложенным в Разделе 7.3.2. Укажем на некоторые отличия.

В разделе „**Options**” необходимо найти подраздел „**Response Spectrum Application**” и помощью кнопки „**Edit...**” вызвать диалоговую панель „**NASTRAN Response Spectrum Application**” (см. рис.7.7), на которой:

- в секции „**Spectrum**” нужно выбрать один из факторов: „**Acceleration**” (ускорение) „**Velocity**” (скорость) или „**Displacement**” (смещение); в поле „**Spectrum Function ID**” – ранее созданную функцию типа „**16..Function vs. Critical Damp**”, а в поле „**Scale Factor**” – коэффициент масштабирования результата. **Внимание:** типы факторов (ускорение, скорость или смещение), что установлены на панели и помещены в выбранной функции, должны совпадать;

- в окне „**Method**” секции „**Modal Combination**” нужно выбрать один из методов смешивания максимальных чувствительностей в полную реакцию: **0.ABS** (абсолютные величины), **1.SRSS** (среднеквадратичная величина), **2.NRL** (модальная сумма, соответственно

Гармонические силовые нагрузки задаются переменными во времени по закону синуса или косинуса с помощью функций типа „1.vs. Time”, которые создаются и выбираются на диалоговой панели „Create Loads on ...” (см. рис.4.3 и другие подобные) в поле „Time/ Freq Dependence”. Все величины, задающиеся с помощью команды **Model→Load→...**, должны зависеть от функций типа **1.vs. Time** или **3.vs. Frequency**, даже неизменные во времени (тогда значение **Y** такой функции назначается равным единицы во всем диапазоне).

Сначала нужно провести частотный анализ с возможностью дальнейшего рестарта (см. в конце Раздела 7.3.2.2).

На диалоговой панели „Load Set Options for Dynamic Analysis” (рис.7.1-а, вызывается командой **Model→Load→Dynamic Analysis...**) нужно выбрать тип анализа „Direct Frequency” (прямой анализ) или „Modal Frequency” (модальный анализ), ввести нужные данные. **Внимание:** если параметры демпфирования не будут заданы, то при резонансном возбуждении перемещения – бесконечны (теоретически), поэтому NX Nastran может выдать фатальную ошибку.

Таблица частот с названием „Modal Frequency Table” (расчетные точки при частотном анализе, см. Раздел 7.2 и рис.7.1-в) для поля „Frequencies” секции „Frequency Response” создается путем инициации электронной кнопки „Modal Freq”: на панели „Frequency Table From Modal Result”, что появляется, нужно выбрать из списков (из результатов предварительно проведенных расчетов) начальную и конечную частоты, а также в поле „Number of Points per Existing Mode” указать количество точек в окрестности каждой собственной частоты, а в поле „Frequency Band Spread (+/-)” – ширину частотной полосы в процентах от абсолютного значения соответствующей собственной частоты. Эту таблицу потом можно просмотреть обычным способом с помощью команд **Modify→Edit→...** или **View→...**

С помощью электронной кнопки „Enforces Motion...” можно подключить к телу значительную вибрирующую массу. Если эта масса значительно превышает массу рассчитываемого тела, то это фактически будет *кинематическим* возбуждением тела. Сначала вызывается диалоговая панель для назначения точки с „основной массой”, что будет иметь ускорение (для создания вынуждающей силы); потом – диалоговая панель для выбора узлов тела, что будут жестко связаны с этой точкой (КЭ типа **RIGID**). После этого появляется стандартная диалоговая панель задания силовых условий (см. рис.5.2), где задается ускорение основной массы: продольное (**Acceleration**) или угловое (**Rotational Acceleration**), которое может зависеть или от времени, или от функции времени. Потом появляется панель „Mass/Access Scale Factor” (см. рис.7.5-в), где задается масса (**Mass**) и масштабный коэффициент (**Factor**) для ускорения (по умолчанию появляется значение „Mass”, что значительно превышает массу тела). В итоге амплитуда динамической силы, что будет действовать в указанной точке с „основной массой”, рассчитывается как результат перемножения значений „Mass”, „Factor” и „Acceleration”. **Внимание:** если для системы „тело-масса” в задаче условия закрепления задаваться не будут, то при запуске процесса решения задачи нужно „заказать” большее количество собственных частот колебаний, поскольку появляются несколько нулевых или очень малых частот, соответствующих условиям перемещения системы как жесткого целого (эффект численного, всегда приближенного, алгоритма).

Для создания задания на решение задачи командой **Model→Analysis...** вызывается диалоговая панель „Analysis Set Manager” (см. рис.4.13-а), иницируется кнопка „New”, на панели „Analysis Set” выбирается в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) тип задачи „4.Frequency / Harmonic Response” (частотный анализ / гармонический отклик) и провести другие назначения (см. Раздел 7.3.2.1.), в частности, применить рестарт.

Также с помощью кнопок „Next...” можно начать процесс дополнительного настраивания решения и данных вывода задачи. Он уже описан в Разделе 4.2. Есть одно отличие: в подразделе „Output Requests” раздела „Master Requests and Conditions” на диалоговой панели „NASTRAN Output Requests” (см. рис.4.19-б, внизу) можно вместо „Magnitude/Phase” выбрать вариант „Real/Imaginary”, т.е. указать, чтобы результаты выводились не как амплитуда и фаза, а как действительная и мнимая часть решения.

В подразделе „**Dynamic**” раздела „**Options**” можно вызвать диалоговую панель „**Dynamic Control Options**” (см. рис.7.4) и изменить некоторые введенные на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см. рис.7.1-а) параметры, или инициировать опцию „**Use Load Set Options**” (т.е. использовать введенные ранее параметры). На вкладке „**Advanced Options**” можно выбрать вариант вывода результатов: листинг по умолчанию или частотный диапазон (**1..Frequency Range**).

При просмотре результатов можно построить, например, графики амплитуд перемещений или напряжений в выбранных узлах тела при резонансном возбуждении.

7.3.4 Краевая задача о стохастическом возбуждении тела

Проводится модальный частотный анализ с последующей пост-процессорной обработкой в FEMAP для определения характеристик стохастического возбуждения.

Многие действия – тождественны изложенным в Разделе 7.3.3. Необходимо последовательно:

- провести частотный анализ тела с учетом условий его закрепления (если они есть) и с возможностью дальнейшего рестарта (см. в конце Раздела 7.3.2.2);
- создать функции зависимости нагрузки от частоты (типа **3..vs. Frequency**). Если некоторая нагрузка реально не будет зависеть от частоты, то соответствующая функция должна равняться единице во всем диапазоне. После этого – ввести нагрузку, выбрав созданные функции;
- создать функцию зависимости характеристик демпфирования от частоты (типа **7..vs. Critical Damp vs. Freq**). Если эти характеристики реально не зависят от частоты, то функция должна быть равна единице во всем диапазоне;
- создать функцию спектральной плотности нагрузки (**PSD**) $S_{\alpha\beta}(\omega)$ (см. Раздел П7.3.4

Приложения 7) в зависимости от частоты (типа **3..vs. Frequency**). Обычно эта функция имеет значения в диапазоне от некоторой незначительной величины до единицы. В таблице П7.1 приведены некоторые аналитические выражения для таких функций, их графический вид. В объяснениях к таблице указаны возможные применения. В NX Nastran функция **PSD** может быть в форме авто– или взаимно– спектральной плотности;

- на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (рис.7.1-а, вызывается командой **Model→Load→Dynamic Analysis...**) необходимо:
 - ▣ выбрать тип анализа „**Modal Frequency**” (модальный анализ);
 - ▣ в секции „**Equivalent Viscous Damping**” (эквивалентное вязкое демпфирование) задать общий коэффициент конструкционного демпфирования (**Overall Structural Damping Coeff (G)**), а в диалоговом окне „**Modal Damping Table**” выбрать ранее созданную функцию зависимости характеристик демпфирования от частоты (типа **7..vs. Critical Damp vs. Freq**). Напомним, что коэффициент G можно не задавать, если он задан для всех КЭ как свойство материала КЭ, или можно задать как дополнительную величину к заданному для материала;
 - ▣ в поле „**PSD**” секции „**Random Analysis Options**” – подключить созданную **PSD**-функцию спектральной плотности нагрузки (входного влияния) при случайном характере изменения амплитудного значения возбуждающей силы;

▣ электронной кнопкой „**Advanced...**” можно вызвать диалоговую панель „**Advanced Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см. рис.7.1-г) для назначения дополнительных параметров анализа, в частности, в секции „**Random Analysis**”. В поле „**ANSYS PSD Type**” (характеристики PSD – как в программе ANSYS) есть возможность ввести ускорение: „**0..Accel (Acc2/Hz)**” (через ускорение, в величинах ускорения в квадрате, разделенное на частоту), „**1..Accel (g2/Hz)**” (через абсолютные значения ускорения), „**2..Displacement**” (через перемещение), „**3..Velocity**” (через скорость) или „**4..Force**” (через силу). Есть еще поле „**NASTRAN PSD Interpolation**”, т.е. метод интерполяции функции **PSD**, которая задается в виде таблицы: логарифмический (**0..Log Log**), линейный (**1..Linear**), логарифмически-линейный (**2..X Log, Y Lin**) или линейно-логарифмический (**3..X Lin, Y Log**). Другие опции описаны в конце Раздела 7.2;

- для создания задания на решение задачи командой **Model→Analysis...** вызывается диалоговая панель „**Analysis Set Manager**” (см. рис.4.13-а), инициируется кнопка „**New**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) тип задачи „**6..Random Response**”. Если ранее было создано несколько наборов нагрузок (**Load Set**), то на панели будет активна кнопка „**MultiSet...**” для их подключения, которой нужно воспользоваться и выбрать необходимые наборы нагрузок. Нужно подключить файл рестарта (см. в конце Раздела 7.3.2.2);

- в подразделе „**Dynamic**” раздела „**Options**” можно вызвать диалоговую панель „**Dynamic Control Options**” (см. рис.7.4) и изменить некоторые введенные на диалоговой панели „**Load Set Options for Dynamic Analysis**” (см. рис.7.1-а) параметры, или инициировать

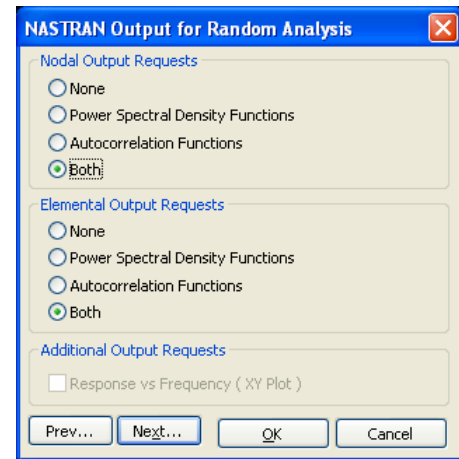
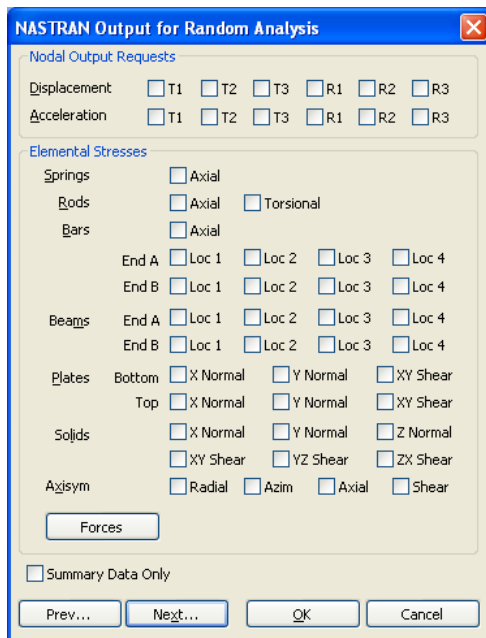
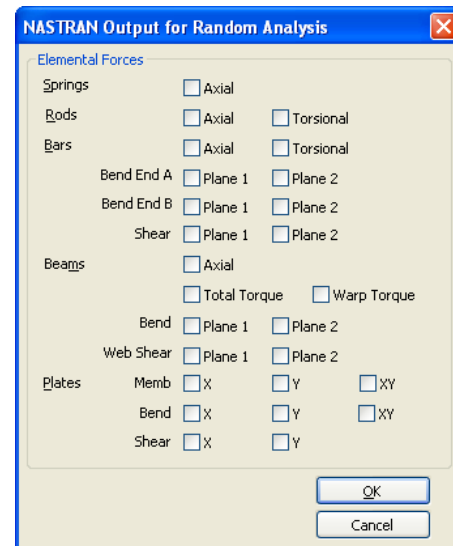


Рис.7.8. Первая диалоговая панель настраивания основного вывода результатов для частотного анализа



а)



б)

Рис.7.9. Вторая и третья диалоговые панели настраивания основного вывода результатов для частотного анализа

опцию „**Use Load Set Options**” (т.е. использовать введенные ранее параметры). На вкладке „**Advanced Options**” можно выбрать вариант вывода результатов: листинг по умолчанию или частотный диапазон (**1..Frequency Range**);

- если в разделе „**Options**” выбрать подраздел „**ModalXYPlot**” и инициировать кнопку „**Edit...**”, появится диалоговая панель „**NASTRAN XY Output for Modal Analysis**” (см. рис.6.13-б), где можно указать некоторый узел для последующего вывода результатов. Потом нужно с помощью кнопки „**Next...**” последовательно настроить диалоговые панели подраздела „**Random Output2**”, что изображены на рис.7.8 и рис.7.9. Сначала появится диалоговая панель „**NASTRAN Output for Random Analysis**” (см. рис.7.8). На ней нужно выбрать один из вариантов стандартного вывода: „**None**”, „**Power Spectral Density Function**” (PSD-функция), „**Autocorrelation Function**” (автокорреляционная функция) или „**Both**” (оба последних варианта). Если будет активной, можно установить опцию „**Response vs. Frequency (XY Plot)**” (реакция как функция частоты). Кнопкой „**Next...**” вызывается другая панель с той же названием (см. рис.7.9-а), где в секции „**Nodal Output Requests**” можно указать степени свободы узлов (нужно заранее создать группу с перечнем этих узлов), для которых бу-

дут выводиться результаты расчета (в виде XY-графика); в секции „Elemental Stresses” – для каких типов КЭ, видов напряжений и точек сечения (**Loc ...**) линейных КЭ выводить результаты (это будут напряжения); можно установить опцию „Summary Data Only” (только суммарные данные). Если инициировать кнопку „Forces”, то появится дополнительная панель с тем же названием (см. рис.7.9-б), где можно назначить: для каких типов линейных КЭ и/или КЭ типа **PLATE** выводить рассчитанные значения сил;

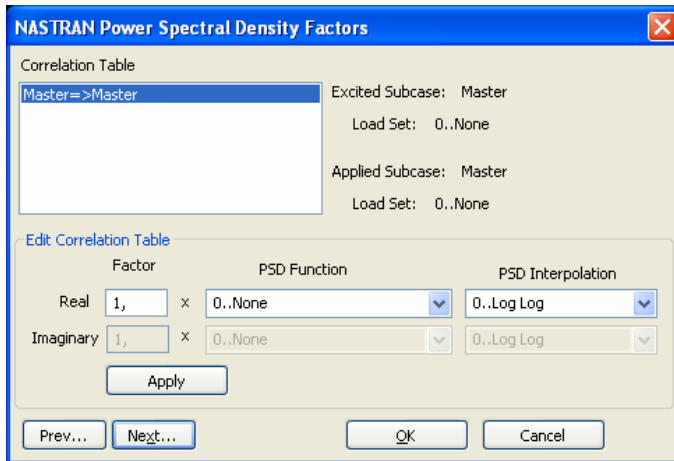


Рис.7.10. Диалоговая панель для задания корреляционных связей

(из списка заранее созданных) только для действительной (**Real**) части. А когда случаи разные (например, 1=>2), необходимо определиться, будут коррелировать эти случаи, или нет. Чтобы задать корреляцию, нужно в секции „Edit Correlation Table” задать весовые коэффициенты (**Factor**) и выбрать PSD-функции для действительных (**Real**) и мнимых (**Imaginary**) частей. В поле „PSD Interpolation” (метод интерполяции функции **PSD**) выбирается один из вариантов: логарифмический (**0..Log Log**), линейный (**1..Linear**), логарифмически-линейный (**2..X Log,Y Lin**) или линейно-логарифмический (**3..X Lin,Y Log**). Кнопкой „Apple” дается команда на обновление поля „Correlation Table”;

- в подразделе „Output Requests” раздела „Master Requests and Conditions” на диалоговой панели „NASTRAN Output Requests” (см. рис.4.19-б, внизу) можно вместо „Magnitude/Phase” выбрать вариант „Real/Imaginary”, т.е. указать, чтобы результаты выводились не как амплитуда и фаза, а как действительная и мнимая часть решения.

Результаты расчета в виде графика изменения, например, общего перемещения (**Total Translation**) можно просмотреть стандартным образом как график: „XY vs Set” – для одного узла во всем диапазоне частот; „XY vs ID” – для всех узлов при выбранной частоте.

7.3.5 Модальный анализ методом DDAM

Метод **DDAM (Dynamic Design Analysis Method)** определяет последовательность действий для проведения модального анализа, характерного для реакции оборудования судна на подводный взрыв. Метод имеет внутренний идентификатор **DDAM** и код задачи **187** (см. табл.П9.1 Приложения 9).

Для создания задания на решение задачи командой **Model→Analysis...** вызывается диалоговая панель „Analysis Set Manager” (см. рис.4.13-а), инициируется кнопка „New”, на панели „Analysis Set” выбирается в списке „Analysis Type” (см. рис.4.13-б) тип задачи „2..Normal Modes / Eigenvalues”.

В разделе „Options” необходимо найти подраздел „DDAM”, с помощью кнопки „Edit...” вызвать диалоговую панель „NASTRAN DDAM Solution Options” (см. рис.7.11-а) и инициировать на ней опцию „Enable DDAM Analysis”. Опция „Include Path in All File-names” (подключить пути во всех именах файлов) по умолчанию активирована.

Результаты расчета создаются за три этапа:

- NX Nastran вычисляет собственные частоты, коэффициенты участия и модальные эффективные веса для каждого режима, все это записывается в текстовый файл **OUTPUT4**;
- FEMAP вычисляет модальные ударные реакции конструкции, причем используются: файл **OUTPUT4** и еще три файла, созданные FEMAP с использованием сведений, что введены пользователем с помощью панелей, изображенных на рис.7.11;
- Nastran формирует стандартные файлы результатов, они читаются FEMAP.

В секции „**Spectrum/Coefficient Options**” (спектр/коэффициенты) диалоговой панели „**NASTRAN DDAM Solution Options**” выбирается один из вариантов: „**Non-DDAM Spectrum Analysis**” (не DDAM спектральный анализ) или „**DDAM**” (DDAM спектральный анализ).

Если выбрать вариант „**Non-DDAM Spectrum Analysis**” или „**DDAM**” и „**Coefficient from Internal File**” (коэффициент из внешнего файла), то становится доступным поле „**Coefficient File**” для выбора соответствующего файла (с помощью кнопки

В случае выбора варианта „**Specify Coefficients**” (определение коэффициента) становится активной кнопка „**Specify Coefficients...**”, которая вызывает панель „**NASTRAN DDAM Coefficients**” (см. рис.7.11-б). На ней в секции „**Velocity and Acceleration Factors**” (коэффициенты скорости и ускорение) при необходимости в соответствующих полях задаются значения для: „**Fore/Aft (1)**” (нос/корма), „**Athwartship (2)**” (поперечное направление) и „**Vertical (3)**” (вертикаль). В секции „**Weighting Factors**” в полях с названиями **VA, VB, VC, AA, AB, AC** и **AD** (первые буквы – от Velocity и Acceleration) необходимо задать соответствующие весовые факторы. При необходимости можно инициировать опцию „**Modal Mass Cutoff Percentage**” и в поле „**Cutoff %**” задать процент (от 0 до 100) уменьшения массы (по умолчанию – 100%).

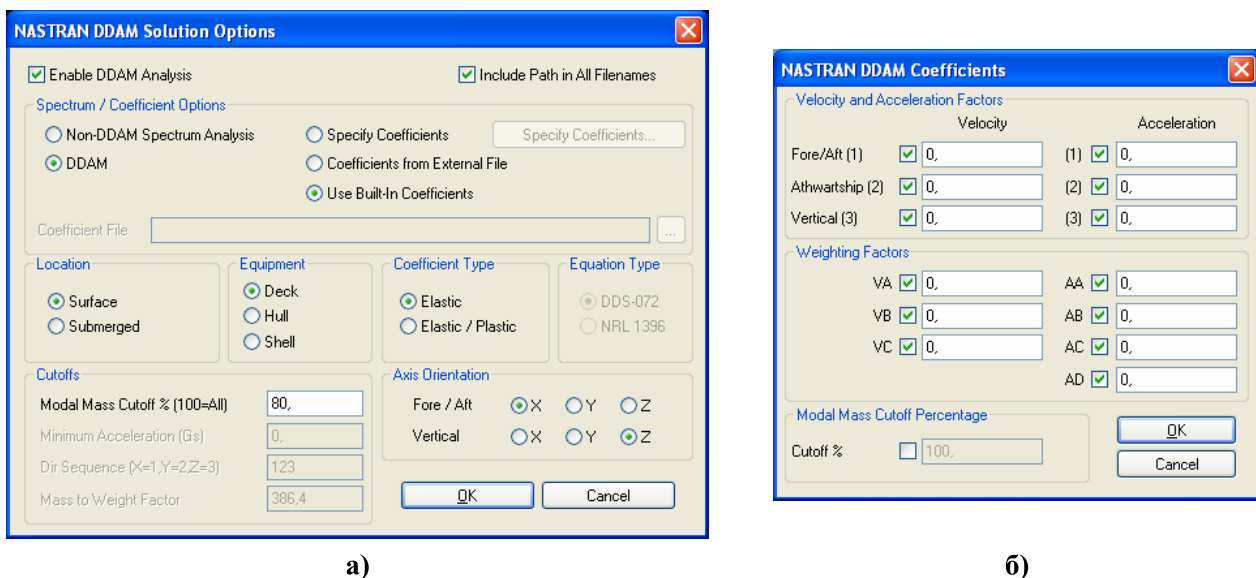


Рис.7.11. Диалоговые панели для настраивания модального анализа DDAM

В секции „**Equipment**” (оборудование) есть три варианта: „**Deck**” (палуба), „**Hull**” (корпус) и „**Shell**” (оболочка – для субмарины). В секции „**Location**” (локализация) выбирается „**Surface**” (на поверхности) или „**Submerged**” (субмарина на глубине). В секции „**Coefficient Type**” (тип коэффициента) выбирается „**Elastic**” (упругий) или „**Elastic/Plastic**” (упругий/пластический). В секции „**Cutoffs**” назначается „**Modal Mass Cutoff % (100=All)**” – процент (от 0 до 100) уменьшения массы. В секции „**Axis Orientation**” (ориентация осей) в строках „**Fore/Aft**” (нос/корма) и „**Vertical**” (вертикаль) выбираются нужные оси (**X, Y** или **Z**).

Опции секции „**Equation Type**”, а также опции „**Minimum Acceleration (Gs)**”, „**Dir Sequence (X=1,Y=2,Z=3)**” и „**Mass to Weight Factor**” не являются активными (не нужны) для NX Nastran.

Раздел 8

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ. КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ

Расчеты краевых контактных задач могут требовать очень значительные объемы оперативной и еще больше дисковой памяти, а также занимать очень много времени на этапе вычисления, поскольку решаются с применением итераций, в которых определяются зоны контакта, согласовываются контактные усилия и перемещения.

Основные сведения об особенностях контактных краевых задачах про определение НДС тел приведены в Приложении 8.

Контактные задачи формулируются для двух или большего количества тел. При этом тела могут иметь как конечную (деформируемое тело), так и бесконечную жесткость (жесткое тело или ограничения). В *первом* случае сначала создаются конечно-элементные модели всех тел, во *втором* случае контактная поверхность *жесткого* тела покрывается КЭ типа **PLOT ONLY**. Потом узлы КЭ, выходящие на контактные поверхности, связываются контактными КЭ.

Внимание: если поверхность контакта известна и отсутствует взаимное проскальзывание поверхностей контакта, задачу целесообразно решать как неконтактную, объединив два тела в одно.

В SPLMS.Fv10.2.0 есть два метода формирования возможных зон контакта в краевой задаче о контакте тел, а именно как контакт типа:

- „узел-узел”, с применением КЭ типа **GAP** в одномерном и типа **SLIDE LINE** в двумерном и трехмерном случае;
- „поверхность-поверхность”, с применением регионов. Реализовано в программах **NX Nastran**, **NE/NASTRAN**, **ABAQUS**, **MARC**, **ANSYS**, **LS-DYNA3D** и других.

8.1 Формирование зон контакта методом „узел-узел”

При формировании зон контакта методом „узел-узел” применяют контактные КЭ типа **GAP** в одномерном и типа **SLIDE LINE** в двумерном и трехмерном случае.

Контактные КЭ типа **GAP** или **SLIDE LINE** создаются с помощью команды **Model→Element...** (см. Раздел 3.4.1).

Проблемы при создании контактных КЭ типа **GAP** (зазор) связаны с тем, что он не может иметь длину, равную нулю, а также допускает лишь незначительный натяг.

Если при создании „**Property**” контактного КЭ на диалоговой панели „**Define Property – SLIDE LINE Element Type**” выбрать радиокнопкою вариант „**Symmetrical Penetration**”, то будут учитываться только симметричные члены матрицы жесткости контактного КЭ, что ускоряет расчет, но несколько снижает его точность.

Необходимо учитывать, что КЭ типа **SLIDE LINE** не имеет своей координатной системы, но должен находиться в плоскости **XY**. Поэтому, если это условие не выполняется в глобальной системе координат, в нужном месте необходимо создавать соответствующим образом ориентированную локальную систему координат, в которой и задавать КЭ типа **SLIDE LINE**.

Фактически контактный КЭ типа **SLIDE LINE** содержит перечень узлов *возможной* зоны контакта двух поверхностей, поскольку при его создании *последовательно* (от начального до конечного) указываются (отдельно на сторонах каждого тела) *все* узлы будущего (возможного) контакта. В созданных таким образом списках программа ищет узлы, которые противостоят друг другу с некоторым допуском (контактные пары узлов), потом между ними создает КЭ типа **GAP** (линия, соединяющая два узла, для моделирования работы на растяже-

ние (обычно с незначительной жесткостью для моделирования, например, сил молекулярного притяжения), сжатие и сдвиг).

Внимание: поскольку контактный КЭ типа **GAP** не может быть создан с нулевой длиной, то одно из контактирующих тел сначала нужно сдвинуть как жесткое тело (чтобы появился зазор между ними) в направлении, перпендикулярном к поверхности, создать все КЭ типа **GAP** или **SLIDE LINE** и потом придать телу верное положение. Жесткое смещение КЭ удобно проводить с помощью команды **Modify→Move By→Element...** Иногда есть смысл не двигать, а масштабировать КЭ (командой **Modify→Scale→Element...**, например, задать масштаб 0.99 относительно точки с нулевыми координатами).

О параметрах КЭ типа **GAP** или **SLIDE LINE** см. в таблице 3.2, об их создании – в Разделе 3.4.1.

Поскольку КЭ типа **SLIDE LINE** – плоский, то он включает в зону контакта тела лишь один ряд узлов на каждой поверхности контакта. Поэтому в объемных и осесимметричных контактных задачах необходимо узлы КЭС размещать ровными рядами с согласованным расстоянием между ними. Если такие ряды контактных КЭ создавать методом копирования прежде созданных, то *возникают совпадающие узлы*, которые необходимо обнаруживать и ликвидировать еще до придания подвинутому телу верного положения.

Все эти условности и дополнительные действия значительно усложняют создание контактных „связей” этим методом (узел-узел).

8.2 Формирование зон контакта с применением регионов

8.2.1 Общие сведения

Модель контакта с применением регионов для NX Nastran можно создавать между „твердыми” телами (**Solid**), оболочечными КЭ (**Shell**) и твердыми поверхностями (**Rigid Surfaces**). Предполагаются следующие условия моделирования контакта:

- контактные узлы и КЭ заранее не известны;
- трение моделируется в соответствии с законом трения Кулона разных модификаций (для анализа типа 701 – только классической формулировки);
- моделируется сцепление и проскальзывание;
- появление и исчезновение контактных зон (пар узлов, соединений) может иметь любую последовательность;
- разрешены самоконтакт в теле и двусторонний контакт тонких частей тела;
- может быть смоделирован „склеенный” контакт (только для анализа типа 601);
- возможен только сравнительно небольшой относительный сдвиг.

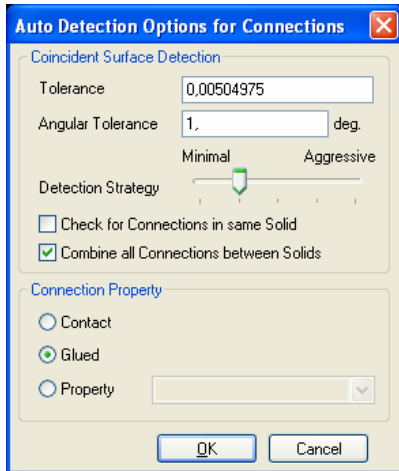
8.2.2 Автоматический и „ручной” варианты формирования зон контакта с применением регионов

Если в модели контакт осуществляется между поверхностями „твердых” тел (**Solid**), то есть смысл применять автоматический вариант поиска контактных поверхностей, который инициируется командой **Connect→Automatic...** (при отсутствии „твердых” тел эта команда не активна). После выбора „твердых” тел появится диалоговая панель, изображенная на рис.8.1-а.

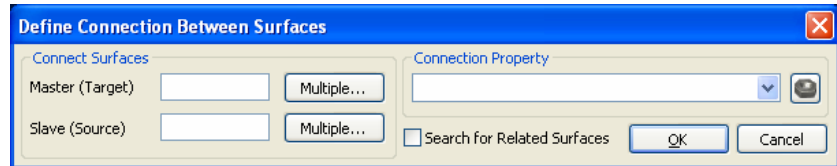
В секции „**Coincident Surface Detection**” есть такие опции:

- „**Tolerance**” и „**Angular Tolerance _ deg.**”: устанавливают критические величины зазора и угла наклона (градусов) между поверхностями „твердых” тел, которые не позволят считать, что эти поверхности могут при анализе контактировать;
- „**Direction Strategy**” (стратегия выявления): от „**Minimal**” (минимальная) к „**Aggressive**” (агрессивная) – пять степеней. Первая степень („**Minimal**”) – только плоские поверхности; вторая – дополнительно рассматриваются цилиндрические, сферические, конусные поверхности и тороиды; третья – дополнительно используются логические (Булевы) операции; четвертая – как третья, но предварительно все „твердые” тела „раздуваются” на величину в 0.5 от „**Tolerance**” (от критической величины зазора); пятая („**Aggressive**”) – как четвертая, но тела „раздуваются” на полную величину „**Tolerance**”;

- „**Check for Connections in same Solid**” – проверять на „самоконттакт”, т.е. соединение в том же теле (например, берега трещины в теле при ее закрытии входят в контакт);
- „**Combine all Connections between Solids**” – объединить все соединения в теле в единый регион. Нуждается в отключении в случае наличия „самоконтакта”;



а)




б)


Рис.8.1 – Диалоговые панели настраивания: а) – автоматического поиска поверхностей контакта; б) – „ручного” поиска поверхностей контакта

В секции „**Connection Property**” есть такие варианты: „**Contact**” (создание нового контактного „**Property**”), „**Glued**” (создание нового контактного „**Property**” типа „клея”) и „**Property**” (выбрать из списка уже существующее „**Property**” и использовать его).

Примечание 8.1. Вариант „**Glued**” не может применяться в типах анализа **601** и **701** (см. табл.4.2). Этот вариант имеет такие особенности: во-первых, создаются жесткие связи типа „**Springs**”, которые не допускают относительные смещения объектов контакта; во-вторых, нельзя в NX Nastran 7.1 применять *итерационный* процесс решения линейной системы алгебраических уравнений.

Можно использовать „ручной” вариант поиска контактных поверхностей: дать команду **Connect→Surface...** Появится диалоговая панель, изображенная на рис.8.1-б. У поля „**Master (Target)**” (главная) и „**Slave (Source)**” (подчиненная) вводятся номера двух поверхностей или с помощью кнопок „**Multiple...**” создаются списки поверхностей, выбирается или (с помощью кнопки ) создается контактное „**Property**” (см. ниже). Если установить опцию „**Search for Related Surfaces**” (поиск связанных поверхностей), то в регион будут автоматически включаться поверхности, логически связанные с уже найденными. Например, одна поверхность логическими операциями разделена на несколько; цилиндрическое отверстие в среде **Parasolid** имеет две логически связанные поверхности.

8.2.3 Диалоговая панель „**Define Connection Property**”

Диалоговая панель „**Define Connection Property**” (кроме кнопки  еще вызывается командой **Connect→Connection Property...**) имеет общую зону и 8 вкладок, из них лишь три предназначены для NX Nastran. В общей зоне, кроме стандартных полей, есть поле списка „**Connect Type**” (тип соединения) с двумя вариантами: „**0..Contact**” (контакт) и „**1..Glued**” (склеивание). Кнопкой „**Defaults**” рекомендуют заполнить опции стандартными значениями.

8.2.3.1 Вкладка „**NX Linear**” диалоговой панели „**Define Connection Property**”

Первая вкладка „**NX Linear**” (см. рис.8.2) предназначена для настраивания анализа типа 101 – линейного статического (см. табл.4.2). Кроме того, некоторые данные, введенные на этой панели, используются во всех типах контактного анализа.

В секции „**Contact Pair (BCTSET)**” есть такие опции:

- „**Friction**” – статический коэффициент трения Кулона;
- „**Min Contact Search Dist**” – минимальное расстояние для поиска пары контакта i – го узла. **Внимание:** при наличии натяга это расстояние может быть отрицательным;

- „**Max Contact Search Dist**” – максимальное расстояние для поиска пары контакта i – го узла (измеряется вдоль нормали к поверхности КЭ из точки, имеющей координаты узла).

В секции „**Contact Property (BCTPARM)**” опции должны иметь одинаковые значения во всех „**Connection Property**”. Поэтому FEMAP будет пользоваться значениями *лишь из одной* „**Connection Property**”, которая связана с *наименьшим* номером КЭ. Это такой набор опций:

- „**Max Force Iterations**” – максимальное количество итераций для уравнивания контактных усилий и достижения условия взаимного не проникновения (внутренний цикл);

- „**Max Status Iterations**” – максимальное количество „внешних” итераций для нахождения решения;

- „**Force Convergence Tol**” – точность сходимости контактных усилий (евклидова норма). По умолчанию принято значение, равное 0.01;

- „**Convergence Criteria**” – критерии сходимости. Варианты из списка: „**0..Number of Changes**” (число изменений), „**1..Percentage of Active**” (процент от активных контактных элементов внешнего цикла);

- „**Num For Convergence**” – числовое значение для предыдущей опции;

- „**Min Contact Percentage**” – минимальный процент от контактных КЭ, которые считаются активными. По умолчанию принято значение, равное 100;

- „**Adaptive Stiffness**” – адаптивная жесткость штрафа. Опция подключает алгоритм использования адаптивной жесткости штрафа в контактном методе штрафа;

- „**Penetration Factor**” – коэффициент проникновения. Определяет коэффициент проникновения для алгоритма, подключаемого предыдущей опцией. По умолчанию значение 0.0001;

- „**Initial Penetration**” – начальное проникновение. Варианты из списка: „**0..Calculated**” (вычисление с использованием координат узлов), „**2..Calculated / Zero Penetrations**” (как предыдущее, но при наличии проникновения устанавливается нулевое значение), „**3..Zero Gap/Penetration**” (для мест с зазорами и натягом – нуль);

- „**Shell Offset**” – учитывать толщину оболочки. Варианты из списка: „**0..Include shell thickness**” (учитывать) и „**1..Do not include thickness**” (не учитывать);

- „**Avg Methods**” – метод усреднения для контактных давления и натяжения. Варианты из списка: „**0..Include All Elements**” (включать *все* КЭ зон контакта) и „**1..Include Active Elements**” (включать только активные (реально контактирующие) КЭ);

- „**Contact Status**” – статус контакта. Варианты из списка: „**0..Start from Prev Subcase**” (запуск от предыдущего случая) или „**1..Start from Init State**” (запуск от начального состояния);

- „**Contact Inactive**” – активность контактных КЭ. Варианты из списка: „**0..Can Be Inactive**” (все контактные КЭ могут стать неактивными), „**1..Restrict From Inactive**” (запрет предыдущей ситуации, приводящей к преждевременному прерыванию процесса решения задачи);

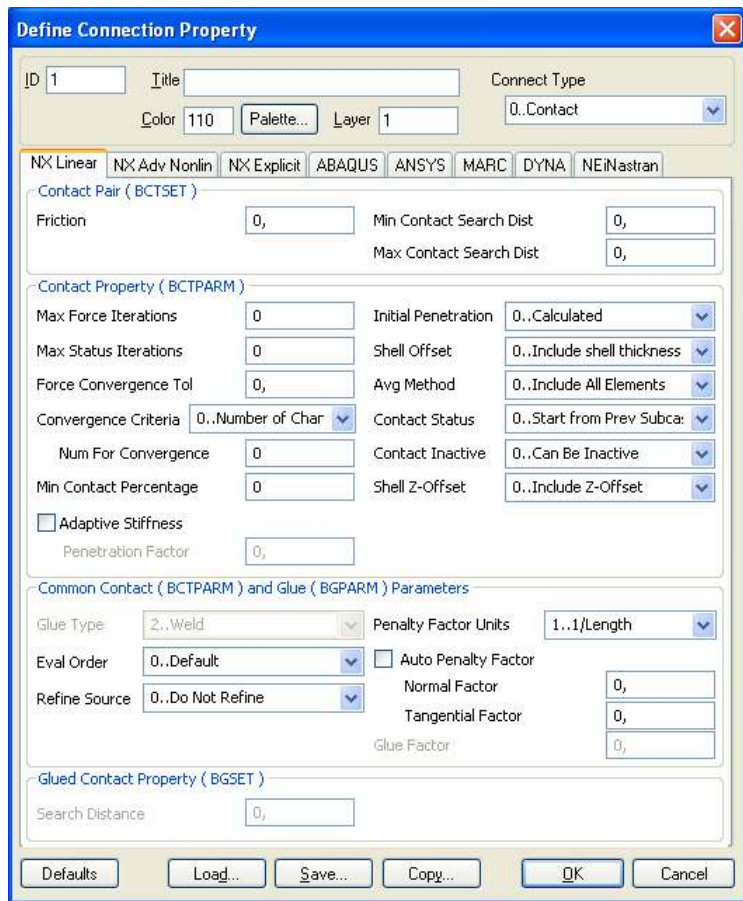


Рис.8.2 – Диалоговая панель настраивания „**Connection Property**” для анализа типа 101

- „**Shell Z-Offset**” – (Z-отступ в оболочечных КЭ, только для контакта типа „склеивание”). Варианты из списка: „**0.Include Z-Offset**” (учитывать), „**1.No not Include Z-Offset**” (не учитывать при определении зоны контакта).

В секции „**Common Contact (BCTPARAM) and Glue (BGPARM) Parameters**” (общие параметры контакта и склеивания) есть такие опции:

- „**Glue Type**” – тип склеивания. Варианты из списка: „**1.Spring**” (для определения величин в соединении будут использоваться нормальные и касательные к контактной поверхности связи, с учетом величин, введенных в полях „**Auto Penalty Factor**”, „**Normal Factor**” и „**Tangential Factor**”), „**2.Weld**” (сварка; используется только значение из поля „**Glue Factor**”. Установлено по умолчанию);

- „**Eval Order**” – порядок оценивания взаимного проникновения. Варианты из списка: „**0.Default**” (по умолчанию, как в NX Nastran), „**1.Low**” (низкий порядок точности), „**2.Medium**” (средний) и „**3.High**” (высокий). **Внимание:** повышение точности увеличивает время поиска решения;

- „**Refine Source**” – модифицировать сетку КЭ в зоне контакта? Варианты из списка: „**0.Do Not Refine**” (не делать этого), „**1.Refine Source to Target**” (модифицировать, используя информацию о контактной поверхности) и „**2.NXN 7.0 Method**” (метод NX Nastran версии 7.0);

- „**Penalty Factor Units**” – модуль фактора штрафа. Выбирается один из вариантов его подсчета: „**1.1/Length**” (обратно длине) или „**2.Force/(Length x Area)**” (отношение силы к произведению длины на площадь) в случае выбора опции „**Glue Type**” (см. выше) как „**1.Spring**”; а при выборе „**2.Weld**” – два других варианта: „**1.Scale Factor**” (масштаб) или „**2.F/L^2**” (отношение силы к квадрату длины);

- „**Auto Penalty Factor**” – фактор штрафа формировать автоматически;

- „**Normal Factor**” – фактор штрафа (жесткости проникновения) для нормального направления;

- „**Tangential Factor**” – фактор штрафа для тангенциального направления (в 10 ... 100 раз меньше нормального);

- „**Glue Factor**” – фактор склеивания. Опция доступна лишь в случае выбора опции „**Glue Type**” (см. выше) в варианте „**2.Weld**”.

Внимание:

- в NX Nastran 7.1 для типа краевой задачи 153 (см. табл. 4.2) может использоваться контакт типа „**Glue**” только в варианте „**1.Spring**”;

- в NX Nastran 7.1 для контакта типа „**Glue**” нельзя применять *итерационный* метод решения системы алгебраических уравнений, порождаемых методом конечных элементов (см. Примечание 8.1 на стр. 174).

В секции „**Glued Contact Property (BGSET and BGPARM)**” (свойства склеенного контакта) есть лишь одна опция: „**Search Distance**” – расстояние для поиска i – й пары контакта. **Внимание:** при наличии натяга это расстояние может быть отрицательным. Кроме того, лишь *единственное* значение дистанции используется в NX Nastran 7.1 для контакта типа „**Glue**”.

8.2.3.2 Вкладка „NX Adv Nonlin” диалоговой панели „Define Connection Property”

Вторая вкладка „NX Adv Nonlin” (см. рис.8.3) предназначена для настраивания анализа типа 601 – нелинейного статического (см. табл. 4.2). Напомним, что в этом случае для NX Nastran в поле „**Connect Type**” можно применять лишь вариант „**0.Contact**”.

В секции „**General**” (общие) есть такие опции:

- „**Contact Type**” – алгоритм контакта: „**0.Constraint Function**” (ограничивающих функций), „**1.Segment Method**” (метод сегмента) и „**2.Rigid Target**” (жесткий целевой/ Не применим для двумерного (2D) контактного анализа);

- „**Double Sided**” – разрешение на использование для контакта обеих сторон поверхности оболочки;

- „**Initial Penetration**” – начальное проникновение. Варианты из списка: „**0.Eliminate**” (удалить), „**1.Eliminate/Print**” (удалить, создать и вывести в файл соответствующий список уз-

лов), „2..Ignore” (игнорировать) и „3..Specify with Gap Distance” (задавать значением из поля „Gap Distance”. При >0.0 – зазор; при <0.0 – проникновение, которое будет устранено);

- „Penetration Depth” – допустимая глубина проникновения для одностороннего контакта;

- „Segment Normal” – использовать ли интерполированный сегмент для определения нормали к поверхности. Варианты из списка: „0..Default” (как „1..Used” – для одностороннего; как „-1..Not Used” – для двустороннего контакта), „1..Used” (использовать непрерывный (интерполированный) сегмент) и „-1..Not Used” (не использовать);

- „Offset Type” – тип отступа. Варианты из списка: „0..Single Sided” (только для односторонних), „1..Single/Double-Sided” (для односторонних и двусторонних) и „2..Half Shell Thick” (половина толстой оболочки);

- „Offset Distance” – размер отступа (для первых двух вариантов „Contact Type” можно задавать *разный* размер в разных регионах контакта).

- „Birth Time” – время создания контакта;

- „Death Time” – время окончания („смерти”) контакта (если это значение равно времени создания, то контакт игнорируется).

В секции „Standard Contact Algorithm” есть такие опции:

- „Disp Formulation” – формулирование перемещений. Варианты из списка: „0..Use NXSTRAT CTDISP” (по умолчанию, т.е. как определено переменной CTDISP в NXSTRAT), „1..Small Disp Formulation” (малые перемещения, условия контакта не обновляются) и „2..Large Disp Formulation” (большие перемещения, условия контакта обновляются);

- „Consistent Stiffness” – использовать (или нет) согласованную жесткость контакта;

- „Tied Tolerance” – точность связывания регионов в каждой паре контакта. В NX Nastran 7.1 при инициации этой опции считается, что регионы контакта имеют малые повороты;

- „Init Penetration Duration” – продолжительность ликвидации начального проникновения. Если задать 0.0, то начальное проникновение будет ликвидировано на первом временном шаге, но это может вызвать проблемы со сходимостью;

- „Surface Extension Factor” – фактор продления поверхности, обозначим как δl . Длина поверхности L увеличивается, равняется $(1.0 + \delta l) \cdot L$. Диапазон значений: от 10^{-6} до 0.1; по умолчанию = 0.001;

- „Friction Model” – модель трения. Варианты из списка: „0..Default (Param 1)” (постоянный коэффициент трения, определенный на вкладке „NX Linear” в секции „Contact Pair (BCTSET)” в поле „Friction”); „1..Constant (Param 1)” (постоянный коэффициент трения, определенный в поле „Friction Param 1”); „2..Model 1 (1,2)” (модель 1); „3..Model 2 (1,2,3)” (модель 2); „12..Modified Model 1(1,2)” (модифицированная модель 1); „13..Modified Model 2(1,2,3)” (модифицированная модель 2); „4..Static/Dynamic (1,2,3)” (разные коэффициенты трения статического и динамического); „5..vs Sliding Velocity (1,2,3)” (коэффициент трения зависит от скоро-

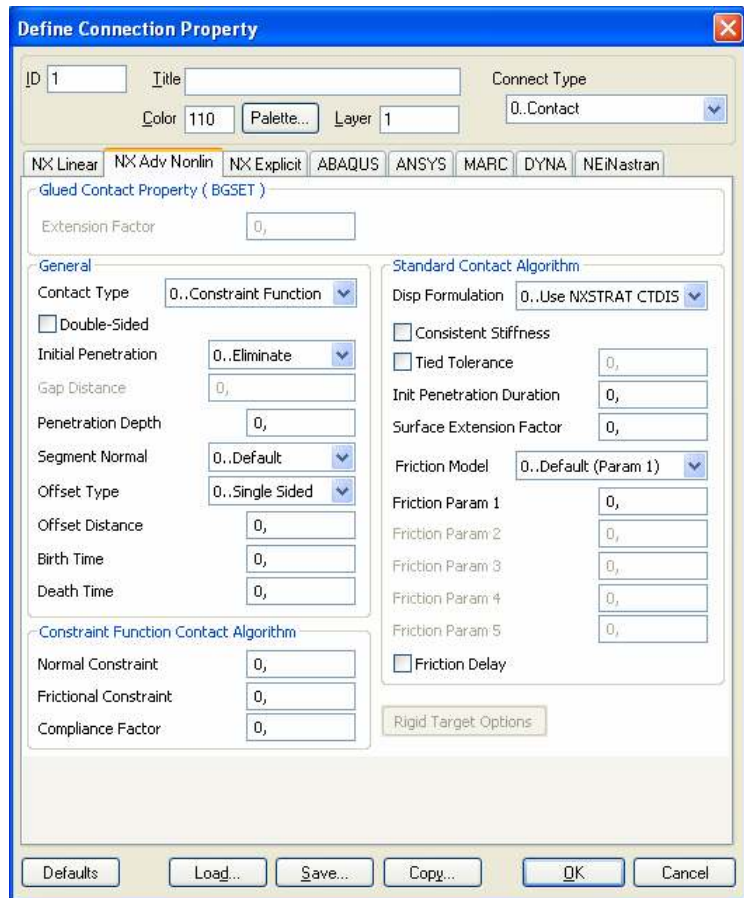


Рис.8.3 – Диалоговая панель настройки „Connection Property” для анализа типа 601

сти взаимного проскальзывания); „6..Anisotropic (1-5)” (анизотропная модель); „7..vs Contact Force (1,2)” (коэффициент трения зависит от контактного усилия); „8..vs Time (1,2,3)” (коэффициент трения зависит от времени) и „9..vs Coordinate (1-5)” (коэффициент трения зависит от координат). В скобках указываются номера параметров, которые используются для задания коэффициента. Формулы приведены в табл.П8.1 Приложения 8;

- „Friction Param 1”, „Friction Param 2”, „Friction Param 3”, „Friction Param 4” и „Friction Param 5” – значения параметров моделей трения;

- „Friction Delay” – использовать временную задержку. Условие наличие трения в контактной паре будет отсрочено на один шаг после образования контактной пары.

В секции „Constraint Function Contact Algorithm” (ограничения функции контактного алгоритма, только для варианта алгоритма контакта „0..Constraint Function”) есть такие опции:

- „Normal Constraint” – параметр ε_N (нормальное ограничение) функции $w(g, \lambda)$: см. формулу (П5.16-6) Приложения 8. По умолчанию $=10^{-12}$;

- „Frictional Constraint” – ограничения трения. Нужно задавать значения, которые >0.0 . По умолчанию $=0.001$;

- „Compliance Factor” – фактор компиляции. По умолчанию $=0.0$.

В случае выбора в опции „Contact Type” (алгоритм контакта) варианта „2..Rigid Target” (жесткий целевой, кроме 2D контактного анализа) стает активной кнопка „Rigid Target Options”, вызывающая диалоговую панель „NX Adv Nonlin Rigid Target Algorithm” (см. рис.8.4).

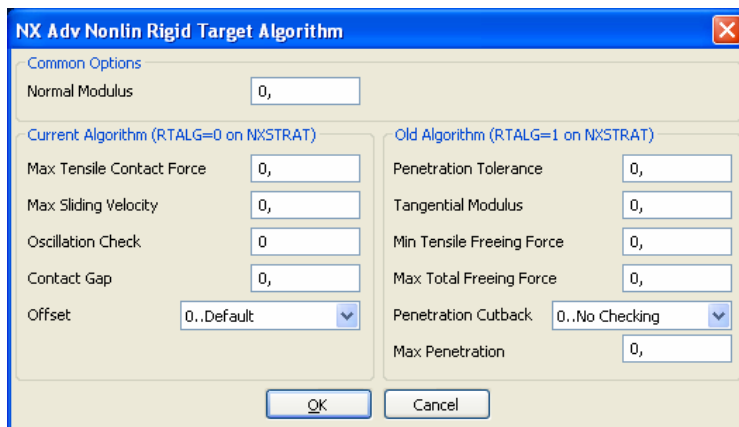


Рис.8.4 – Диалоговая панель введения опций контактного алгоритма „Rigid Target”

- „Max Sliding Velocity” – верхний предел скорости проскальзывания при использовании модели „липкого” трения (по умолчанию $=10^{-10}$). При превышении – проскальзывание;

- „Oscillation Check” – контроль осцилляций осуществлять через указанное число итераций (по умолчанию $=5$). При $=0$ – не контролировать;

- „Contact Gap” – контактный зазор. Контакт не идентифицируется при превышении указанного значения (по умолчанию $=0.0$);

- „Offset” – метод учета отступов от поверхности контакта. Есть три варианта: „0..Default” (не использовать отступ), „1..Sphere” (сферическое смещение), „2..Surface” (создаются две вспомогательные (нижняя и верхняя) поверхности на указанной величине отступа).

В секции „Old Algorithm (RTALG=1 on NXSTRAT)” есть такие опции:

- „Penetration Tolerance” – максимально допустимое значение для проникновения в тело (по умолчанию $=10^{-8}$);

- „Tangential Modulus” – касательный модуль контакта (по умолчанию $=0.0$);

- „Min Tensile Freeing Force” – минимальная допустимая сила контактного растяжения для разрыва контактной пары (по умолчанию $=0.001$);

- „Max Total Freeing Force” – максимальное значение суммы контактных сил растяжения в узлах, которые изменяют свой статус, со всей зоны контакта (по умолчанию $=1.0$). При превы-

В секции „Common Options” есть лишь одна опция „Normal Modulus” – нормальный модуль контакта. По умолчанию $=10^{11}$.

Внимание: используются значения лишь одной из описанных ниже секций, в зависимости от сделанного ранее выбора.

В секции „Current Algorithm (RTALG=0 on NXSTRAT)” есть такие опции:

- „Max Tensile Contact Force” – максимально допустимое растягивающее значение контактного усилия (по умолчанию $=0.001$);

шении этого значения алгоритм уменьшает текущее приращение времени, т.е. разделяет приращение контактных нагрузок на несколько частей;

- „**Penetration Cutback**” – сокращение проникновения. Есть такие варианты: „**0.No Checking**” (не проверять проникновение), „**Max Pen*Model Length**” (уменьшать текущее приращение времени, если превышено значение поля „**Max Penetration**” (см. ниже), умноженное на некую усредненную длину контакта), „**2.Max Penetration**” (то же действие, но при превышении значения поля „**Max Penetration**”);

- „**Max Penetration**” – допустимая глубина проникновения для одностороннего контакта.

Дополнительные сведения см. в Приложении 8 и книге „**Nonlinear Analysis Theory and Modeling guide**”, имеющейся в составе „**Help**”.

8.2.3.3 Вкладка „NX Implicit” диалоговой панели „Define Connection Property”

Третья вкладка „**NX Implicit**” (см. рис.8.5) предназначена для настраивания анализа типа 701 – прямого нелинейного динамического (см. табл.4.2). Напомним, что для NX Nastran в поле „**Connect Type**” можно применять лишь вариант „**0.Contact**”. Некоторые опции – такие же, как и на второй вкладке.

В секции „**General**” есть такие опции:

- „**Contact Type**” – тип контакта. Варианты из списка: „**0.Constraint Function**” (ограниченные функции), „**1.Penalty Method**” (метод штрафа) и „**3.Rigid Target**” (жесткий целевой);

- „**Double Sided**” – использовать для контакта обе стороны поверхности;

- „**Initial Penetration**” – начальное проникновение. Варианты из списка: „**0.Eliminate**” (ликвидировать), „**1.Eliminate/Print**” (ликвидировать и создать соответствующий список узлов) и „**2.Ignored**” (игнорировать);

- „**Penetration Depth**” – глубина проникновения для одностороннего контакта;

- „**Segment Normal**” – использовать ли интерполированный сегмент для определения нормали к поверхности. Варианты из списка: „**0.Default**” (по умолчанию), „**1.Used**” (использовать) и „**-1.Not Used**” (не использовать);

- „**Offset Type**” – тип отступления. Варианты из списка: „**0.Single Sided**” (только для односторонних оболочек), „**1.Single/Double-Sided**” (для односторонних и двусторонних) и „**2.Half Shell Thick**” (половина толстой оболочки, только с алгоритмом „**Rigid Target**”);

- „**Offset Distance**” – размер отступления;

- „**Friction**” – статический коэффициент трения.

В секции „**Time Activation**” есть такие опции:

- „**Birth Time**” – время создания контакта. По умолчанию =0.0;

- „**Death Time**” – время окончания („смерти”) контакта (если это значение равно времени создания, то контакт игнорируется).

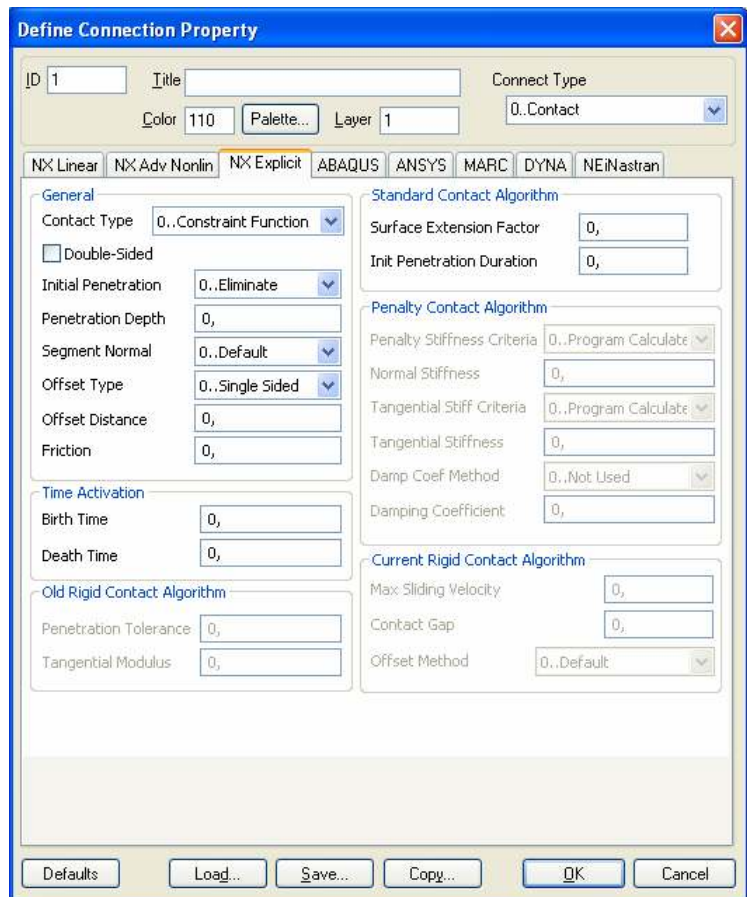


Рис.8.5 – Диалоговая панель настраивания „Connection Property” для анализа типа 701

В секции „**Standard Contact Algorithm**” (стандартный контактный алгоритм) есть такие опции:

- „**Surface Extension Factor**” – фактор продолжения поверхности, обозначим как δl . Длина поверхности L увеличивается, равняется величине $(1.0 + \delta l) \cdot L$. Диапазон значений: от 10^{-6} к 0.1; по умолчанию = 0.001;

- „**Init Penetration Duration**” – продолжительность ликвидации начального проникновения. Если задать 0.0 (по умолчанию), то начальное проникновение будет ликвидировано на первом же временном шаге, но это может вызвать проблемы со сходимостью.

В секции „**Penalty Contact Algorithm**” (контактный алгоритм штрафа) есть такие опции:

- „**Penalty Stiffness Criteria**” – критерий для оценивания нормальной жесткости штрафа. Варианты из списка: „**0..Program Calculated**” (величина „**Normal Stiffness**” вычисляется программой), „**1..User Defined**” (определяется пользователем в последующей опции);

- „**Normal Stiffness**” – величина нормальной жесткости штрафа;

- „**Tangential Stiff Criteria**” – критерий для оценивания жесткости штрафа в тангенциальном направлении. Варианты из списка: „**0..Program Calculated**” (величина „**Tangential Stiffness**” вычисляется программой), „**1..User Defined**” (определяется пользователем в последующей опции);

- „**Tangential Stiffness**” – величина жесткости в тангенциальном направлении;

- „**Damp Coefficient Method**” – метод задания коэффициента демпфирования. Варианты из списка: „**0..Not Used**” (демпфирование не используется), „**1..As Crit Damping Factor**” (демпфирование используется и является критическим фактором), „**2..Directly Defined**” (непосредственно определен в последующей опции);

- „**Damping Coefficient**” – коэффициент демпфирования. Относительное для варианта „**1..As Crit Damping Factor**” и абсолютное значение.

В секции „**Old Rigid Contact Algorithm**” (старый жесткий контактный алгоритм) есть такие опции:

- „**Penetration Tolerance**” – максимальное значение для проникновения в тело (по умолчанию = 10^{-8});

- „**Tangential Modulus**” – касательный (тангенциальный) модуль контакта (по умолчанию = 0.0).

В секции „**Current Rigid Contact Algorithm**” (актуальный жесткий контактный алгоритм) есть такие опции:

- „**Max Sliding Velocity**” – верхний предел скорости проскальзывания при использовании модели „липкого” трения (по умолчанию = 10^{-10}). При превышении – проскальзывание;

- „**Contact Gap**” – контактный зазор. Контакт не идентифицируется при превышении указанного значения (по умолчанию = 0.0);

- „**Offset Method**” – метод учета отступов от поверхности контакта. Есть три варианта: „**0..Default**” (не использовать отступ), „**1..Sphere**” (сферическое смещение), „**2..Surface**” (создаются две вспомогательные (нижняя и верхняя) поверхности на указанной величине отступа).

Дополнительные сведения см. в Приложении 8, а также в книге „**Nonlinear Analysis Theory and Modeling guide**”, имеющейся в составе „**Help**”.

8.2.4 Команды создания/редактирования объектов контактного региона

После создания хотя бы одного контактного региона в разделе „**Connections**” информационно-навигационной панели „**Model Info**” появляются объекты модели в полях **Properties**, **Regions** та **Connectors** (см. рис.8.6-а). Их названия можно изменить.

Если навести курсор мыши на эти объекты „**Model Info**” и щелкнуть правой кнопкой мыши, появится динамическая диалоговая панель, набор команд которой соответствует объекту. Для **Connections**→**Properties** такая панель изображена на рис.8.6-б, для **Connections**→**Regions** – на рис.8.6-в, для **Connections**→**Connectors** – на рис.8.6-г.

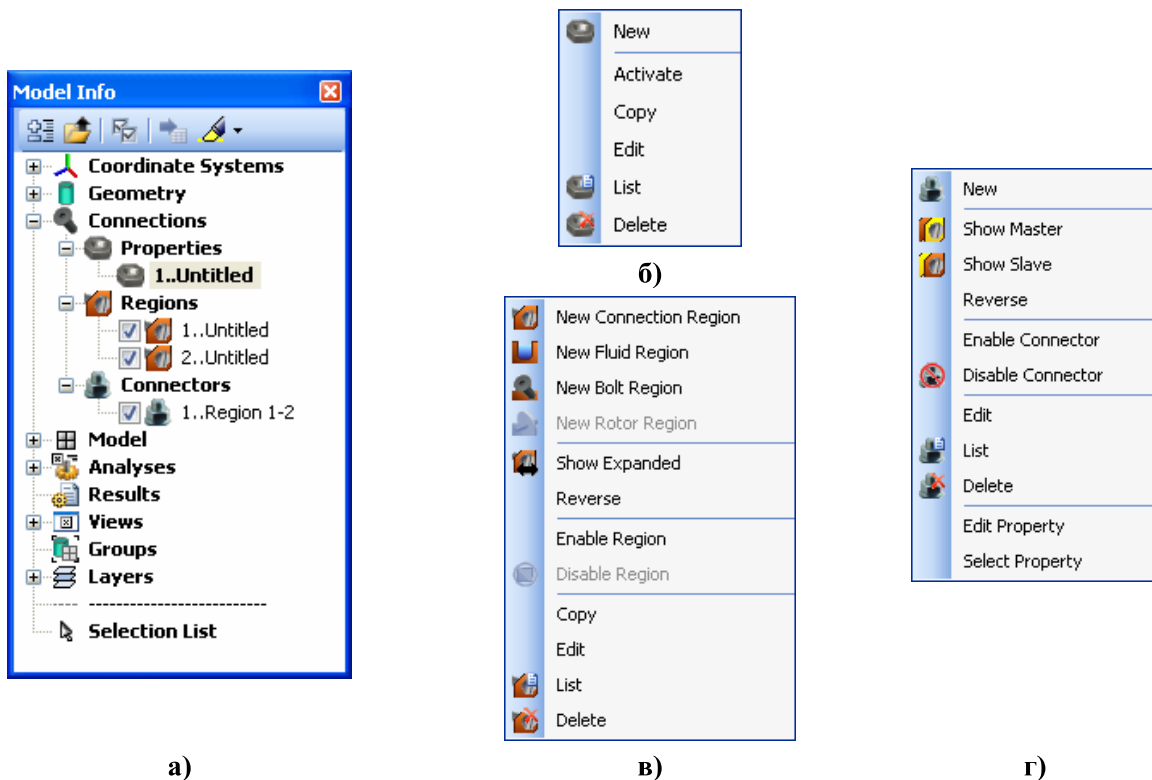


Рис.8.6 – Содержание панелей для Connections

Команда **Connect→Connection Property...**, а также команда „**Edit**” на панели, изображенной на рис.8.6-б, вызывают уже описанную диалоговую панель „**Connection Property**” (см. рис.8.2).

Команда **Connect→Connection Region...**, а также команда „**Edit**” на панели, изображенной на рис.8.6-в, вызывает диалоговую панель „**Connection Region**” (см. рис.8.7-а). Назначение панели – создание/редактирование контактного региона.

Главная задача – с помощью радиокнопок, опций и кнопок „**<<Add**”, „**Multiple...**”, „**Delete**” и „**Reset**” сформировать в большом поле список объектов, создающих контактный регион.

В секции „**Type**” выбирается тип контактного региона: „**Deformable**” (деформируемый) или „**Rigid**” (жесткий). В последнем случае (для анализа типов **601** и **701**) становится активным поле „**Ref Node**”, в которое нужно ввести номер узла, в котором (будут) заданы ограничения (**Constraint**), смещение (**Displacement**), скорость перемещения (**Velocity**) и т.п., которые будут перенесены на весь контактный регион жесткого типа.

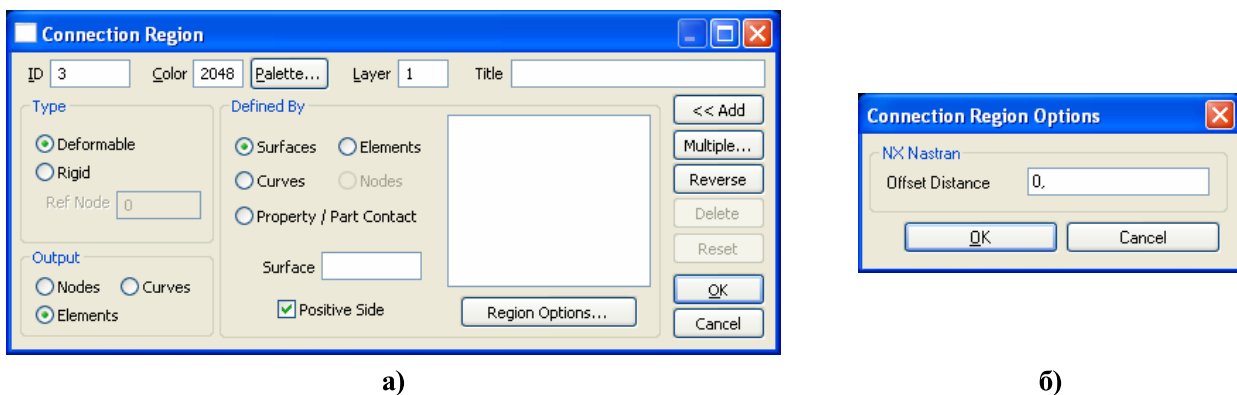


Рис.8.7 – Диалоговые панели: а) – контактного региона; б) – опций контактного региона

В секции „**Define By**” радиокнопками „**Surfaces**”, „**Elements**”, „**Curves**”, „**Nodes**” и „**Property / Part Contact**” выбирается тип объекта, который будет входить в контактный регион, причем в зависимости от типа объекта в нижней части секции появляются дополнительные поля, опции и кнопки, а именно:

- для „Surfaces” – поле „Surface” для введения номера поверхности и опция „Positive Side” – для изменения стороны поверхности (положительная или нет). Если поверхность ассоциирована с КЭ типа **Solid**, то сторона поверхности не имеет значения;
- для „Elements” – поля „Element” и „Face” для введения номеров КЭ и поверхности КЭ;
- для „Curves” – поле „Curve” для введения номера линии и опция „Positive Side” – для изменения стороны линии (положительна или нет, но эта опция в SPLMS.Fv10.2.0 реально не используется) или список „CSys” координатных систем проекта;
- для „Nodes” – поле „Node” для введения номера узла;
- для „Property / Part Contact” – поле „Property” для введения номера „Property” КЭ, причем для ограничения количества КЭ, которые имеют такое „Property” и будут включены в список, есть кнопка „Contact Box...”, которая вызывает стандартную панель для создания точки в пространстве. Таких точек будет создано две. Эти точки – противоположные угловые точки четырехугольного „бокса”. Все КЭ, что имеют указанное „Property” и геометрические центры которых лежат в рамках „бокса”, будут включены в контактный регион. Для удаления назначений границ „бокса” есть кнопка „Delete”.

Кроме того, в секции „Define By” есть кнопка „Region Options...”, вызывающая панель „Connection Region Options” (см. рис.8.7-б), где в поле „Offset Distance” можно установить величину отступления от объекта контактного региона.

В секции „Output” радиокнопками „Nodes”, „Curves” и „Elements” выбирается тот тип объекта модели, к которому все назначения будут переназначаться программой FEMAP при создании файла для передачи модели в программу-анализатор (NX Nastran или другой).

Эта панель – универсальна, как и среда FEMAP. Поэтому вариантов – много, причем для NX Nastran нужны не все варианты, а лишь несколько.

Некоторые дополнительные сведения об условиях использования разных вариантов можно получить в „Help”, а именно в FEMAP→Commands→4. Finite Element Modeling→4.4 Creating Connections and Regions→4.4.4 Connect, Connection Region...

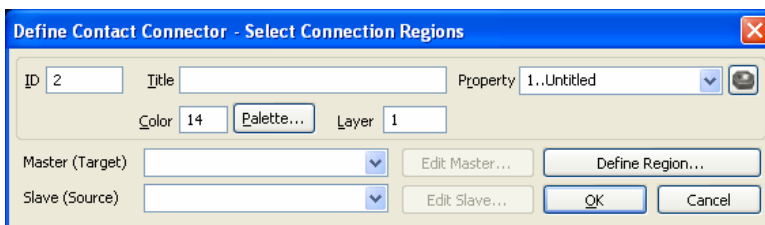



Рис.8.8 – Диалоговая панель для создания/редактирования списка контактных регионов, создающих контакт

(или редактирование существующего контактного соединения).

На этой панели нужно в поле „Property” выбрать одно из созданных ранее „Connection Property” (или с помощью кнопки  создать новое); в списках „Master (Target)” (главный, цель) и „Slave (Source)” (ведомый, источник) – по одному з контактных регионов, которые будут создавать контакт, причем с помощью кнопок „Edit Master” и „Edit Slave” можно вызвать диалоговую панель „Connection Region” (см. рис.8.7-а) для редактирования выбранных контактных регионов, а кнопки „Define Region” – такую же панель для создания нового контактного региона.

8.3 Дополнительные пояснения к контактным алгоритмам

В случаях, когда программа объединяет значения, которые заданы на панелях для разных контактных регионов, она использует значения, заданные для контактного региона с *наибольшим ID*. Поэтому нужно иметь в виду, какие данные – общие, а какие – индивидуальные.

Когда в поле „Eval Order” (см. рис.8.2) устанавливается разный порядок оценивания взаимного проникновения, то алгоритм использует разное количество точек на контактирующей поверхности КЭ, в зависимости от количества узлов, которое содержат поверхности КЭ – см.

Команда **Connect→Connector...**, а также команда „Edit” на панели, изображенной на рис.8.6-г, вызывает диалоговую панель „Define Contact Connector – Select Connection Region” (см. рис.8.8). Назначение панели – создание нового контактного соединения (из прежде созданных кон-

табл.8.1. С повышением порядка оценивания контактные силы и напряжения получают более гладкие распределения.

Таблица 8.1 – Зависимость количества точек на фронтальной поверхности двумерного КЭ и боковой поверхности трехмерного КЭ от порядка оценивания взаимного проникновения тел, порядка приближения в КЭ и геометрии контактирующей грани КЭ

Порядок приближения / геометрия поверхности	Установленный порядок оценивания взаимного проникновения		
	1	2	3
Линейный / треугольная	1	3	7
Параболический / треугольная	3	7	12
Линейный / четырехугольная	1	4	9
Параболический / четырехугольная	4	9	16

Внимание:

- в узлах контактной поверхности не желательно задавать перемещения и другие граничные условия, поскольку в контактном алгоритме такие узлы будут проигнорированы или вызовут фатальную ошибку (последний случай возникает, например, при использовании граничных узлов в формульных (**Model→Constraint→Equation...**) связях);
- фатальные ошибки в работе контактного алгоритма может вызвать неудачная нумерация контактных регионов;
- неверные результаты можно получить после запрещения степеней свободы узлов командой **Modify→Update Other→Perm Constraint...**

8.4 Создание задания для проведения расчета краевой контактной задачи

При создании задания, на диалоговой панели „**Analysis Set Manager**” (вызывается командой **Model→Analysis...**) иницируется кнопка „**New...**”, на панели „**Analysis Set**” выбирается в списке „**Analysis Type**” (см. рис.4.13-б) значение:

- „**1..Static**” (статика), „**10..Nonlinear Static**” (нелинейная статика) или „**22..Advanced Nonlinear Static**” (нелинейная статика, „передовой” анализ, см. Раздел 6.3.8 и Приложения П5, П6, П8) – статические контактные задачи;
- „**23..Advanced Nonlinear Transient**” (неявный метод Ньюмарка, см. пункт П7.3.1.1 Приложения 7) или „**24..Advanced Nonlinear Explicit**” (явный центрально-разностный алгоритм, **CDM**; см. пункт П7.3.1.2) – динамические контактные задачи (переходной, эволюционный анализ).

В случае назначения типов задач **22..**, **23..** и **24..** еще нужно настроить некоторые опции. Об этом – см. Раздел 6.4.

Поскольку зоны контакта могут быть определены с точностью расстояния между узлами контактной поверхности тела, то точность решения контактной задачи не может быть очень высокой. В полученном решении смещения в зоне контакта всегда рассчитываются точнее, чем контактные усилия. Поэтому значения (по умолчанию) точность для контактных усилий (поле „**Contact Force Tol**” – см. рис.6.16) в 0.05, т.е. в 5% является нормальным явлением. **Внимание:** чрезмерные требования относительно точности решения контактной задачи приведут к исчерпанию заданного на панели „**NXSTRAT Iteration and Convergence Parameters**” (см. рис.6.16) максимального количества итераций и к фатальной ошибке.

Если при создании „**Connection Property**” применялся метод „**1..Segment Method**” (см. рис.8.3 и рис.8.5), то:

- все тела модели должны иметь отдельные (свои) условия закрепления;
- нельзя назначать в поле „**Convergence**” (см. рис.6.16) такие методы оценки сходимости: „**0..Energy**” (энергия) и „**1..Energy and Force**” (энергия и сила).

Раздел 9

ПРОСМОТР РЕЗУЛЬТАТОВ И ДРУГИХ ВВЕДЕННЫХ ДАННЫХ

Просмотр результатов расчетов краевой задачи, а также других введенных данных, обеспечивают постпроцессорные инструменты FEMAP.

9.1 Загрузка результатов расчетов краевой задачи

Есть два варианта появления результатов расчетов краевой задачи в FEMAP:

- результаты получены встроенным в FEMAP анализатором и содержатся в файлах проекта *.modfem (*.mod предыдущих версий FEMAP), *.op2, *.f06 и других (см. Раздел 1.4);
- импорт результатов, полученных с применением других программных продуктов.

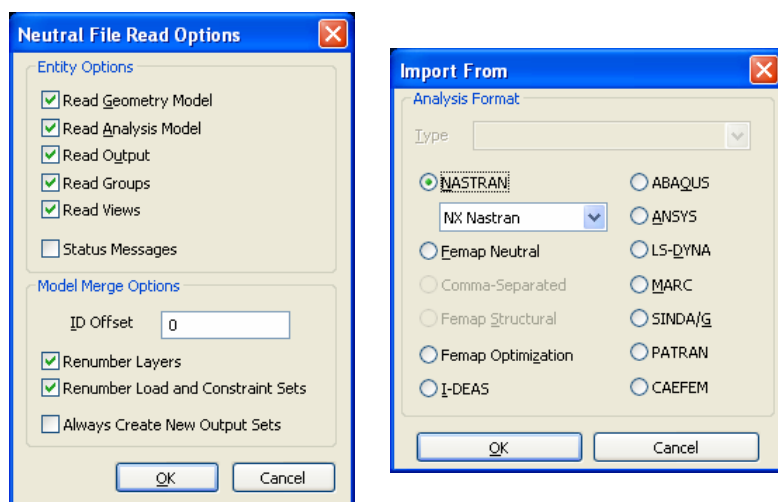
9.1.1 Импорт результатов расчетов краевой задачи другими программами

Первый вариант: командой **File→Open...** из файлов проектов, которые имеют формат *других* программ. В FEMAP 10.2 читаются форматы ABAQUS (*.inp) и ANSYS (*.ans), т.е. есть прямой интерфейс с этими программами, а также формат *.neu, который некоторые программы применяют как „родной”, и другие – как универсальный формат экспорта/импорта данных.

Другой вариант: с помощью команды **File→Import→FEMAP Neutral...** из файлов типа *.neu или *.fno. Нужно начать новый проект (**File→New**), потом указанной командой вызвать диалог поиска файла в файловой системе ПЭВМ.

При открытии файла формата *.neu появляется диалоговая панель (см. рис.9.1-а), на которой нужно указать, что импортировать: геометрию, конечно-элементную модель, результаты...

Внимание: если проводить *импортирование* в уже открытый *другой* проект (не начать новый проект командой **File→New**), то можно получить непредвиденные эффекты, если с помощью опции „ID Offset” (см. рис.9.1-а) задать недостаточный „сдвиг” для ID всех объектов, что будут введены (точек, линий, поверхностей, тел, узлов, элементов, материалов и др.). С целью избежать аналогичных проблем есть смысл применять еще такие опции: „**Renumber Layers**” (перенумеровать уровни), „**Renumber Load and Constraint Sets**” (перенумеровать наборы нагрузок и закреплений) и „**Always Create New Output Set**” (всегда создавать новый набор результатов).



а)

б)

Рис.9.1. Диалоговые панели: а) – опции „нейтральной модели”; б) – выбор программы

Еще один вариант: отдельный импорт КЭ модели и результатов. Сначала командой **File→Import→Analysis Model...** вызывается панель, изображенная на рис.9.1-б, указывается программа, которая создавала модель; после команды „OK” осуществляется поиск файла в файловой системе ПЭВМ. Потом командой **File→Import→Analysis Results...** вызывается фактически такая же диалоговая панель (см. рис.9.1-б), где выбирается название программы, которая проводила расчет; после команды „OK” осуществляется поиск файла результа-

тов (в частности, *.op2, *.f06 или *.xdb для Nastran, *.fil или *.fin для ABAQUS, *.rst или *.rth для ANSYS) в файловой системе ПЭВМ.

После импортирования набора результатов в *открытый* проект новый набор добавляется к существующим, поэтому его можно просмотреть таким же способом, что и другие. Об этом – в Разделе 9.3.

9.1.2 Загрузка результатов расчетов NX Nastran

В FEMAP для просмотра *информационных сообщений* программы NX Nastran нужно с помощью команды **File→Import→Analysis Results...** открыть файл с расширением имени .f06. Появляется панель с информацией о наличии сообщений (см. рис.9.2-а). Для их просмотра дается команда „**Show Details...**”.

Появляется панель (см. рис.9.2-б), верхняя часть которой содержит заголовки, а нижняя – короткое описание предостережения или сообщения, в частности о фатальных ошибках. Информацию о некоторых характерных сообщениях NX Nastran помещено в Приложении 11.

NX Nastran создает битовые файлы результатов расчетов с расширением имени .op2 и .xdb. В FEMAP их необходимо импортировать с помощью команды **File→Import→Analysis Results...**, причем проект (файл *.modfem) должен быть „загружен” раньше.

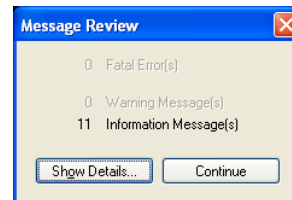
Иногда возникает необходимость в удалении результатов расчетов из проекта. Это делается с помощью команды **Delete→Output**.

9.2 Комбинирование и редактирование результатов расчетов краевой задачи

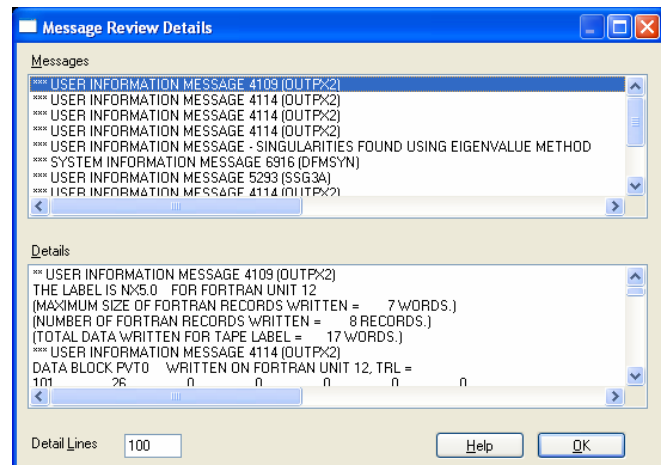
Результаты расчетов NX Nastran фактически являются таблицами со столбцами (векторами) значений в узлах (температура, перемещения вдоль оси X, ...) или конечных элементах (температура в одномерных КЭ, напряжения в характерных точках, ...). Названия основных векторов – результатов расчетов краевых задач – приведены в Приложении 12.

Иногда возникает необходимость в комбинировании, преобразовании, экстраполяции, даже в редактировании таблиц результатов. Для проведения этих действий в FEMAP есть группа команд (общую часть **Model→Output→** команды опускаем):

- **Create/Manage Set...** (установить): из списка (см. рис.9.3-а) выбирается (активируется) набор результатов или создается новый (пустой) набор для дальнейшего наполнения (задаются новый „ID” и „Title”, можно добавить заметки). При необходимости изменяется значение „Set Value”. Для дезактивации *всех* наборов дается команда „None Active”;
- **Vector...** (выбрать вектор): из активизированного списка выбирается категория вектора (см. рис.9.3-б), тип данных из этого вектора (в поле „Type”): значение или амплитудное значение (**0..Value or Magnitude**), фаза (**1..Phase**), действительная (**2..Real Component**) или мнимая (**3..Imaginary Component**) компонента (последние три – для колебаний); в списке векторов выбранной категории (нижняя часть панели) – собственно вектор;
- модификации данных в выбранном предыдущей командой векторе:
 - ♦ **Define...** (изменение значений в узлах или КЭ): на рабочем поле курсором „мыши” выбирается узел КЭС (или КЭ), в поле „Data Value” (см. рис.9.3-в) указывается но-



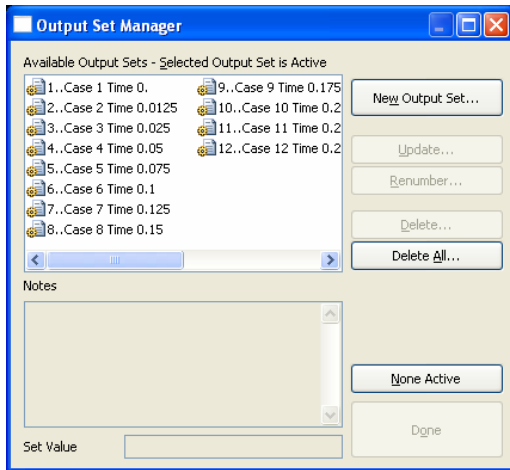
а)



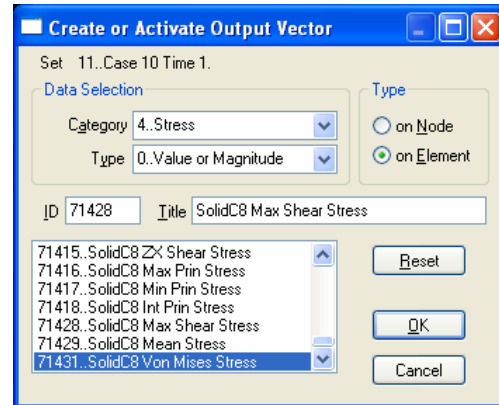
б)

Рис.9.2. Панели просмотра отчета о процессе решения краевой задачи

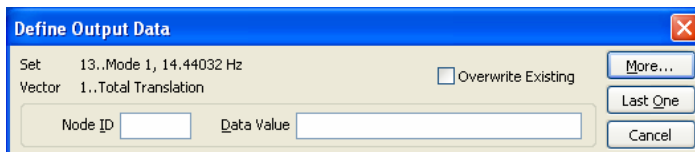
- вое значение. Для продолжения есть кнопка „**More...**”, для окончания – „**Last One**”. Предусмотрена опция „**Overwrite Existing**” (осуществить наложение записей);
- ♦ **Fill...** (вычисление значений в узлах или КЭ с помощью формульных вычислений): на рабочем поле курсором „мыши” выбираются необходимые узлы КЭС (или КЭ), в поле „**Equation**” (см. рис.9.3-г) задается формула вычисления величины в зависимости от номера узла или КЭ (**ID**), или постоянное значение. Например, выражение **XND(!i)** дает координату **X** узла; выражение **SQRT (SQR(VEC(1; 31; !i)) + SQR(VEC(2; 31; !i)) + SQR(VEC(3; 31; !i)))** – среднее квадратичные значения температуры узлов из трех наборов (см. Приложение 2);



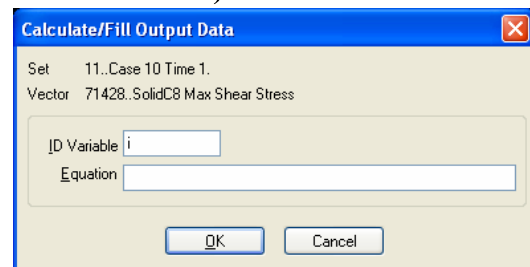
а)



б)



в)



г)

Рис.9.3. Диалоговые панели работы с результатами расчетов: а) – активации / деактивации набора; б) – выбор вектора; в) – изменение значений; г) – заполнение значений

- **Process...** – комплекс команд для манипуляций результатами. На диалоговой панели „**Process Output Data**” (см. рис.9.4-а) выбирается одна из вкладок операций: „**Copy**” (копирование), „**Merge**” (слияние), „**Linear Combination**” (линейное комбинирование), „**RSS Combination**” (Root Sum Square Combination – комбинирование среднеквадратичное значение), „**Envelope**” (выбор по условию), „**Error Estimate**” (оценка погрешности), „**Convert**” (конвертирование от узлового вывода к элементному выводу, и наоборот). Затем радиокнопками выбирается один из вариантов: „**Complete Output Set**” (окончательный набор вывода) или „**One or More Selected Output Vector**” (один или несколько выбранных векторов вывода). Последние две вкладки – только для последнего варианта. Общий для всех вкладок элемент – кнопка „**Select Output to Process**”, вызывающая панель выбора наборов результатов и векторов, изображенную на рис.9.4-б (первый вариант) или на рис.9.4-в (второй вариант). Множественный выбор на панели, изображенной на рис.9.4-б, осуществляется с помощью клавишей „**Ctrl**” или „**Shift**”. Кнопки „**Toggle Selected Sets**” и „**Toggle Selected Vectors**” делают пометки о выборе на подсвеченных именах наборов или векторов соответственно. Опции „**Include Components/Corner Results**” (включить компонентные/узловые результаты) и „**Select Similar Layer/Ply/Corner Vectors**” (выбрать подобные векторы слоя/сгиба/угла) позволяют включить в выбор все однотипные вектора или наборы (в двумерных КЭ). Для редактирования списка есть кнопки „**Delete**” (удаление выбранной строки) и „**Reset**” (полное очищение списка). Выбранные элементы будут добавлены к списку „**Operations That Will Be Processed**” диалоговой панели „**Process Output Data**” (см. рис.9.4-а). Для вывода резуль-

татов операций либо указывается имя набора, либо новый набор создается автоматически. Дополнительно:

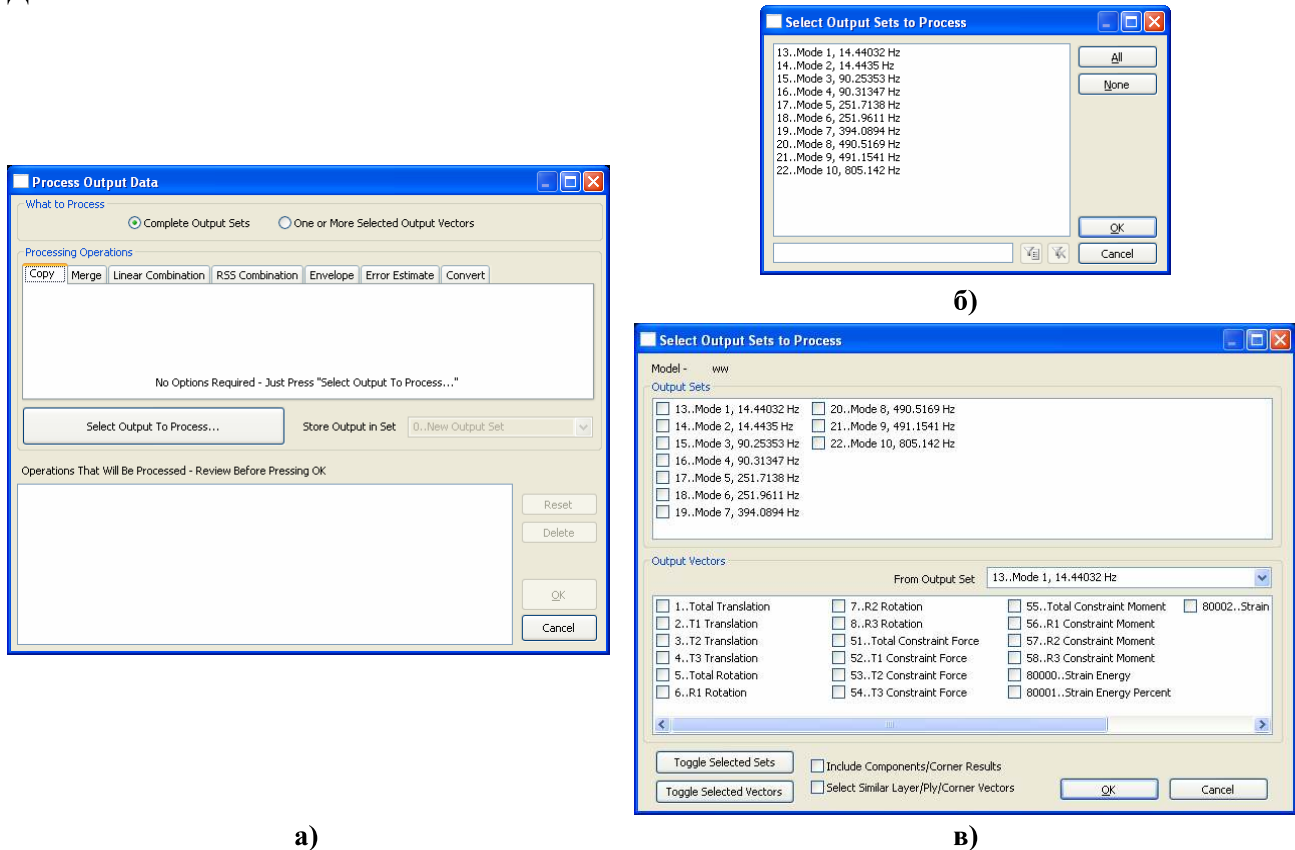
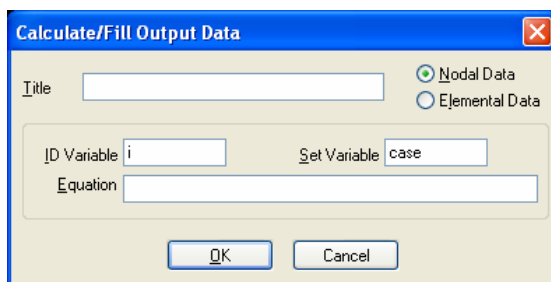


Рис.9.4. Диалоговые панели работы с результатами расчетов: а) – комбинированная; б) – заполнения вычислением; в) – преобразования векторов результатов к другой координатной системе

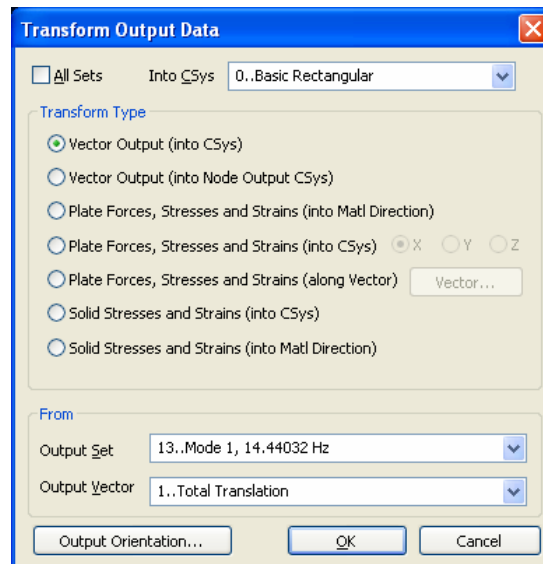
- ♦ для операции „Merge” (слияние) необходимо выбрать один из вариантов: „Overwrite Existing Output” или „Do Not Overwrite Existing Output” (перезаписывать или нет вектора в выводном наборе, причем во втором случае вектора будут пропущены при наличии в наборе аналогичного вектора);
- ♦ при комбинировании (линейном или RSS) есть три варианта: „Combine All Selected Vectors” (комбинировать все выбранные вектора), „Combine All Vectors in Each Set” (комбинировать все вектора в каждом наборе) „Combine Each Vector in All Sets” (комбинировать каждый вектор во всех наборах). Не все векторы могут комбинироваться (появится соответствующее сообщение);
- ♦ „Scale Factor” – общий для выбранного j -го набора или вектора коэффициент a_j для линейного комбинирования $\{V_{out}\} = \sum a_j \{V_j\}$ и вычисление среднеквадратичного значения $\{V_{out}\} = \sqrt{\sum a_j \{V_j\}^2}$ (RSS комбинирование). Сначала устанавливается значение коэффициента, затем с помощью кнопки „Select Output to Process” проводится выбор наборов и/или векторов;
- ♦ для варианта „Envelope” (оггибающая) проводится один из выбранных типов отбора данных: по максимальному (Max Value”), минимальному (Min Value) или максимальному абсолютному (Max Abs Value) значению. При включенной опции „Store Set/Location Info” будет создано дополнительное множество. Установленная опция „Within Output Sets” позволяет сохранить вектор-результат в главной части вывода, опция „Across Output Sets” – или в новом или в выбранном в поле „Store Output in Set” наборе;
- ♦ для варианта „Error Estimate” используется один из выбранных методов формирования вектора ошибки: „Max Difference” (максимальная разность), „% Max Differ-

ence” (процент от максимальной разности), „Normalized % Max Diff” (нормализованный процент от максимальной разности), „Difference from Average” (разность от среднего), „% Difference from Average” (процент разности от среднего) или „Normalized % Diff from Average” (нормализованный процент от разности от среднего). Формулы можно увидеть в разделе „FEMAP → Commands → 8. Post Processing → 8.5 Output Manipulation → 8.5.5 Model, Output, Process → 8.5.5.6 Generating Error Estimates for Output Data” из „Help”. Результаты помещаются в тот же набор;

- ♦ для варианта „Convert” при конвертировании значений от узлов до центра КЭ или наоборот используется один из выбранных способов вычисления: „Average Values” (усредненное) или „Maximum Values” (максимальное) значение;
- **Calculate...** (вычисление): сначала указывается **ID** нового набора, потом на диалоговой панели (см. рис.9.5-а) вводится название нового вектора (**Title**), тип данных (для узлов или для КЭ), вводится уравнение (см. объяснения к команде **Fill...**)...Параметрами уравнения является порядковый номер объекта (**ID** узла или КЭ), а также порядковый номер набора (в окне „Set Variable”), которые автоматически „пробегают” все значения. Узлы или КЭ выбираются стандартным образом после команды „OK”;



а)



б)

Рис.9.5. Диалоговые панели работы с результатами расчетов: а) – комбинированная; б) – заполнения вычислением; в) – преобразования векторов результатов к другой координатной системе

- **From Load...** (преобразование начальных и граничных условий в векторы результатов). Появляется диалоговая панель „Select Type of Load” (идентична панели „Load Options”, см. рис.4.4-а), выбирается необходимый тип ГУ (узловые, элементные или для жидкости);

- **Transform...** (преобразование векторов результатов к другой координатной системе): на диалоговой панели (см. рис.9.5-б) выбираются набор и вектор (внизу), в секции „Transform Type” – тип преобразований. Новые векторы данных создаются в своем наборе. Если установить опцию „All Sets”, то преобразования состоятся во всех имеющихся наборах. Если выбрано „Vector Output (into CSys)”, то еще необходимо указать новую координатную систему „Into CSys” (таким образом преобразуют трехмерные векторы, например, „Total Translation”. При этом появляются 12 новых компонент: 3 компоненты глобального вектора, каждая разложенная на 3 дополнительных компоненты, все в новой системе). Если выбрано „Plate Forces, Stresses and Strain (into Matl Direction)”, то преобразования проводятся только в двумерных КЭ для внутренних сил и моментов, напряжений или деформаций к направлению анизотропии свойств материалов (см. Раздел 3.2). Для задания другого направления есть команда „Modify→Update Elements→Material Angle...”. Если материал в КЭ – изо-

тропный, то в процессе преобразований появится диалоговая панель „**Transform ...**” (для КЭ **Tria3**, **Quad4**, **Tria6** или **Quad8**, как это изображено на рис.9.6-а), где необходимо указать начало координатной системы текущего вывода (**Current Output Orientation**): посреди первого ребра КЭ (**Element First Edge**), в центре КЭ (**Element Midside Locations**) или посреди диагонали КЭ (**Element Diagonal Bisector**). Есть еще такие варианты: „**Vector Output (into Node Output CSys)**”, „**Plate Forces, Stresses and Strains (into CSys)**”, „**Plate Forces, Stresses and Strains (along Vector)**”, „**Solid Stresses and Strains (into CSys)**”, „**Solid Stresses and Strains (into Matl Direction)**”, смысл которых ясен без дополнительных пояснений;

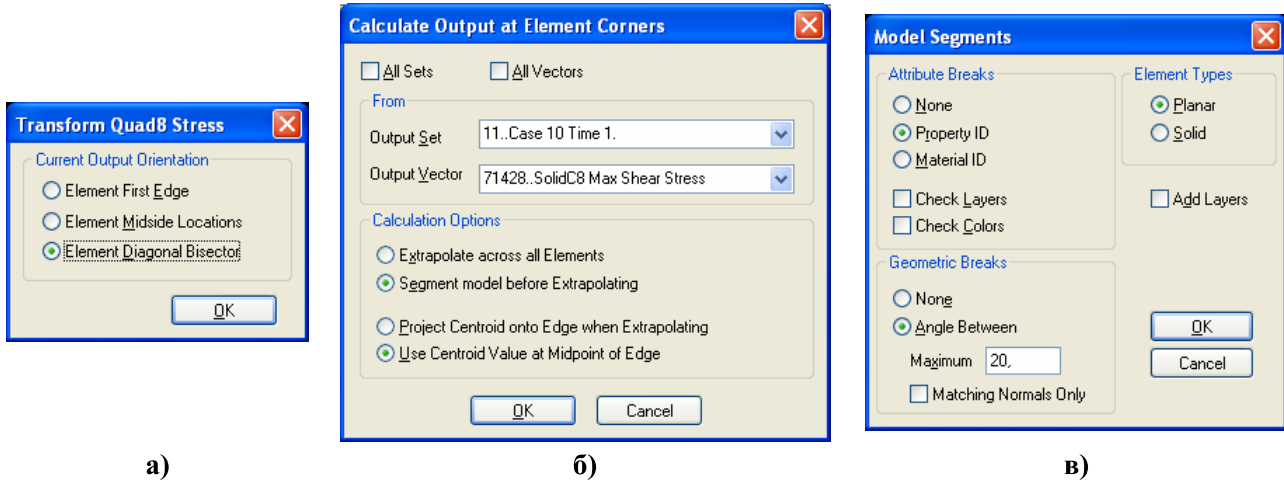


Рис.9.6. Диалоговые панели: а) – указания начала координатной системы текущего вывода; б) – экстраполяции результатов; в) – сегментации модели КЭ для экстраполяции результатов

- **Extrapolate...** (экстраполяция результатов из центров КЭ к их узлам). Эта операция нужна лишь иногда. Если установить опцию „**All Sets**” (см. рис.9.6-б), то преобразования состоятся во всех имеющихся наборах; если „**All Vectors**” – для всех векторов. Индивидуальный выбор проводится с помощью списков „**Output Set**” и „**Output Vector**”. Еще необходимо выбрать опции (**Calculation Options**): „**Extrapolate across all Elements**” (экстраполяция для всех КЭ) или „**Segment model before Extrapolating**” (выборочная экстраполяция; диалоговую панель „**Model Segments**”, что появится потом, (см. рис.9.6-в и рис.1.12-а) подробно описано в Разделе 1.7.2 для команды **Group**→**Operations**→**Generate**). Еще есть опции для установления метода экстраполяции: „**Project Centroid onto Edge when Extrapolating**” (проекционный) или „**Use Centroid Value at Midpoint of Edge**” (центроидальный, рекомендуется для неравномерной КЭС);

- **Convert Complex...** (создание комплексов из амплитудных и фазовых значений, имеющих в указанных наборах данных и векторах, а также проведение обратного преобразования (см. рис.9.7-а)). Это бывает необходимо при анализе результатов динамических задач;

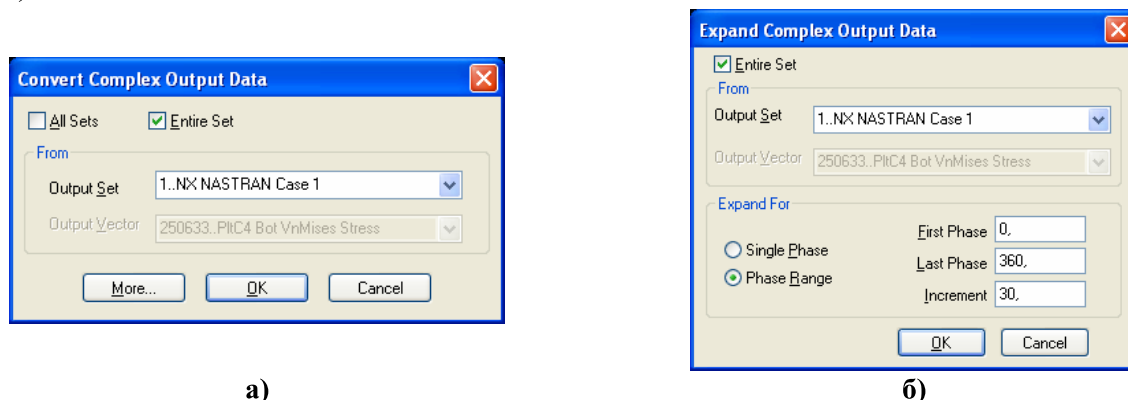
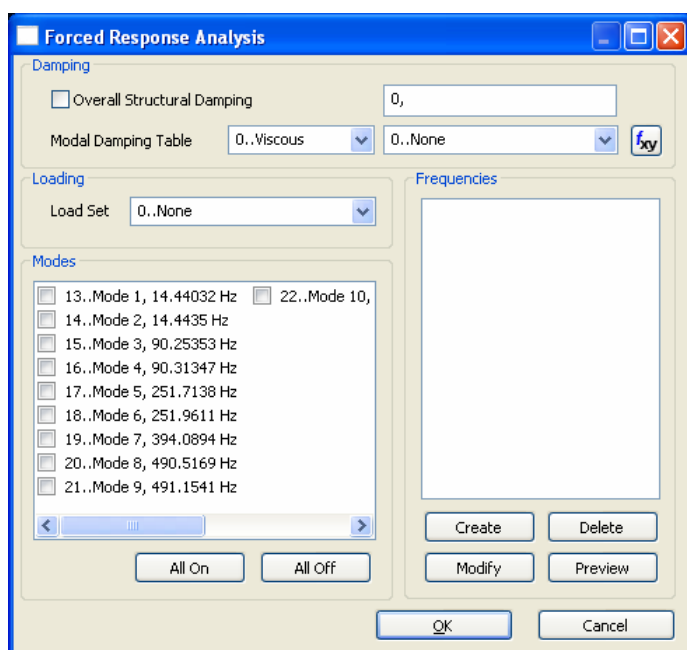


Рис.9.7. Диалоговые панели создания комплексов: а) – обычных; б) – расширенных

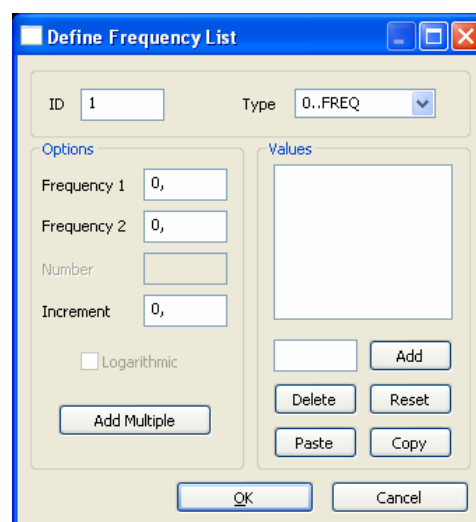
- **Expand Complex...** (создание нового комплексного набора данных в указанных фазовых интервалах). Основой являются указанные наборы данных и векторы. Если на диало-

говой панели (см. рис.9.7-б) выбрать „**Single Phase**” (одна фаза), будет создан набор для указанного значения „**First Phase**” (начальная фаза). Для случая „**Phase Range**” (диапазон фаз) еще необходимо указать „**Last Phase**” (последняя фаза) и „**Increment**” (фазовый шаг). **Внимание:** для значения, которое указано в поле „**Last Phase**”, новые данные не создаются;

- **Forced Response...** (создание нового набора, используя результаты модального анализа), см. рис.9.8-а. В секции „**Damping**” (демпфирование) значение в поле „**Overall Structural Damping**” является дополнительным, а основное устанавливается как „**0..Viscous**” (вязкое) или „**1.Structural**” (структурное демпфирование) в списке „**Modal Damping Table**” через подключаемую функцию типа „**6..Structural Damp vs. Freq**”, „**7..Critical Damp vs. Freq**” или „**8..Q Damping vs. Freq**”. Эти функции из семейства „**Modal Damping Table**” должны охватывать весь интересующий частотный диапазон. В секции „**Loading**” из списка выбирается набор с нагрузками. В секции „**Modes**” (моды, режимы) из списка имеющихся частотных решений выбирается не менее одного набора (для ускорения действий есть кнопки „**All On**” и „**All Off**”). Для создания, просмотра и редактирования списка частот секции „**Frequencies**” есть кнопки „**Create**” (создать), „**Preview**” (просмотреть), „**Modify**” (модифицировать), „**Delete**” (удалить). Сначала с помощью кнопки „**Create**” вызывается диалоговая па-



а)



б)

Рис.9.8. Диалоговые панели создания нового набора, используя результаты модального анализа: а) – общая; б) – создания списка частот

нель „**Define Frequency List**” (см. рис.9.8-б). Можно вводить отдельные значения в поле „**Value**” (под полем) и давать команду „**Add**”. Еще есть 6 вариантов пополнения списка, выбираемых из диалога „**Type**” и заканчивающихся командой „**Add Multiple**” или „**OK**”. В варианте „**0..FREQ**” в полях „**Frequency 1**”, „**Frequency 2**” и „**Increment**” задаются значения частот: начальной, конечной и шаг приращения (например, от 20 до 100 с шагом 20). В варианте „**1..FREQ**” в полях „**Frequency 1**”, „**Increment**” и „**Number**” задаются значения начальной частоты, шаг приращения и количество шагов. В варианте „**2..FREQ**” в полях „**Frequency 1**”, „**Frequency 2**” и „**Number**” задаются значения начальной и конечной частот, а также количество *логарифмических* шагов (интервалов) внутри диапазона. В варианте „**3..FREQ**” в полях „**Frequency 1**”, „**Frequency 2**”, „**Number**” и „**Cluster**” задаются значения начальной и конечной частот, а также количество шагов внутри диапазона и кластеров у краев частотного диапазона. Кроме того, можно использовать логарифмическую (включить опцию „**Logarithmic**”) или линейную интерполяцию. В варианте „**4..FREQ**” в полях „**Frequency 1**”, „**Frequency 2**”, „**Number**” и „**Spread %**” задаются значения начальной и конечной

частот, а также количество равномерных разделенных частот внутри диапазона и процент распространения частот (+/-), выбранных ранее в списке „**Modes**” на диалоговой панели, изображенной на рис.9.8-а. В варианте „**5..FREQ**” в полях „**Frequency 1**” и „**Frequency 2**” задаются значения начальной и конечной частот. Кроме того, в активном поле под полем „**Value**” необходимо указать процент распространения частот (выбранных ранее в списке „**Modes**” на диалоговой панели, изображенной на рис.9.8-а) в виде трех чисел, например, 0.9, 1.0, 1.06 (10% до и 6% после).

После полного заполнения диалоговой панели, изображенной на рис.9.8-а, дается команда „**OK**” и появляется диалоговая панель, изображенная на рис.9.9. На ней в 6-ти секциях задается формата вывода. В секции „**Save Results As**” выбирается тип вывода для каждой частоты в решении: „**Output Vectors**” (наборы с векторами) или „**Functions**” (функции, например, частотная характеристика). В секции „**Compute Results For**” нужно выбрать „**Model**” (для всей модели) или „**Group**” (для узлов ранее созданной группы). В секции „**Complex Data Type**” (комплексный тип данных) можно выбрать „**Real and Imaginary**” (действительная и мнимая части) или „**Magnitude and Phase**” (амплитуда и фаза), причем фазы можно формировать в разных диапазонах („**Phase 0 to 360**” или „**Phase -180 to 180**”). В секции „**Modal Contributions**” (модальные контрибуции) можно установить опции „**vs. Mode at a Frequency**” (отображать модальные контрибуции всех выбранных мод для каждой частоты решения. Будут созданы по две функции для каждой частоты решения, по одной для каждой амплитуды и фазы или действительной и мнимой компоненты) и/или „**vs. Frequency for a Mode**” (отображать модальные контрибуции каждой частоты решения через все выбранные моды. Будут созданы по две функции для каждой моды, по одной для каждой амплитуды и фазы или действительной и мнимой компоненты). В секциях „**Nodal**” (в узлах) и „**Elemental**” (в элементах) выбирается „**Group**” (ранее созданная группа) или в поле „**ID**” указывается номер узла или конечного элемента. Для узлов можно выводить „**Displacement**” (перемещение), „**Velocity**” (скорость), „**Acceleration**” (ускорение), „**Applied Load**” (приложенная нагрузка), „**Constraint Force**” (сила в ограничении) и/или „**Equation Force**” (сила в связи, заданной уравнением). Для элементов можно выводить „**Stress**” (напряжения), „**Strain**” (деформации) и/или „**Force**” (силы).

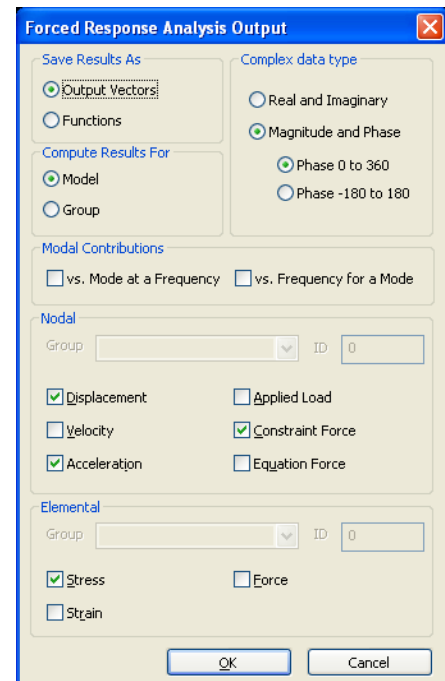


Рис.9.9. Диалоговая панель вывода для режима „**Forced Response**”

9.3 Управление изображениями на рабочем поле FEMAP

9.3.1 Команды меню „**Window**” и „**View**”

Для управления изображением окон FEMAP есть такие команды меню „**Window**”:

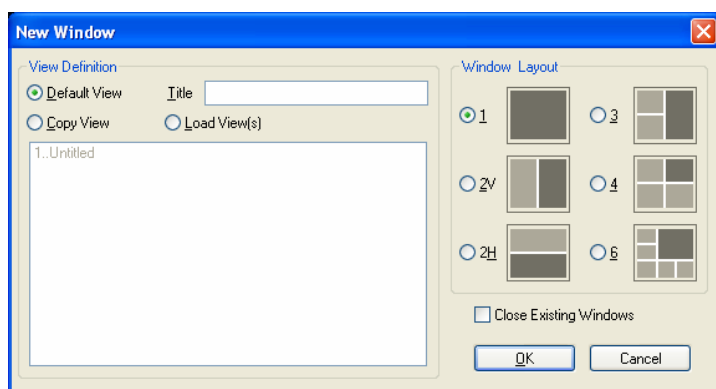
- **New Window...** – создание новых (от 1 до 6), копирование или загрузка прежде созданных окон изображений (см. табл. 9.1 и рис.9.10-а). Есть опция „**Close Existing Windows**” – закрыть все существующие окна;
- **Close** – закрытие активного окна;
- **Tile Horizontal, Tile Vertical, Cascade** – изображение всех открытых окон таким образом, чтобы не было закрытых частей (**Tile**) или каскадом (**Cascade**);
- **Toggle Tabs** – переключатель: изображать вкладки для окон изображений, или нет;
- **Toggle Title Bars** – переключатель: показывать названия окон изображений, или нет;
- **Redraw** (или „горячие клавиши” **F12, Ctrl+D**) – обновление окон изображений на рабочем поле, без обновления внутренних массивов графической информации;

• **Regenerate** („Ctrl+G” или „Ctrl+F12” – регенерация активного окна; „Ctrl+Shift+G” – регенерация всех окон). При регенерации все массивы графической информации создаются снова, поэтому эту команду рекомендуют при наличии проблем с изображением;

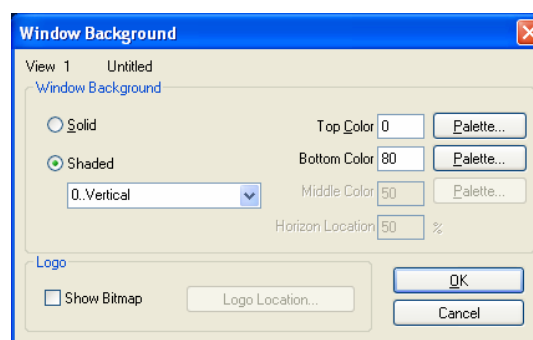
• **Show Entities...** – показывать некоторые свойства выбранных объектов. На появившейся диалоговой панели „Entity Show” (см. рис.9.10-б) в секции „Entity Type” выбирается тип объекта, в секции „Style” указываются опции, формирующие стиль изображения: „Erase Background First” (сначала сотрите фон), „Transparent Highlight” (прозрачное изображение), „Label with ID” (номера объектов), „Show Normals” (показать нормали), „Entity Color” (цвет объекта), „Show Color” (показать цвет), „Palette...” (палитра).

Таблица 9.1. Ориентация изображений в зависимости от количества окон

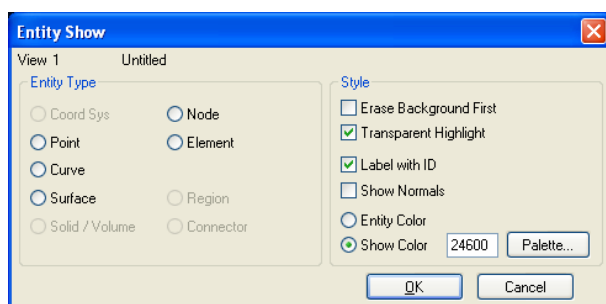
Количество окон	Ориентация	Количество окон	Ориентация
1	Default (XY или копирование)	4	XZ, XY, YZ, default (XY или копирование)
2V, 2H	XY, default (XY или копирование)	6	Изометрия (-23, 34, 0 градусов), XZ, XY, YZ, изометрия (60, 0, 60 градусов), default (XY или копирование)
3	XZ, XY, default (XY или копирование)		



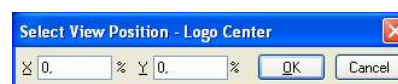
а)



в)



б)



г)

Рис.9.10. Диалоговые панели:

а) – создания новых окон; б) – показа некоторых свойств выбранных элементов модели; в) – заполнения рабочего поля; г) – позиционирование изображения

Кроме того, с помощью меню „Window”, можно перейти к другому (открытому ранее) проекту.

Для управления изображением разнообразных объектов на рабочем поле FEMAP есть следующие команды меню „View”:

• **Create/Manage...** – создание нового или активация существующего окна с изображением модели;

• **All Views** („Alt+F7). Это не команда, а опция. Когда она активна (при нескольких открытых окнах), изменения изображений происходят не только в активном окне, а во всех других открытых окнах одного проекта;

- **Background...** – заполнение рабочего поля (см. рис.9.10-в): типа фона (**Solid** – твердый, **Shaded** – заштрихованный), причем в последнем случае нужно из списка выбрать, каким способом заполнять рабочее поле двумя цветами, которые выбираются в полях „**Top Color**” (верхний цвет) и „**Bottom Color**” (цвет основы). Есть такие варианты: „**0..Vertical**” – изменяться вниз; „**1..Horizontal**” – горизонтально направо; „**2..Diagonal Up**” – по диагонали вверх; „**3..Diagonal Down**” – по диагонали вниз; „**4..Square Spot**” – квадратом от центра; „**5..Circular Spot**” – окружностью от центра; „**6..Horizon**” – с горизонтом (становятся активными еще два поля: „**Middle Color**” (средний цвет) и „**Horizon Location**” (положение горизонта)); „**7..Bitmap**” – не масштабируемое изображение из файла типа *.bmp, который указывается в поле „**Logo**” вкладки „**Views**” диалоговой панели „**Preferences**”, вызываемой командой „**File→Preferences...**”; „**8...Stretched Bitmap**” – масштабируемое изображение из файла типа *.bmp. В последнем случае, если изображение меньше размера рабочего поля, его можно позиционировать с помощью опции „**Show Bitmap**” и кнопки „**Logo Location...**”, которая вызывает панель „**Select View Position – Logo Center**” (см. рис.9.10-г), где указывается положение центра изображения (в процентах);

- **Visibility...** (или клавиши „**Ctrl+Q**”) – отображения (отображать / не отображать), для быстрых групповых изменений (см. Раздел 1.5, рис.1.12-б; Раздел 1.7.1, рис.1.14-а);

- **Select...** (или клавиша „**F5**”) – выбор табличных данных (функций, результатов расчетов) для их дальнейшего изображения (см. Раздел 9.4);


- **Options...** (или клавиша „**F6**”) – изменение параметров изображения для отдельных элементов модели. Некоторые сведения об этих инструментах приведены в Разделе 1.5 и на рис.1.12-а, а дополнительные к ним – в следующем Разделе 9.3.2;

- **Advanced Post...** – группа команд для просмотра результатов расчетов в конечно-элементной модели (см. Раздел 9.4);

- **Rotate, Aling By, Magnify..., Zoom..., Pan...** – см. Раздел 2.2.1;

- **Autoscale...** (автоматическое изменение масштаба изображения к стандартному). Есть такие варианты: „**All**” (**Shift+F7**), „**Regenerate All**” (**Shift+Ctrl+A**) и „**Visible**” (**Ctrl+A**). Сопровождается скачкообразным перемещением изображения в центр рабочего поля;

- **UnZoom** – возвращение к предыдущему масштабу изображения;

- **Center...** (есть электронная кнопка ) – помещение точки с указанными координатами, а также одновременно центра вращения для модели в центр рабочей плоскости. Изображение модели получит соответствующий сдвиг. Если рассматривается график, то значение (0%, 0%) соответствует левому верхнему углу, а (100%, 100%) – правому нижнему.

9.3.2 Диалоговая панель „**View Options**”

Диалоговая панель „**View Options**” (см. рис.1.12-а и рис.9.11) вызывается командой **View→Options...**, а также клавишей „**F6**” или командой „**More Options...**” на мнемоническом меню (см. рис.9.12), которое вызывается кнопкой „**Post Option**” мнемонического меню „**Post**” (см. табл.1.3).

Она имеет три секции.

В секции „**Category**” выбирается нужный вариант: „**Labels, Entities and Color**” (обозначения, объекты и цвета), „**Tools and View Style**” (инструменты и стиль изображения) или „**PostProcessing**” (результаты расчета). Потом в списке „**Option**” указывается необходимый объект. В правой части панели появляются дополнительные списки и поля для назначения параметров изображения объекта. Название и содержание этих списков и полей соответствуют выбранному объекту. Обширный перечень вариантов приведен в Приложении 1.

Как будет выглядеть изображение после изменений, можно увидеть, не выходя из диалога (кнопка „**Apply**”). Кнопка „**Cancel**” отменяет все новые назначения.

Кстати, если вместо „**Continuous**” выбрать „**Level Colors**” (см. рис.9.11-а), то функция на поверхности тела будет изображать не цветом, что плавно изменяется, а изополосами.

В двух ситуациях на диалоговой панели „View Options” появляются кнопки „Contour Options...” и „Set Levels...” (см. рис.9.11-а и рис.9.11-б соответственно).

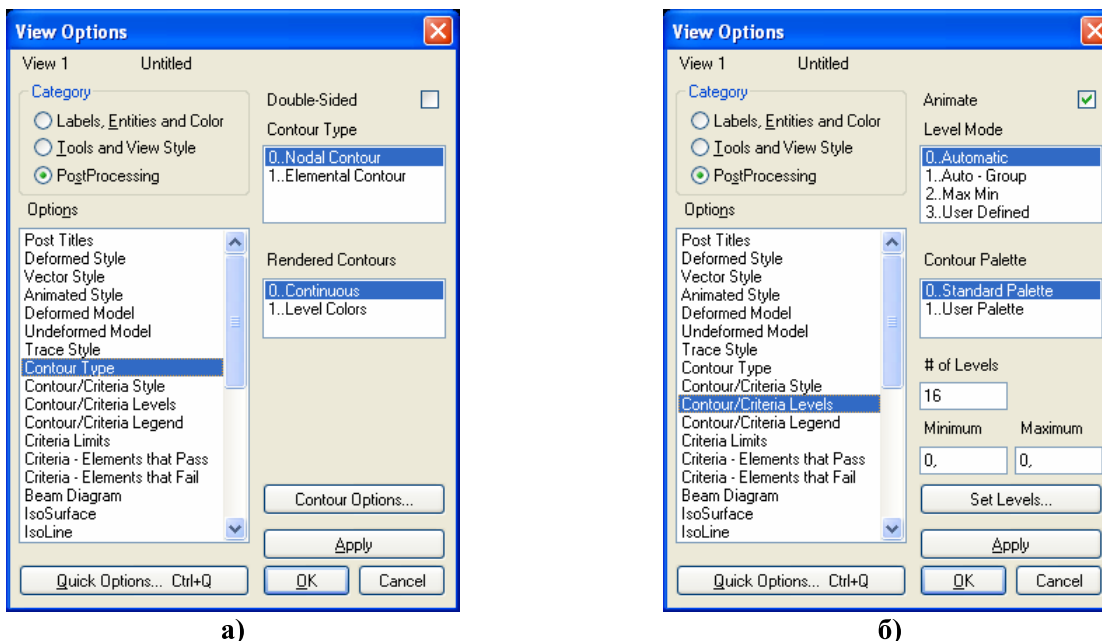


Рис.9.11. Диалоговая панель View Option настраивания изображения объектов

Кнопка „Contour Options...” вызывает панель „Select Contour Options” (рис.9.13-а).

Примечание 9.1. В NX Nastran система алгебраических уравнений, порождаемая МКЭ, решается относительно узловых значений температуры (задача о ТС) или перемещений (задача о НДС), потом на их основе рассчитываются для каждого из КЭ отдельно другие величины (производные от основных: тепловой поток, деформации, напряжения, ...) или в точках численного интегрирования, или в геометрических центрах КЭ, или в узлах КЭ (это зависит от типа КЭ). Поскольку графика OpenGL строит изображение лишь на данных в *узлах*, то все величины, что нужно отобразить на контуре тела, нужно иметь в *узлах* КЭС. Итак, если величина была рассчитана не в узлах КЭС, то ее необходимо привести к ним.

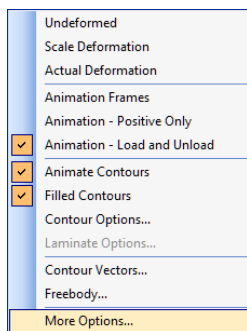


Рис.9.12. Мнемоническое меню управления изображением

В NX Nastran реализовано два варианта приведения величин к узлам. В первом сначала величины приводят к узлам (вариант „Nodal”), во втором – к центру (вариант „Elemental”) каждого КЭ. Потом последовательно рассматриваются все узлы КЭС тела и, если некоторый узел КЭС входит в $N > 1$ КЭ, то из N значений величины, рассчитанных в этих N КЭ (узловых или „центровых”), вычисляется единое („эквивалентное”) значение величины для данного узла как объекта КЭС тела. Есть несколько вариантов вычисления единого значения. Для выбора всех этих вариантов и создана рассматриваемая диалоговая панель „Select Contour Options”.

В секции „Contour Group” (группа контуров) выбирается (если она есть) ранее созданная группа: или активная, или из списка групп.

В секции „Type Contour” (тип контура) выбирается вариант „Match Output” (как определено для вывода), „Nodal” или „Elemental”. Секция „Data Conversion” имеет три варианта вычисления „эквивалентного” узлового значения: „Average” (среднее арифметическое), „Max Value” (максимальное) и „Min Value” (минимальное) из N значений. Активная опция „Use Corner Data” указывает, что будут использоваться первичные данные только из *угловых* узлов КЭ. В секции „Rendered Contours” можно выбрать или вариант „Continuous” (беспрерывный цвет. Он имеет недостатки: во-первых, невозможно будет проявить имеющиеся (возможно, ошибочные) разрывы в КЭС или естественные разрывы напряжений на

стыках разных материалов; во-вторых, для двумерных КЭ усреднение нескольких данных (в первую очередь – напряжений) по толщине, которое при этом состоится, не является верным вариантом) или „**Level Colors**” (цвет изополос).

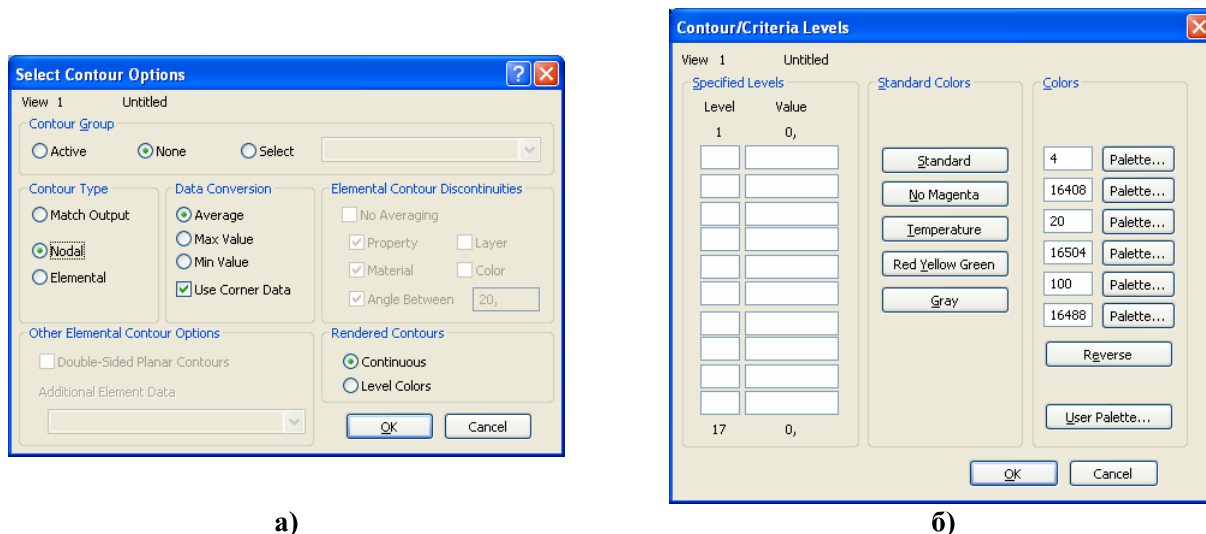


Рис.9.13. Диалоговые панели для назначения: а) – типа контура и варианта преобразований данных; б) – базовых и дополнительных цветов изополос

Для вариантов „**Match Output**” и „**Elemental**” активны еще две секции. В секции „**Elemental Contour Discontinuities**” можно опцией „**No Averaging**” отменить все усреднения или другими опциями указать выборочные принципы отбора: согласно „**Property**”, „**Material**”, „**Layer**”, „**Color**” (когда их несколько), „**Angle Between**” (угол расхождения ориентации КЭ, в пределах ... градусов). Это имеет смысл при разрывах изображаемой величины, например, когда стыкуются пластины разной толщины. В секции „**Other Elemental Contour Options**” опция „**Double-Sided Planar Contours**” указывает, что нужно одновременно изобразить два контура (только для двумерных КЭ: сверху и снизу пластины). В окне „**Additional Element Data**” можно выбрать вектор результатов, который дополнительно будет отображаться (обычно это актуально, когда стыкуются поверхностями двумерный и трехмерный КЭ).


Примечание 9.2. Значительная разница между минимальным (максимальным) и средним значением в узле указывает на значительную погрешность расчетов, особенно там, где нет резких изменений геометрии тела или локально приложенных нагрузок. В таких случаях нужно изменять КЭС (уменьшать размеры КЭ).

Кнопка „**Set Levels...**” (см. рис.9.11-б) вызывает панель „**Contour /Criteria Levels**” (см. рис.9.13-б). В секции „**Colors**” назначается шесть базовых цветов. Кнопка „**Standard**” устанавливает их „по умолчанию” (от красного до фиолетового), кнопки „**No Magenta**” (от красного до темно-синего, без пурпурного), „**Temperature**” (от белого до темно-синего), „**Red Yellow Green**” (от красного до зеленого, через желтый), „**Gray**” (серый, от светлого к темному, для печати на монохромном принтере) – альтернативные палитры. Кнопка „**Reverse**” изменяет порядок цветов на обратный. Если в поле „**# of Levels**” (см. позицию 76 таблицы П1.1. Приложения 1) количество изолиний больше или меньше шести, то FEMAP проводит интерполяцию цвета между изополосами. В секции „**Specified Levels**” можно указать еще до 10 дополнительных *промежуточных* уровней (крайние значения „**Level**” – указаны) и значений, которым они будут соответствовать (сверху вниз – уменьшать; противоречивые (в частности, и относительно указанным на панели „**View Options**” значением „**Minimum**” и „**Maximum**”) значения (**Value**) будут игнорироваться). С помощью кнопки „**User Palette**” можно настроить или считать (**Load**) из файла с расширением имени **.cnt** новую (другую) палитру. Чтобы ее применить, нужно выбрать для „**Contour/Criteria Levels**” (см. рис.9.11-б) значение „**User Palette**”.

Командой **List→View...** можно вывести все текущие назначения панели „**View Options**” в окно „**Messages**”.

9.4 Просмотр функций и результатов расчетов краевой задачи

В FEMAP все данные помещены в таблицы (наборы, **Set**), каждый столбец которой носит название вектора.

Результаты расчетов краевой задачи в FEMAP можно отобразить в виде графиков функций, изоповерхностей в объеме конечно-элементной модели тела или на его поверхности, а также в виде эпюр вдоль одномерной конечно-элементной сетки. Почти все действия для этого осуществляются с помощью диалоговой панели „**View Select**” (см. рис.9.14), которая вызывается командой **View**→**Select...** (или клавишей „**F5**”, или кнопкой ). На ней есть 4 секции.

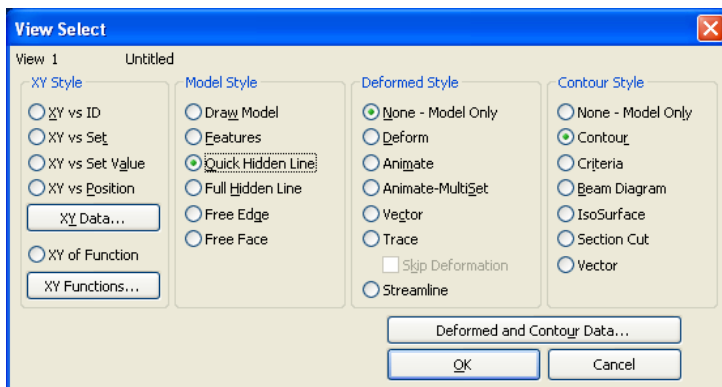


Рис.9.14. Диалоговая панель „**View Select**”

- „**XY vs Set Value**” – подобно „**XY vs Set**”, только не от номера набора, а от параметра „**X**” набора (когда он предусмотрен), например, изменение температуры узла во времени (тогда параметр „**X**” – температура);
- „**XY vs. Position**” – изменения в зависимости от положения всех узлов (или КЭ) в направлении указанной оси (**X**, **Y** или **Z**) для вектора в *одном* наборе результатов;
- „**XY of Function**” – график функций: созданных пользователем или результатов расчетов, представленных в виде функций.

После выбора одного из вариантов (кроме последнего) кнопкой „**XY Data...**” вызывается диалоговая панель „**Select XY Curve Data**” (см. рис.9.15-а). На ней выбирается категория и тип данных, может устанавливаться опция „**Data at Corners**” (данные в углах). В списках „**Output Set**” и „**Output Vector**” выбираются необходимые набор и вектор результатов. Для вариантов „**XY vs Set**” и „**XY vs Set Value**” активны поля „**Node**” или „**Element**” (указывается номер узла или КЭ) и „**From**”, „**To**” (указывается (*единый* для всех кривых) диапазон *номеров наборов*, если используются не все наборы). Можно создать до 9 кривых (отобразятся на одном графике разными цветами). **Внимание:** для справки на панели появляются возможные значения „**ID**”, а также максимальные и минимальные значения величины (**Value**), указанной в списке „**Output Vector**”, *лишь в том наборе*, который выбран в списке „**Output Set**”.



Для варианта „**XY vs. Position**” в секции „**Position**” необходимо указать направление и координатную систему. Для вариантов „**XY vs ID**” и „**XY vs Position**” в секции „**Group**” в качестве ограничения можно выбрать группу объектов (активную или из списка).

Некоторые результаты расчетов в FEMAP представляются как функции, которые можно просмотреть с помощью варианта „**XY of Function**”. Тогда кнопкой „**XY Functions...**” (см. рис.9.14) нужно вызвать диалоговую панель „**Select Multiple Functions for View**” (см. рис.9.15-б), где в секции „**Functions**” нужно в списках „**Curve 1 ... Curve 9**” секции „**Functions**” выбрать нужные функции. Аналогично (см. Раздел 1.8.2) проводится просмотр графиков функций, созданных с помощью команды **Model**→**Function....**

Внимание: для масштабирования графиков удобно пользоваться кнопками панели „**View Magnify**” (вызывается командой **View**→**Magnify...** или горячими клавишами „**Ctrl+M**”): „**Fill View**” – 100% заполнение поля графика; „**Down 10%**” или „**Up 10%**” –

Секция „**XY Style**” (координатный стиль) имеет такие варианты создания графиков:

- „**XY vs ID**” – как функции „**ID**” („**Node ID**” или „**Element ID**”, в зависимости от величины, которая просматривается) для вектора вывода из *одного* набора результатов;
- „**XY vs Set**” – для указанного вектора и одного „**ID**” как функции от номера набора (в *нескольких* наборах результатов, например, изменение температуры узла в наборах);

уменьшение или увеличение сразу на 10%. Последние действия можно также выполнять электронными кнопками . Кнопка  (**Zoom**) может послужить для „вырезания” части графика.

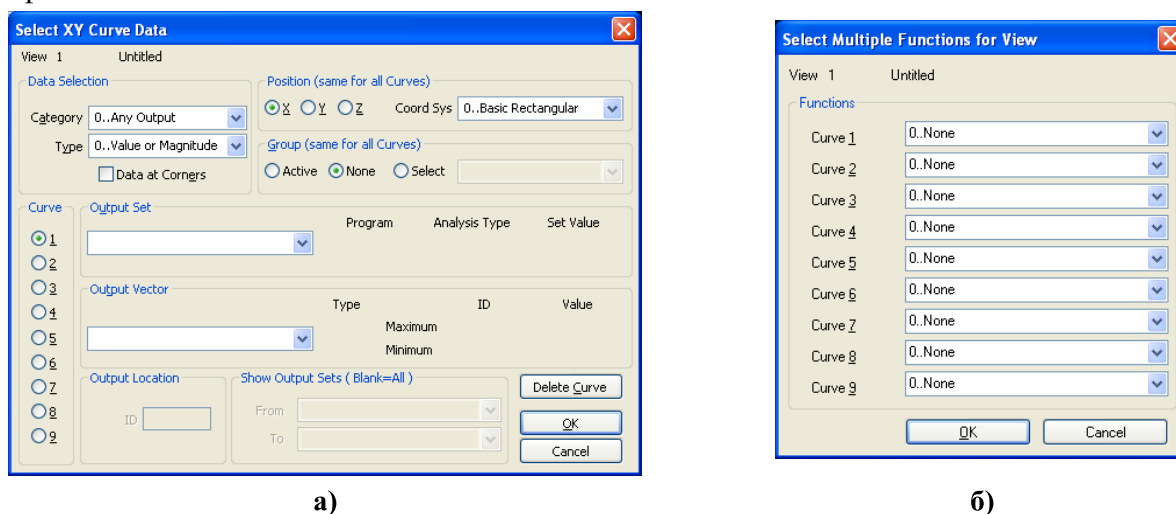



Рис.9.15. Диалоговые панели настраивания просмотра результатов расчетов в виде графиков

Все другие варианты относятся к настройке изображения результатов непосредственно на модели.

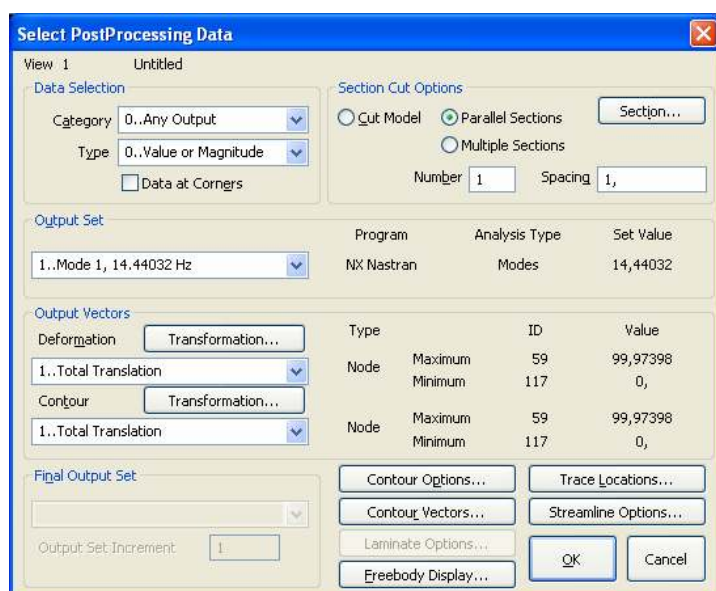
В секции „**Model Style**” (см. рис.9.14) выбирается стиль изображения: „**Draw Model**” (геометрическая модель – проволочная); „**Features**” (учет назначений графического режима Windows); „**Quick Hidden Line**” (быстрый (не точный) алгоритм удаления невидимых линий); „**Full Hidden Line**” (полное удаление невидимых линий); „**Free Edge**” (свободные грани); „**Free Face**” (свободные лицевые поверхности). Последние два режима применяют для проверки качества модели, поскольку свободные грани и лицевые поверхности часто указывают на локальные разрывы модели. Указанные стили изображения и те, что устанавливаются с помощью кнопки , в совокупности обеспечивают практически все варианты, которые могут потребоваться для работы с объектами модели.

В секции „**Deformed Style**” (см. рис.9.14) выбирается стиль отображения деформаций тела: „**None – Model Only**” (без деформаций); „**Deform**” (с деформациями, степень утрирования устанавливается на диалоговой панели „**View Options**”, см. Раздел 9.3.2 и п.68 табл.П1.1 Приложения 1); „**Animate**” (анимация с деформациями); „**Animate Multi-Set**” (анимация на основе нескольких последовательных наборов); „**Vector**” (без деформаций, но с векторами направления деформирования); „**Trace**” (подобно „**Animate Multi-Set**”, но без отображения соединенных линий); „**Streamline**” (направление потока через КЭ типа **Solid**). Для отображения скалярных величин для трех стилей активна опция „**Skip Deformations**”.

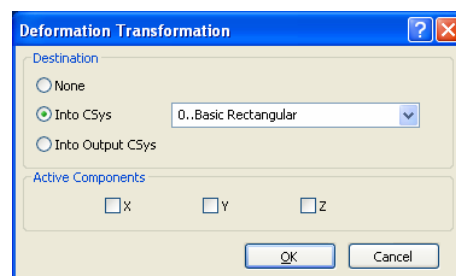
В секции „**Contour Style**” (см. рис.9.14) выбирается стиль отображения результатов расчетов в виде цветных изополос, изоповерхностей и эюр: „**None – Model Only**” (не отображать); „**Contour**” (аппроксимированное изображение на контуре, т.е. на поверхностях КЭ, которые являются внешними для тела); „**Criteria**” (как „**Contour**”, но не аппроксимированное, а усредненное для КЭ); „**Beam Diagram**” (эюры или подобные им диаграммы); „**IsoSurface**” (внутренние изоповерхности в *трехмерных* КЭ моделях; „**Section Cut**” (отсечение плоскостями частей тела); „**Vector**” (векторы из центров КЭ).

Внимание: во-первых, изображение может несколько измениться при выборе других вариантов секции „**Model Style**”; во-вторых, количество изополос (цветов) устанавливается на диалоговой панели „**View Options**” в категории „**PostProcessing**” для „**Contour/Criteria Levels**” в поле „**# of Levels**”. По умолчанию это количество равно 16. Можно его увеличить, например, до 32, но значительно его увеличивать нет смысла.

Когда назначены режимы „**Deformed Style**” и „**Contour Style**”, нужно кнопкой „**Deformed and Contour Data...**” (см. рис.9.14) вызвать диалоговую панель „**Select PostProcessing Data**” (см. рис.9.16-а).




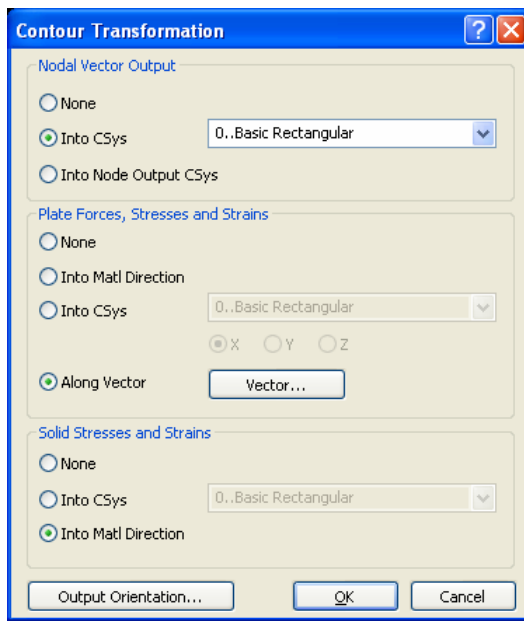
а)



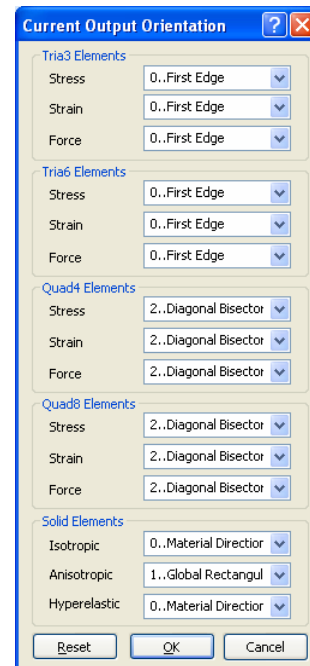
б)

Рис.9.16. Диалоговые панели: а) – назначения наборов и векторов результатов расчетов для отображения в виде цветных изополос, изоповерхностей и эпюр; б) – переназначения координатной системы анимации на экране монитора

Еще эту панель можно вызвать кнопкой  (**Post Data**) из панели команд, комбинацией „Shift+F5” или командой „Post Data...” на динамической панели, вызываемой правой кнопкой „мыши” (тогда применяются те назначения на диалоговой панели „View Select”, что были сделаны при последнем ее вызове). Левая ее часть напоминает диалоговую панель „Select XY Curve Data” (см. рис.9.15-а). В окне „Output Set” выбирается набор результатов; в окне „Deformation” – вектор результатов, на основе которого будет создаваться стиль отображения деформаций тела „Deformed Style” (т.е. проводится анимация); в окне „Contour” – тот, на основе которого будет создаваться стиль отображения „Contour Style” (т.е. тот, что будет отображаться цветом на поверхности тела). Если в секции „Deformed Style” было выбрано „Animate Multi-Set” или „Trace”, то будут активными окна „Final Output Set” (последний набор из диапазона наборов) и „Output Set Increment” (шаг по номерам наборов). Кнопка „Transformation...” правее от надписи „Deformation” вызывает диалоговую панель (см. рис.9.16-б), позволяющую (кроме вариантов „Beam Diagram” и „Contour Vector”) изменить направление или координатную систему *анимации* (только на экране монитора). Если выбрано „Into Output CSys”, то анимация будет проводиться только в отмеченных ниже направлениях (X, Y или Z, см. рис. 9.16-б). После выхода из диалога, кнопка „Transformation...” несколько изменит название: на „Transformation...(On)”, указывая тем самым на сделанные назначения. Кнопка „Transformation...” правее от надписи „Contour” вызывает диалоговую панель (см. рис.9.17-а), позволяющую изменить направление или координатную систему *узловых* результатов: векторов перемещений, сил реакции, деформаций в трехмерных КЭ и т.п. (только на экране монитора). В частности, опция „Into Node Output CSys” в секции „Nodal Vector Output” означает вывод в той координатной системе, что ранее была назначена для узла. Опция „Into Matl Direction” в секциях „Plate Forces, Stresses and Strains” и „Solid Stresses and Strains” означает вывод в ранее назначенном (с помощью кнопки „Element Material Orientation”, см. Раздел 3.2, или с помощью команды модификации **Update Elements**→**Material Angle**) направлении свойств анизотропии материала в двумерных и трехмерных КЭ соответственно. Опция „Into CSys” в секциях „Plate Forces, Stresses and Strains” позволяет выровнять направление X вывода с указанным направлением X, Y или Z (см. рис. 9.17-а). Кнопка „Output Orientation...” вызывает диалоговую панель „Current Output Orientation” (см. рис.9.17-б), на которой можно дополнительно указать направления ориентации вывода (на экран монитора) для указанных типов КЭ, выбирая возможные значения из соответствующих списков.



а)



б)

Рис.9.17. Диалоговые панели трансформации вывода значений на контуре модели: а) – основная; б) – дополнительная

В секции „Section Cut Options” (активна лишь для варианта „Section Cuts” секции „Contour Style”, см. рис.9.14) есть три варианта. Первый (**Cut Model**) позволяет назначить одну плоскость рассечения твердого тела (с помощью кнопки „Section...”), после чего изображение одной части тела (что на стороне с положительным направлением нормали к плоскости) исчезает, а на плоскости рассечения и на оставшихся поверхностях появляется цветное изображение. Второй вариант (**Parallel Sections**) позволяет назначить одну или несколько *параллельных* плоскостей рассечения, причем изображение всего тела становится прозрачным, и лишь на плоскостях рассечения есть изображения изополос. В поле „Number” указывается количество плоскостей, а в „Spacing” – расстояние между ними в положительном направлении нормали от первой плоскости (со знаком минус – в обратном направлении). Изображение модели зависит от выбора варианта в секции „Model Style” (см. рис.9.14).

Третий вариант (**Multiple Sections**) позволяет назначить до трех плоскостей рассечения твердого тела с *независимой* ориентацией с помощью кнопок „Section 1...”, „Section 2...” и „Section 3...” (см. рис.9.18).

Для режима „Trace” (см. рис.9.14) кнопкой „Trace Locations...” можно вызвать диалоговую панель „Trace Locations”, на которой – выбрать один из трех вариантов для узлов: „All” (все, вариант по умолчанию), „ID” (конкретный узел) или „Group” (заранее созданная группа узлов).

Кнопкой „Contour Options...” можно вызвать диалоговую панель „Select Contour Options”, которая уже описана в Разделе 9.3.2 (см. рис.9.13-а).

Для режима „Vector” (см. рис.9.14) кнопкой „Contour Vectors...” можно вызвать диалоговую панель „Contour Vectors Options” (см. рис.9.19-а) для настраивания контурных векторных графиков (до трех разных векторов (из списков), обозначенных разными цветами на одном графике). Есть такие типы графиков: „Standard Vectors” (один из векторов типа „Total”), „Single Value” (один из векторов типа „Total” или одна из компонент), „2D Components” (два), „3D Components” (три логически связанных вектора) и „2D Tensor Plot” (изображение компонент тензора 2-мерной задачи в виде трех векторов: вдоль X, Y и под 45 градусов, меж ними). Есть общая опция „2D Tensor Plot View Options Override”: команда

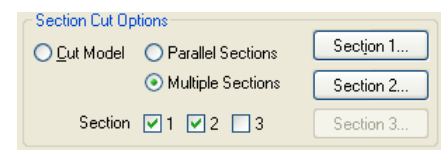
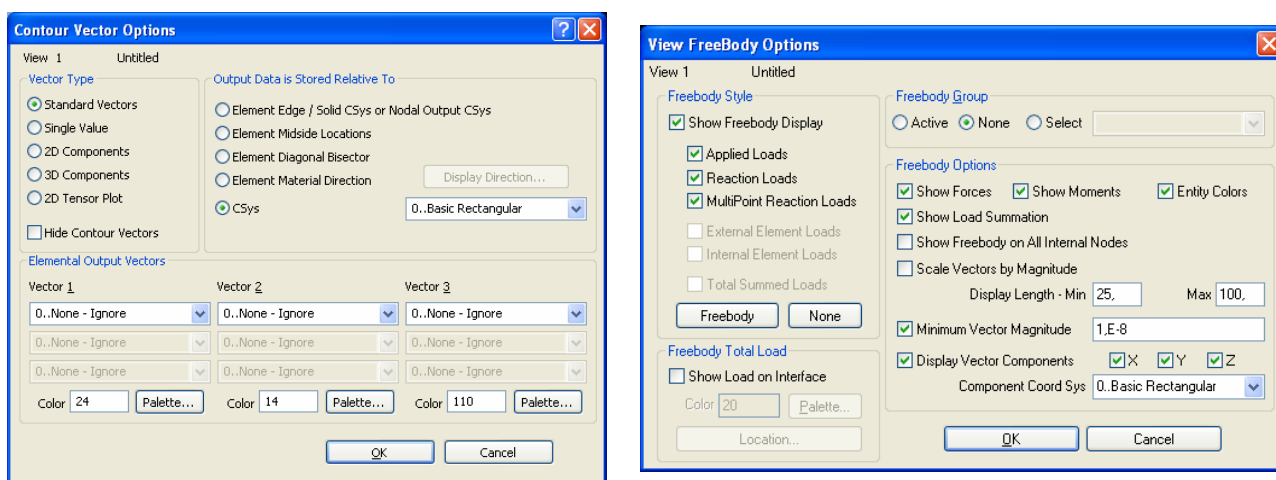


Рис.9.18. Изображение секции „Section Cut Options” диалоговой панели „Select PostProcessing Data” для варианта „Multiple Sections”

File→**Preferences...**, вкладка „**Views**”). Например, для двух векторных графиков типа „**3D Components**” необходимо выбрать 6 векторов. Для двумерных и трехмерных КЭ в секции „**Output Data is Stored Relative To**” можно выбрать один из пяти вариантов направлений: „**Element Edge / Solid CSys or Nodal Output Csys**” (в двумерных КЭ направление **X** – вдоль 1-го ребра КЭ; для трехмерных КЭ – в соответствии с введенной локальной системой координат); „**Element Midside Locations**” (в двумерных КЭ направление **X** – от среднего узла 2-го ребра к среднему узлу последнего (3-го или 4-го) ребра); „**Element Diagonal Bisector**” (в двумерных КЭ с 4-мя углами направление **X** – вдоль биссектрисы угла между диагоналями, причем угол – в треугольнике при 1-ом ребре); „**Element Material Direction**” (направление **X** – вдоль ориентации свойств материала); „**CSys**” (в выбранной глобальной системе координат). **Внимание:** FEMAP не проверяет соответствие этих назначений ситуации, поэтому возможны неверные изображения.

Активизация опции „**Hide Contour Vectors**” позволяет скрыть вектора на контуре.



а)

б)

Рис.9.19. Диалоговые панели для настраивания:

а) – контурных векторных графиков; б) – режима Freebody

Для всех режимов, кроме „**Free Edge**” (см. рис.9.14), кнопкой „**Freebody Display...**” можно вызвать диалоговую панель „**View FreeBody Options**” (см. рис.9.19-б) для настраивания еще одного типа графического изображения результатов расчетов – контурных векторов (после инициации опции „**Show Freebody Display**”). Типичная диаграмма „**freebody**” будет включать приложенные нагрузки (**Applied Loads**), реакции связей (**Reaction Loads** и **Multi-point Reaction Loads**), внешние (**External Element Loads**) и внутренние (**Internal Element Loads**) элементные нагрузки, сумму всех сил, т.е. равновесную „**Total Summed Load**” (позволяет проверить, является ли тело уравновешенным), которые отображены в виде векторов. Для прояснения изображения может послужить изображение КЭ в сжатом виде (см. п.50 таблицы П1.1 в Приложении 1). Есть возможность ограничить объекты (КЭ) заранее созданной группой. В секции „**Freebody Options**” нужно указать, какие векторы изображать: сил и/или моментов. Опция „**Entity Colors**” указывает, что будет применен цвет изображения векторов, предназначенный для „**Vector Style**” (см. рис.9.11-б). Опцией „**Show Load Summation**” указывается, что векторы каждого узла сводятся к единому; при этом появляется возможность в секции „**Freebody Total Load**” указать их особый цвет и (кнопкой „**Location...**”) – локализацию. Опцией „**Show Freebody on All Internal Nodes**” (для всех внутренних узлов) рекомендуют пользоваться при незначительном количестве таких узлов. С помощью опции „**Scale Vectors by Magnitude**” и полей „**Display Length**” можно указать минимальную и максимальную длину векторов. В поле „**Minimum Vector Magnitude**” можно указать ограничение снизу на величины векторов, что будут отображены, а с помощью опции „**Display Vector Components**” – удалить векторы, направленные вдоль осей **X**, **Y** и/или **Z** выбранной основной координатной системы.

Кнопкой „**Laminate Options...**” можно вызвать одноименную диалоговую панель (см. рис.9.20-а), предназначенную на настройку просмотра результатов расчетов в многослойных пластинах. По умолчанию реализуется вариант „**Selected Output Vector**” (выбранный выходной вектор). Другие варианты: „**Top Ply of Layup**” (верхний слой), „**Bottom Ply of Layup**” (нижний слой) и „**Global Ply**” (глобальный слой, если он был создан при создании структуры – выбирается из списка имеющихся глобальных слоев).

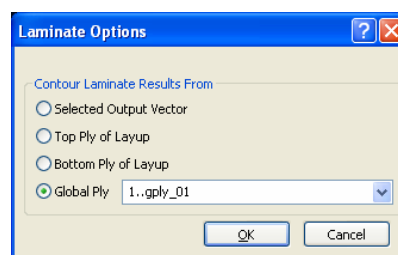
Кнопкой „**Streamline Options...**” можно вызвать одноименную диалоговую панель (см. рис.9.20-б). На ней в секции „**Locations**” можно указать координаты начальной точки: или с помощью кнопки „**Streamline Locations...**”, или указать **ID** точки, или указать группу с перечнем точек (тогда линий потока будет столько, сколько точек в группе). В секции „**Parameters**” – „**Runge-Kutta Order**” (порядок метода Рунга-Кутты, используемый для вычислений линии потока), „**Tolerance**” (точность вхождения в КЭ или выхода из него), „**Max Length Factor (x Model)**” (вычисление линии потока закончить при достижении этого значения), „**Minimum Speed (% of Max)**” (вычисление линии потока закончить, если он не превышает указанный процент от зафиксированного максимального значения). Почти все эти опции, а также оформление линии (цвет, тип линии, толщина) можно установить на панели „**View Options**” (см. рис.9.11) в секции „**PostProcessing**” для объекта „**Streamline**”.

Для просмотра результатов расчетов в *трехмерной* конечно-элементной модели еще можно применять группу команд **View**→**Advanced Post...**:

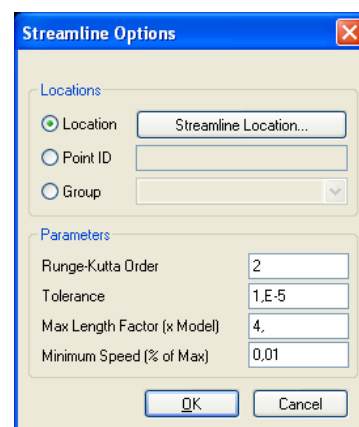
- **Contour Model Data...** – просмотр параметров модели на графическом изображении модели. На одноименной панели (см. рис. 9.20-а) выбирается один из параметров модели (из предложенного списка); выбирается вариант оформления („**Contour**” – заливка цветом на контуре, „**Criteria**” – критериально, „**Beam Diagram**” – как эпюра на балках); какую часть показывать: все, или в соответствии со списком из выбранной (заранее созданной) группы. Опция „**Allow Labels**” позволяет изображать метки, если они предусмотрены. После команды „**OK**” параметр изображается на рабочем поле (на модели), сопровождаясь цветовой шкалой значений. Если на этой шкале значение меняется от 0 до 1, а модель получает однотонную заливку, то выбранный параметр в данной модели отсутствует или не задан;

- **Dynamic Cutting Plane...** – динамическое рассечение трехмерной КЭ модели первую (по умолчанию – плоскость **XY**), вторую (**YZ**) или третьейю (**ZX**) плоскостями, ориентацию которых можно изменить с помощью кнопки „**Plane...**” на диалоговой панели „**Dynamic Section Cut Control**” (см. рис.9.21-б). Текущее положение плоскостей изменяется движком полосы прокручивания или с клавиатуры в поле „**Value**”. В поле „**Delta**” можно установить шаг для скачкообразного перемещения плоскостей;

- **Dynamic IsoSurface...** – динамическое отображение результатов трехмерного расчета в виде *одной* внутренней изоповерхности. На диалоговой панели „**Dynamic IsoSurface Control**” (см. рис.9.21-в) с помощью движка полосы прокручивания или из поля „**Value**” можно установить любое значение просматриваемой функции, в диапазоне ее изменения. На трехмерной модели тела отображается соответствующая изоповерхность. Ее цвет или будет соответствовать значению функции (**Contour Colors**), или будет неизменным (**Use View Color**) и соответствовать значению в поле „**IsoSurface Color**” (см. п.82 таблицы П1.1 Приложения 1);

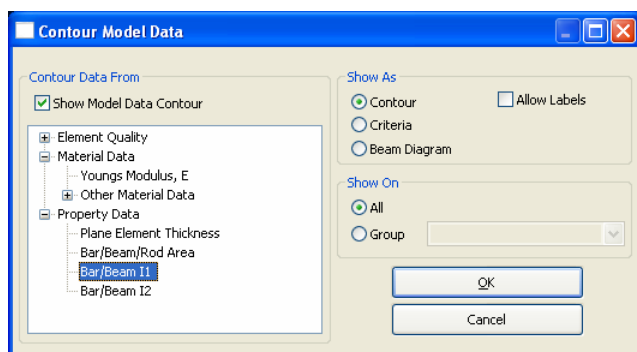


а)

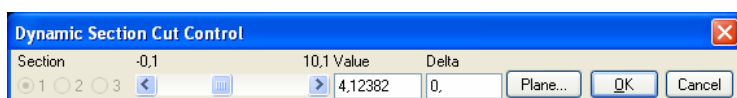


б)

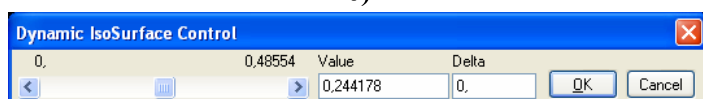
Рис.9.20. Диалоговые панели опций: а) – слоистой структуры; б) – линий потока



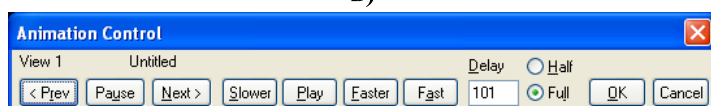
а)



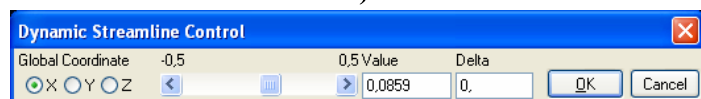
б)



в)



г)



д)

Рис.9.21. Диалоговые панели:

а) – критериальных оценок; б) – динамического рассечения; в) – просмотра внутренней изоповерхности; г) – анимации; д) – линии потока

в секции „**Output Set**” нужно выбрать набор-решение, в секции „**Output From Vectors**” установить опции используемых силовых факторов: „**Axial Force**” (осевая сила), „**Shear Force Y**”, „**Shear Force Z**” (перерезывающие силы вдоль (локальных для сечения) осей **Y** и **Z** соответственно), „**Moment Y**”, „**Moment Z**” (изгибающие моменты относительно (локальных для сечения) осей **Y** и **Z** соответственно), „**Torque**” (крутящий момент). В секции „**Elements**” можно в поле „**Single**” ввести номер единственного КЭ или с помощью радиокнопки „**Multiple**” и кнопки „**Elements**” выбрать несколько КЭ, в сечениях которых будут изображаться выбранные величины. Переключатели „**Screen Space**” и „**Model Space**”, когда активны, позволяют просматривать изображение в увеличенном виде, или на модели (соответственно). В поле „**Show Stress**” нужно выбрать один из восьми типов напряжений, вычисленных из указанных ранее векторов, причем при выборе „**Combined Shear Stress**” становится активной опция „**Vector Plot**”, позволяющая изобразить комбинированные касательные напряжения как векторы. Секция „**Location**” позволяет динамически сдвигать положение изображения от конца **A** к концу **B** выбранн(ого/ых) КЭ, причем в поле „**Position**” отображается текущее положение (в % от длины КЭ), а в поле „**Delta**” можно ввести желаемый шаг изменения положения изображения вдоль КЭ. В поле „**Multiple**” указывается количество изображений на каждом КЭ. Кнопка „**Advanced...**” вызывает дополнительную диалоговую панель (см. рис.9.22-б). В секции „**General Options**” в поле „**Scaled By**” можно ввести масштаб изображения (от 0.1 до 100); в поле „**Quality**” (качество) – указать количество КЭ (от 1 до 5), участвующих в аппроксимации результатов; опция „**Dynamic Update**” позволяет сразу же увидеть изменения, не нажимая на кнопку „**Apply**”; опция „**Element Shrink**” – провести „сжатие” изображений КЭ (процент „сжатия” устанавливается с помощью команды **View→Options**,

- **Animation...** – просмотр анимационных изображений (в режиме „**Animate**”, см. рис.9.14). Есть регулирование скоростью анимации (с помощью кнопок „**Faster**” и „**Slower**”, а также значение „**Delay**”, см. рис.9.21-г). В режиме „**Half**” половина изображений пропускается (есть еще „**Full**” – полный);

- **Dynamic Streamline...** – динамическое изменение начальной точки линии потока (в режиме „**Streamline**”, см. рис.9.14). На диалоговой панели „**Dynamic Streamline Control**” (см. рис.9.21-д) с помощью радиокнопок выбирается глобальная ось (**X**, **Y** или **Z**), движком полосы прокручивания или в поле „**Value**” можно установить значение координаты начальной точки, а также значение шага – в поле „**Delta**”;

- **Beam Cross Section...** – динамическое изменение изображений напряжений в модели из одномерных КЭ непосредственно в сечениях КЭ типа **BEAM** или **BAR**. На появившейся диалоговой панели (см. рис.9.22-а) в секции

см. позицию 50 таблицы П1.1. Приложения 1); опция „**Section Outline**” – показывать контур сечения (опцией „**Colors**” устанавливается его цвет). В секции „**Contour Legend Min/Max Options**” есть опции „**Include End Stresses**” (включать в вычисления все выбранные КЭ), „**Override**” (отмена вычисленных, использование введенных значений в полях „**Min**” и „**Max**”). В секции „**Vector Plot Options**” устанавливаются опции изображения вектора: „**Vector Length**” (длина вектора, от 0.1 до 400), „**Solid Vector**” (векторы изображать как объемные или линии) и „**More Arrows**” (увеличенные стрелки).

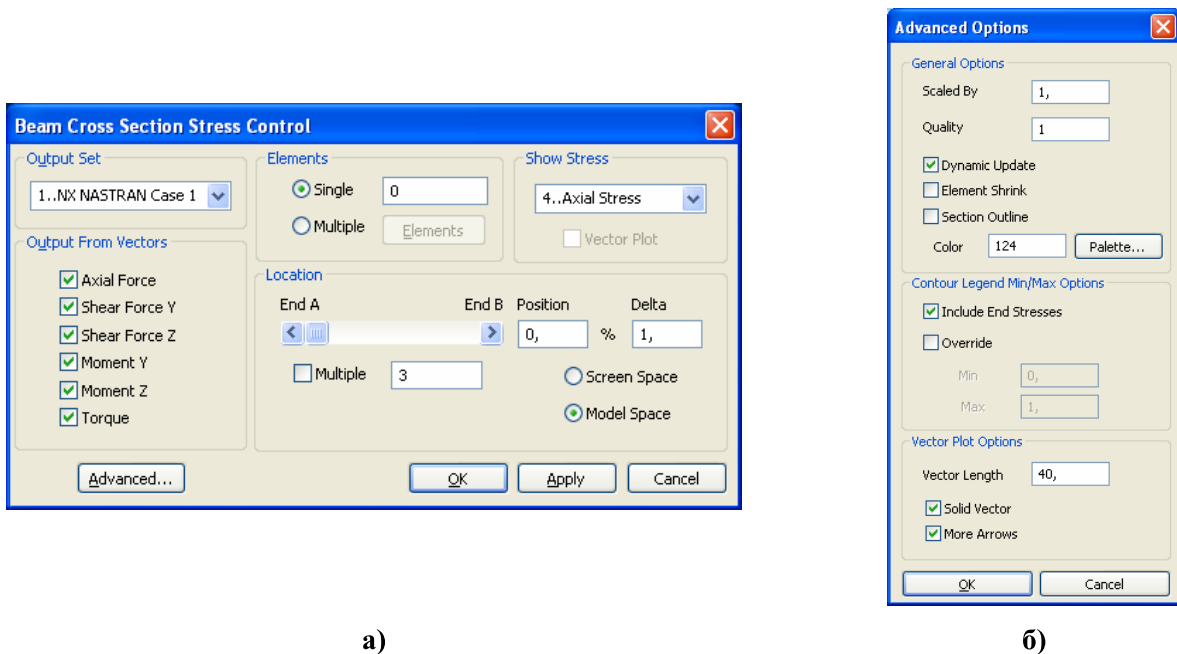


Рис.9.22. Диалоговые панели опций динамического изменения изображений напряжений в модели из одномерных КЭ типа BEAM или VAR (непосредственно в сечениях КЭ)

Еще один вариант просмотра результатов – с помощью команд меню **List**→**Output**:

- **Query...** (запрос о данных в одиночном объекте) – на диалоговой панели (см. рис.9.23-а) выбирается набор результатов („**All Sets**” – все), категория (все, или перемещение, скорость/ускорение, напряжение ...), объект (узел или КЭ), указывается его номер (**ID**). Кнопка „**More**” позволяет продолжать вывод данных без выхода из диалога;

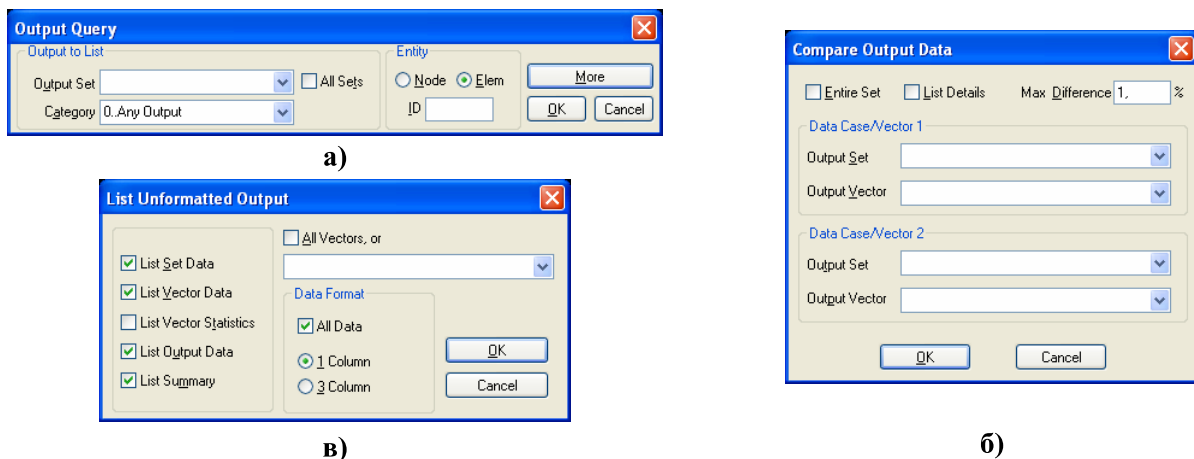


Рис.9.23. Диалоговые панели создания запроса:

а) – для одиночного объекта; **б)** – сравнительного; **в)** – для вектора, упрощенный формат

- **Compare...** (сравнение) – на диалоговой панели (см. рис.9.23-б) выбираются два набора результатов и, если отключить опцию „**Entire Set**” (полный набор) – векторы. Также указывается предельное значение различия (в процентах), которое не будет считаться различием. Можно установить опцию „**List Details**” (детальный вывод). В заключительной строке

сообщения еще приводятся **ID** и максимальное различие (**MxDiff**), **ID** и максимальное различие в процентах (**MxPct**), а также скалярное произведение (**Dot**) двух векторов (последнее можно использовать для проверки ортогональности векторов);

- **Summary to Data Table...** (отчет в виде таблицы данных). Должна быть активна панель „Data Table”, см. Раздел 1.3. На появившейся диалоговой панели (см. рис.9.24-а) в секции „Report Style” (стиль отчета) выбирается „Vector Summary” (векторный – одна строка для каждого выбранного вектора вывода), „by Property ID” или „by Material ID” – одна строка для каждого выбранного (не узлового) вектора вывода и указанного **Property** или **Material** (для выбора последних появятся соответствующие диалоги выбора). В секции „Report Contents” (информационное наполнение отчета) выбирается „Vector Data” (значения максимума/минимума для каждого вектора) или „Envelope Data” (значения максимума/минимума для каждого вектора, но с учетом „окружения”). В секции „Output Selection” указывается, какие выходные данные будут выбираться: „Full Output Sets” (все выходные наборы), „Specific Output Vectors” (определенные векторы набора, выбираемые на панели, что появится после команды „OK” и почти совпадает с изображенной на рис.9.4-в панелью, за исключением наличия опции „Select Similar Layer/Ply/Corner Vectors”, которая указывает на гарантирование выбора всех подобных отмеченным векторов). Опция „Include Results at Element Corners” указывает на необходимость включения в вывод результатов из углов КЭ, а опция „Include Max/Min Absolute Value” – создания дополнительных столбцов с максимальными/минимальными абсолютными значениями. В секции „Additional Summary for Selected” можно установить опции „Nodes” и/или „Elements”, тогда дополнительно к выбранным объектам можно будет выбрать узлы и/или КЭ, для которых также будут сформированы столбцы в таблицах;

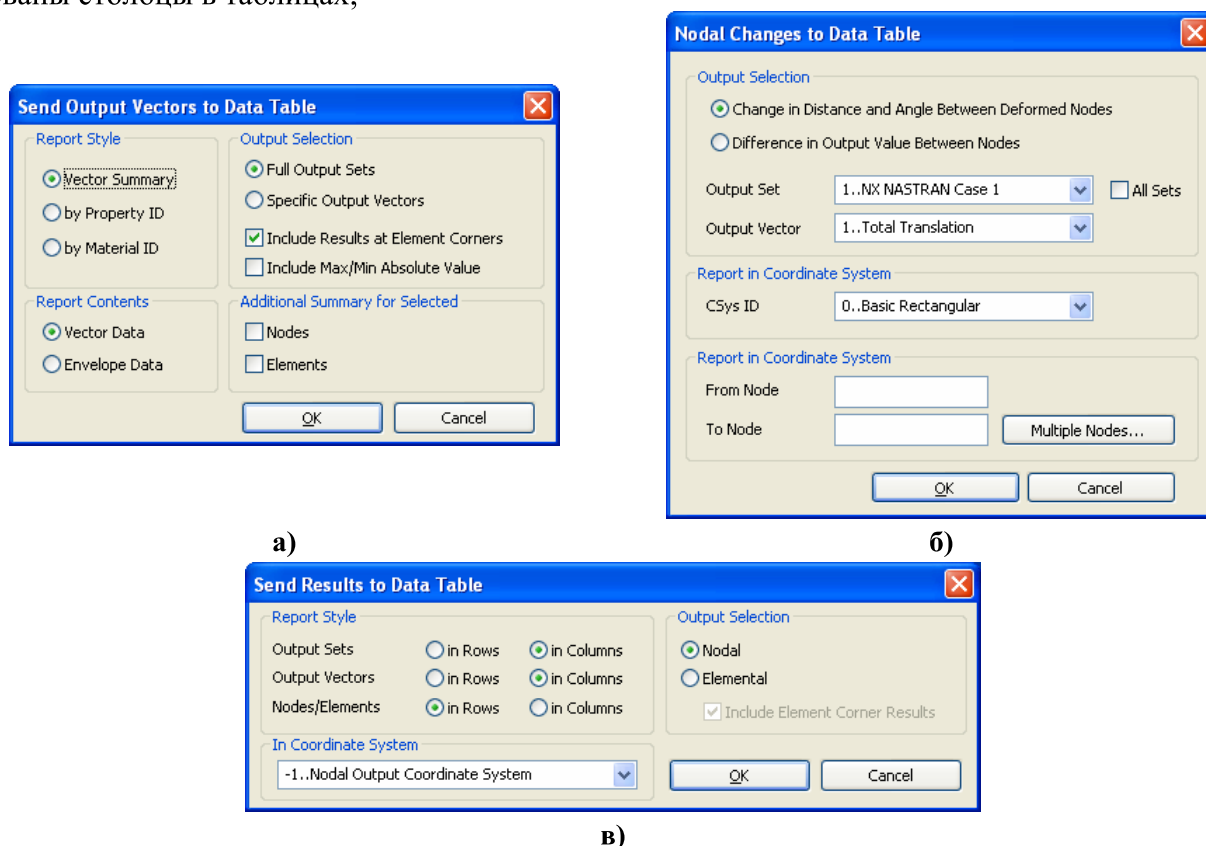


Рис.9.24. Диалоговые панели создания отчета в виде таблицы данных результатов анализа:
 а) – минимаксный вывод; б) – простой вывод; в) – изменения расстояний и углов

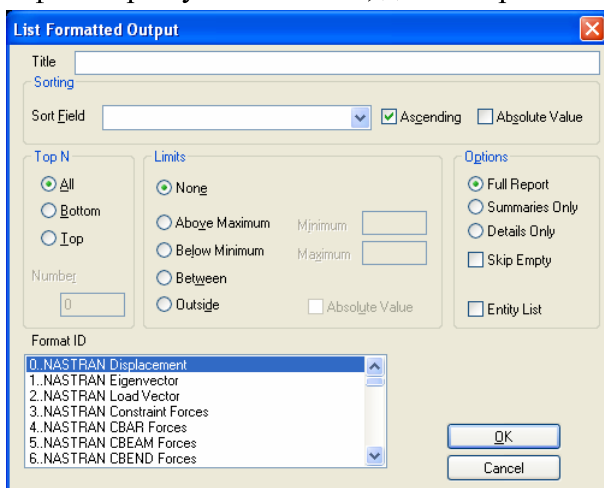
- **Result to Data Table...** – позволяет быстро сформировать таблицу данных из результатов расчетов, в соответствии с выбранным в секции „Report Style” (см. рис.9.24-в) стилем: „Output Sets” (набор), „Output Vectors” (вектор) или „Nodes/Elements” (узлы/элементы), причем хотя бы один из них должен быть „in rows” (в строках) или „in columns” (в колон-

ках). В секции „**Output Selection**” остается указать „**Nodal**” (узловой) или „**Elemental**” (элементный) вывод, причем в последнем случае активна опция „**Include Results at Element Corners**” (включить в вывод в узлах КЭ). Еще есть возможность выбрать систему координат для вывода (по умолчанию – „**-1..Nodal Output Coordinate System**”, т.е. та, что определена в каждом узле). Должна быть активна панель „**Data Table**”, см. Раздел 1.3;

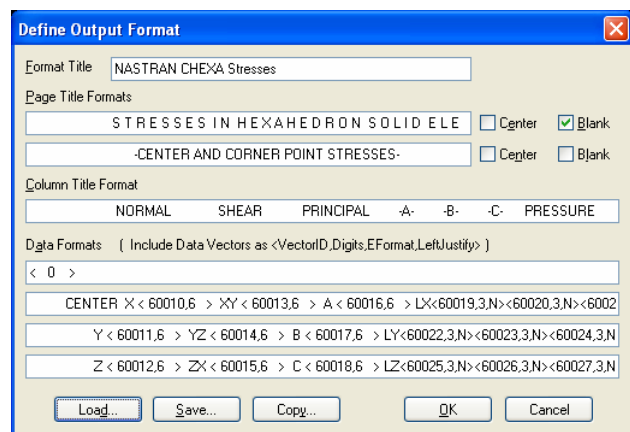
- **Nodal Changes to Data Table...** – позволяет быстро сформировать таблицу изменений (**Change**) расстояний (относительных смещений) и углов между одним узлом и множеством выбранных узлов, после деформирования. Выбирается один или все наборы результатов, вектор вывода, координатная система, один „базовый” узел и несколько других узлов, причем есть кнопка вызова стандартного диалога множественного выбора узлов „**Multiple Nodes...**”. После команды „**OK**” данные появляются в таблице (панель „**Data Table**”, см. Раздел 1.3, должна быть активна), а диалоговая панель готова к приему нового задания;

- **Unformatted...** (упрощенный вывод) – на диалоговой панели (см. рис.9.23-в) устанавливается опция „**All Vectors**” или выбирается вектор (из текущего набора), а также указываются, какие данные выводить и в какое количество столбцов (1 или 3);

- **Standard...** (стандартный вывод) – для выбранного набора результатов. На диалоговой панели (см. рис.9.25-а) можно ввести заголовок (**Title**), в списке „**Sort Field**” – выбрать вектор результатов; опциями „**Ascending**” (увеличение) и „**Absolute value**” (абсолютное значение) – назначить принцип сортировки; в секторе „**Top N**” (для узлов или КЭ) – количество значений, из которых будет сформирован список („**Top**” – максимальные или „**Bottom**” – минимальные значения); в секторе „**Limits**” – ограничения: „**Above Maximum**”, „**Below Minimum**”, „**Between**” или „**Outside**” (выше, ниже, в диапазоне или за границами указанных значений); в секторе „**Options**” – „**Full Report**” (полный отчет), „**Details Only**” (только детали) или „**Summaries Only**” (только резюме). Из списка „**Format ID**” нужно выбрать один из стандартных форматов вывода данных (**внимание**: он должен соответствовать вектору). Опция „**Skip Empty**” указывает, что не надо выводить поля с отсутствующими данными (когда вместо ожидаемых цифр выводятся „звездочки” ****); опция „**Entity List**” – список идентификаторов узлов или КЭ, для которых выведены данные;



а)



б)

Рис.9.25. Диалоговые панели: а) – стандартного формата вывода; б) – настраивания формата

- **Use Format...** (формат пользователя) – после выбора набора результатов появляется диалоговая панель „**List Formatted Output**” (см. рис.9.25-а). Но на ней над кнопкой „**OK**” есть две новые кнопки: „**Modify Format...**” и „**New Format...**”, вызывающие панель „**Define Output Format**” (см. рис.9.25-б). На ней кнопкой „**Load**” вызывается список стандартных форматов или кнопкой „**Copy**” – один из ранее выбранных; выбирается один из списка, потом формат можно изменить нужным образом. Значения в скобках <> такие: номер вектора, количество цифр, указатель E-формата (Y или N), выравнивать слева (Y или N). Более подробно – в „**Help**” (FEMAP→Commands→ ... →8.6.8 List, Output, Use Format ...);

- **Force Balance...** (баланс сил) – последовательно выбираются набор результатов, узел (узлы) и система координат для вывода всех сил, что действуют на узел (узлы);

- **Force Balance Interface Load...** (листинг баланса сил) – последовательно выбираются набор результатов, затем узлы на контуре и конечные элементы на контуре для подсчета баланса сил, затем указывается базовая точка приведения, после чего появляется панель с вопросом: „**Ok to include Nodal Details (No=Resultant Only)?**”. При ответе „**Yes**” силы будут получены в индивидуальных узлах, а при „**No**” будет получен результирующий вектор в базовой точке приведения. **Внимание:** в диалоговой панели для введения значений координат базовой точки приведения появляются значения, соответствующие средним координатам выбранных ранее узлов;

- **XY Plot...** (график в виде таблицы) – необходимо последовательно построить график (**F5**→**XY vs. ...** →**XY Data...**), если это нужно – задать имя файла для вывода с расширением имени **.rtf** или **.lst** (**List**→**Destination...**→**Select File...**), дать команду для вывода графика в виде таблицы (**List**→**Output**→**XY Plot**);

- **Format...** – выводят данные о назначенных ранее форматах вывода результатов.

Сообщения появляются в окне „**Messages**”. **Внимание:** с помощью команды **List**→**Destination...** можно указать и другие пути вывода: на принтер или в файл, но нужно помнить, что туда будут выводиться *все* сообщения. Выделенную в окне „**Messages**” часть сообщения можно сохранить в файле с расширением имени **.lst** или **.rtf** с помощью команды **File**→**Messages**→**Save...**, или скопировать в буферную память.

Напомним о еще двух очень удобных возможностях. Первая – применение переключателей

Prop: 1	Ld: 1	Con: 1	Grp: 0	Out: 1
---------	-------	--------	--------	--------

, что расположены в правой части панели состояния (горизонтальная полоса внизу, см. рис.1.1. Раздела 1.3). Вторая – вывод информации об выбранных объектах (линия, поверхность, узел, материал, КЭ, ...) на информационные панели „**Entity Info**” (об одном объекте) и „**Data Table**” (несколько объектов) – см. рис.1.2-в и рис.1.2-г и объяснение к ним.

Полную статистику для всей модели можно получить командой **List**→**Model Info**.

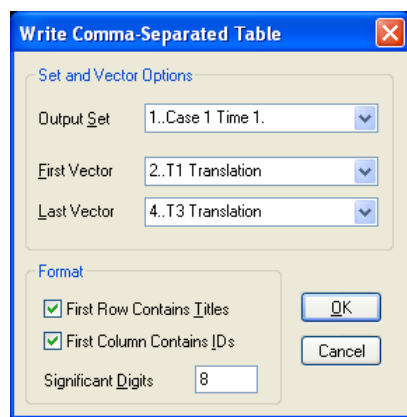


Рис.9.26. Диалоговая панель вывода результатов в текстовый файл в виде таблиц

В FEMAP реализованная возможность передачи результатов расчетов в виде текстовых таблиц, например, в табличный редактор **Excel**. Нужно командой **File**→**Export**→**Analysis Model...** вызвать диалоговую панель „**Export Method**”, кнопкой „**Other Interface**” вызвать панель „**Export To**” и выбрать на ней вариант „**Comma-Separated**”. После назначения имени файла появится панель (см. рис.9.26), где необходимо выбрать набор результатов (**Output Set**), первый (**First**) и последний (**Last**) из нужных векторов (они должны иметь одинаковый тип: узловой или элементный). В секции „**Format**” есть опции „**First Row Contains Titles**” (первая строка – название) и „**First Column Contains IDs**” (первый столбик – номера), а также поле „**Significant Digits**” (количество значащих знаков в результатах). После выбора необходимых узлов или КЭ будет создан файл ***.csv**.

Данные из этого текстового файла в табличный редактор **Excel** можно импортировать с помощью команды (русскоязычный интерфейс): **Данные** → **Импорт внешних данных** → **Импортировать данные...**, в дальнейшем указать, что формат данных – с разделителем, символ-разделитель – запятая; на следующей панели инициировать кнопку „**Подробнее...**” и указать, что разделитель целой и дробной части – точка.

Приложение 1

ОБЪЕКТЫ СПИСКА „Option” ДИАЛОГОВОЙ ПАНЕЛИ „View Options”

Диалоговая панель „View Options” предназначена для управления изображениями разнообразных объектов на рабочем поле FEMAP. Вызывается командой **View→Options...**

Несколько примечаний к таблице П1.1:

- слово „Entity” в полях значений (например, „Entity Colors”) указывает на то, что применяется значение параметра объекта „по умолчанию”, т.е. такое, что установлено на диалоговой панели „Model Parameters”, которая вызывается командой **Tools→Parameters...** Слово „Use”, наоборот, указывает на значение, которое устанавливается на этой панели пользователем;

- цвет объекта задается в секции „View Color”, которая активна почти для всех объектов. Но для некоторых объектов название уточняется: „Light Color” (для объекта 55 таблицы П1.1), „Preview Color” (64), „Monochrome Color” (72), „Beam Diagram Color” (81), „IsoSurface Color” (82), „Axes Color” (88), „Grid Color” (89, 90), „Curve Color” (91);

- опция (справа сверху) чаще всего имеет название „Draw Entity” (изобразить объект), но для некоторых объектов ее изменяет на другое: „Label Prefix” – метка префикса (1), „Show Direction” – отобразить направление (14), „Show Offsets” – отобразить смещение (15), „Show Orientation” – отобразить ориентацию (16), „Show Y Axis” – отобразить ось Y (17), „Draw Diameter” – изобразить диаметр (19), „Draw Symbol” – изобразить символ (20), „All Elements” – все элементы (49), „Option On” – задействовать назначения (50, 55, 56), „Fill On” – заполнить (51), „Curve Transparency” – прозрачность линии (53), „Auto Transparency” – прозрачность изображения (54), „Elements Symbol” – элементы символа (65), „Auto Aspect” – автоматический коэффициент (65), „% Of Model (Actual)” – фактический процент (68), „Arrowheads” – стрелки-указатели (69), „Single Step” – один шаг (70), „Trace Locations” – положение проекции (73), „Double-Sided” – двусторонний (74), „Filled (Online)” – интерактивное заполнение (75), „Animate” – проводить анимацию (76), „Abs Value” – абсолютное значение (78), „Reverse” – проводить реверс (81), „Contour Deformed” – деформировать контур (82), „Draw Isoline” – изобразить изолинию (83), „Draw Start” – изобразить начало линии потока (84), „Adjust Length” – корректировать длину (87), „Grid” – сетка (89, 90);

- метка – сокращенное обозначение объекта. Имеет префикс и номер. Например: **N15** – узел (Node) с номером 15, **E43** – КЭ с номером 43, **C7** – линия с номером 7;

- шрифт (гарнитура), что назначается, должен присутствовать в операционной системе, поскольку FEMAP не имеет собственных шрифтов;

- пометка типа <N> в ячейке указывает на то, что к этой ячейке нужно добавить информацию из предыдущей строки с номером N для соответствующей опции;

- некоторые дополнительные сведения относительно объектов таблицы П1.1 приведены в таблице П1.2. Соответствующая ячейка таблицы П1.1 имеет пометку (*).

Внимание: большинство назначений отображаются лишь в режиме „Solid”, некоторые – при других, доступных с помощью кнопки .

Таблица П1.1 – Объекты списка „Option” диалоговой панели „View Options”

№	Наименование объекта, примечание	Параметры (кроме „View Color”)	Возможные значения параметров
Категория: Labels, Entities and Color – Обозначения, объекты и цвета			
1	Label Parameters (параметры метки)	Label Font (шрифт)	Размер, название
		Color/Background (цвет метки, фон)	Entity Colors; Use View Color; Entity, Erase Back; View, Erase Back ^(*)
		Render Offset (выполнить отступление, сдвиг)	1...10
2	Coordinate System (система координат, введенная пользователем)	Label Mode (режим обозначения)	No Labels; ID and Axes, ID Only, Axes Only
		Color Mode (режим цвета)	Entity Color; View Color; Layer Color; RGB ^(*) – для объектов Line, Arrow (стрелка), Solid
3	Point (точка)	<2>	No Labels; ID; Definition CSys; Mesh Size; Mesh Attributes
			Entity Colors; Use View Color; Use Layer Color; Property Colors; Material Colors
4	Curve (линия), Combined Curve	<2>	No Labels; ID; Mesh Attributes
			<3>
5	Curve – Mesh Size (разметка сетки вдоль линии)	Show As (показать как)	Symbols Only; Size and Bias; Symbols (all curves); Symbols and Count ^(*)
		Color Mode	Entity Colors; Use View Color
6	Curve / Surface Directions	Parametric Directions	Off; Show All Arrows; Show Curve Arrows; Show Surface Arrows
7	Surface (поверхность)	<2>	<4>
			<3>
8	Boundary (граничная поверхность, граничный контур)	<2>	<4>
			<3>
9	Solid / Volume (тело / объем)	<2>	<4>
			<3>
10	Text (текст)	Visible Text (видимый текст)	All Text; Model Positioned; View Positioned
		Color Mode	<5>; Use Layer Color
11	Node (узел КЭ)	<2>	No Labels; ID; Definition CSys; Output CSys; Super Element ID
			<10>; Def CSys Color; Output CSys Color
12	Node – Perm Constraint (узел – постоянные связи)	<2>	No Labels; Degree of Freedom (степень свободы); Pins, No Labels; Pins, DOF; Arrows, No Labels; Arrows, DOF; Triangles, No Labels; Triangles, DOF
			<10>; RGB

13	Element (конечный элемент, КЭ)	<2>	No Labels; ID; Property; Material; Element Type; ID, Prop, Matl; Layer
			<3>
14	Element – Directions (КЭ – направление обхода по узлам)	Normal Style	Right-Hand Rule (правило правой руки); Normal Vectors (нормаль); Backface Shading (оттенение невидимой поверхности)
		Color Mode	Entity Colors; Use View Color
15	Element – Offsets / Releases (КЭ – смещения / степени свободы)	Release Labels	No Labels; Degree of Freedom (степень свободы)
		Color Mode	<14>
16	Element – Orientation/Shape (КЭ – ориентация / форма)	Element Shape	Line/Plate Only; Show Fiber Thickness; Show Inertia Ratio; Show Cross Section; Show Stress Recovery ^(*)
		Color Mode	<14>
17	Element – Beam Y-Axis (КЭ – ось Y сечения балки)	Color Mode	<14>
18	Element – Coordinate Systems	<2>	No Labels; ID
			<14>
19	Element – Weld	-	-
20	Element – Rigid	Label Mode (режим обозначения)	No Labels; Degree of Freedom
21	Load Vectors (векторы нагрузки (масштабирование))	Vector Length	Uniform; Scale by Magnitude
		Load Len	0.01...1000...1000
		Min Scale	0... ...100
22	Load – Body	Label Mode	No Labels; Load Value
		Location	View Axes; Model
23	Load – Force and Bearing (нагрузка – сила и опора)	Label Mode	<22>; Load Phase
		Color / Component Mode	<10>; Entity Components; View Components; Layer Components
24	Load – Moment and Torque (нагрузка – момент и вращающий момент)	<23>	<23>
25	Load – Temperature (нагрузка – температура)	<2>	<22>
			<10>
26	Load – Distributed Loads (нагрузка – распределенные силы)	<2>	<23>
			<10>
27	Load – Pressure (нагрузка – давление)	<2>	<23>
			<10>
28	Load – Acceleration (нагрузка – ускорение)	<23>	<23>

29	Load – Velocity (нагрузка – скорость)	<23>	<23>
30	Load – Enforced Displacement (нагрузка – не силовое (кинематическое) смещение)	<23>	<23>
31	Load – Nonlinear Force (нагрузка – нелинейная сила)	<2>	<25>
32	Load – Heat Generation (нагрузка – источник тепла)	<2>	<25>
33	Load – Heat Flux (нагрузка – тепловой поток)	<2>	<25>
34	Load – Convection (нагрузка – конвекция)	<2>	<25>
35	Load – Radiation (нагрузка – радиация (лучевой нагрев))	<2>	<25>
36	Load – Bolt Preload (предыдущая нагрузка болта)	<2>	<25>
37	Load – Fluid Tracking	<2>	<25>
			<5>
38	Load – Unknown Condition	Color Mode	Entity Colors; Use View Color
39	Load – Slip Wall Condition	<38>	<38>
40	Load – Fan Curve	<37>	<37>
41	Load – Periodic Condition	<38>	<38>
42	Constraint (связь, т.е. граничное условие 1-го рода)	<12>	<12>
43	Constraint Equation (уравнение связи)	<2>	<15>; Coefficient; DOF and Coefficient
			<10>
44	Connector (контактный объект)	<2>	No Labels; ID; Property; ID, Prop
			<10>; Property Colors
45	Connection Region (контактный регион)	<2>	No Labels; ID
			<10>
46	Combined – Eliminated Points (Объединение – устраненные точки)	Color Mode	<5>

47	Combined – Eliminated Curves (Объединение – устраненные линии)	<46>	<5>
48	Combined – Eliminated Surfaces (Объединение – устраненные поверхности)	<46>	<5>
Категория: Tools and View Style – Инструменты и стиль изображения			
49	Free Edge and Face (свободные кромки и грани КЭ)	Parabolic Edge/Face (параболические ребра / стороны)	Use Midnodes; Skip Midnodes (учитывать или нет промежуточные узлы)
		Free Edge / Backface	Entity Colors; Use View Color; View, Draw Model
50	Shrink Elements (изобразить КЭ в сжатом виде)	Shrink To %	0... ..100
51	Fill, Backfaces and Hidden (заполнение (окраска), задние и скрытые грани КЭ)	Backfaces (невидимые поверхности)	Show All Faces; Skip Solid Backfaces; Skip Solid and +Plate; Skip Solid and -Plate
		Hidden Line Options (параметры невидимой линии)	Free Faces + All Others; Free Face Only; Draw All Faces
52	Filled Edges (окрашенные кромки)	Section Cut Edges	Skip Cut Edges; Section Cut Edges
		Color Mode	<10>; Contrasting Colors
53	Render Options (опции тонирования)	Surface Hatch (штриховка поверхности)	Hatch Surfaces (штриховать поверхности); Hatch Wireframe Surfaces (штриховать каркасные поверхности); Never Hatch Surfaces (не штриховать поверхности)
		Parabolic Edge/Face (параболические ребра / стороны)	Use Midnodes; Skip Midnodes (учитывать или нет промежуточные узлы)
		Offset Factor (множитель смещения)	0... ..500
		Offset (модуль смещения)	0... ..500
54	Transparency (прозрачность)	Percent (0=Opaque) 0=непрозрачность	0... ..100
55	Shading (затемнение, т.е. зависимость яркости изображения поверхности от положения источника освещения)	Shading Mode	Shade Filled Areas; Shade Lines; Shade All
		Light Location/Type	Viewer; Screen; Viewer Spot; Screen Spot; Model; Model Spot
		% Ambient (процент общего окружающего освещения)	0 ... 100
		Distance	≥ 0
		Кнопка „Light...”	Координаты (источника освещения)
56	Perspective (перспектива)	Distance (расстояние до точки сходимости)	≥ 0

57	Axisymmetric Axes (отобразить осесимметричные оси)	Direction	Global (X, Y (и другие комбинации)) Radial
		Color/Draw Mode	View Color; RGB (для Line; Arrow, Solid)
58	View Legend (отобразить легенду: координатная система, положение, нагрузка, ...)	Position (позиция: по умолчанию – „Top Left”, т.е. слева вверху)	Top Left; Top Center; Top Right; Center Left; Center Right; Bottom Left; Bottom Center; Bottom Right
		Legend Style	IDs Only; Titles (только номера; название); Titles and Model Name; Titles, Model Name, Date
59	View Axes (отобразить / скрыть базисные оси)	Show As	No Labels; ID
		Color/Draw Mode	View Color; RGB (для Line; Arrow, Solid)
		Кнопка „Position...”	Положение, в процентах к размеру рабочей плоскости
60	Origin (начало координат, цвет)	-	-
61	Workplane and Rules (рабочая плоскость и шкалы)	Rules (шкала)	Show Rules; Skip Rules
		Plane Fill	None; Fill Interior
62	Workplane Grid (сетка на рабочей плоскости)	-	Настройка сетки: клавиша „F2”, кнопка „Snap Options”
63	Group Clipping Planes (секущие плоскости, для групп)	-	-
64	Symbols (символы: тип, размер и цвет символов, узлов, точек и т.п.)	Symbol Size	Symbol Size (21 значение)
		Nodes, Points and Mesh	Symbols – Node Dots; Dots; Symbols – All
		Load Len	0.01...1000
		Other Vec	0.01...1000
65	View Aspect Ratio (пропорции вида: сжать/растянуть вдоль осей)	Aspect Ratio (коэффициент)	0.01... 100
66	Model Clipping Plane (отсечение модели плоскостью)	Clipped Side (сторона отсечения)	Positive; Negative
Категория: PostProcessing – Результаты			
67	Post Titles (наименование параметров вывода)	Position (позиция: по умолчанию – „Bottom Left”, т.е. слева внизу)	<58>
		Legend Style	IDs Only; Titles (только ID или полные названия)

68	Deformed Style (стиль отображения деформированного состояния)	Deformed Scale	Automatic; Auto – Group
		Default Direction	Global X; Global Y; Global Z
		Scale, % (процент отображения деформированного состояния)	0... ..100
		Scale Act	≥ 0
69	Vector Style (стиль вектора данных вывода)	Label Mode	No Labels; Output Value; Top Percent
		Component Mode	Total Vector; Component Vectors; Solid Total Vector; Solid Component Vectors
		Top Percent	0... ..100
70	Animated Style (стиль анимации)	Shape	Linear – Full; Linear – Full Abs; Linear – Half; Linear – Half Abs; Sine – Full; Sine – Full Abs; Sine – Half; Sine – Half Abs
		Color Mode	Color Animation; Monochrome Animation
		Frames (фреймов)	>0
		Delay (задержка)	>0
71	Deformed Model (деформированная модель)	Deform Relative To	None; Fixed Node
		Color Mode	Entity Colors; Use View Color
		Node ID	
72	Undeformed Model (недеформированная модель)	Color Mode	Entity Colors; Use View Color
		Render Offset %	± 9.99 · 10 ³⁰
73	Trace Style (стиль трассирования в режиме отображения Trace)	Label Mode	No Label; Set ID; Set Value
		Trace Length	Full Length; Animate Growth
74	Contour Type (тип контурных данных: по узлам, по КЭ)	Contour Type	Nodal Contour; Elemental Contour; Match Output
		Rendered Contours	Continuous; Level Colors
75	Contour/Criteria Style (стиль контурных / критериальных данных)	Label Mode	No Label; ID; Max Min
		Data Conversion	Average; Maximum Value; Average, Skip Corner; Max, Skip Corner; Minimum Value; Min, Skip Corner
		Label Freq (шаг меток)	≥ 0
		Digits (количество знаков, не меньше чем)	0...20
76	Contour/Criteria Levels (уровни контурных / критериальных данных (шкалы))	Level Mode	Automatic; Auto – Group; Max Min; User Defined
		Contour Palette	Standard Palette; User Palette
		# of Levels (количество изополос, цветов)	Целое число > 1 (16 – по умолчанию)
		Minimum, Maximum	Предельные значения
		Кнопка „Set Levels...”	Установление цветов для изополос

77	Contour/Criteria Legend (цветная шкала для контурных / критериальных данных)	Position	<58>
		Label Color	Contour Colors; Use View Color; Contour Colors, Exponent; View Color, Exponent
		Label Freq (шаг меток)	≥ 0
		Digits (количество знаков, не меньше чем)	0...20
		Кнопка „Legend Shrink...”	% сжатия, 1 ... 100
78	Criteria Limits (границы критериальных данных)	Limits Mode	No limits; Above Maximum; Below Minimum; Between; Outside
		Minimum, Maximum	
79	Criteria – Elements that Pass (КЭ, избранные сортировкой (назначенные границы))	Label Mode	No Labels; Output Value
		Color Mode	Entity Colors; Use View Color; Contour Colors
80	Criteria – Elements that Fail (КЭ, не избранные сортировкой (не назначенные границы))	<79>	<79>
81	Beam Diagrams (эпюры)	Label Mode	No Labels; Labels at Nodes (метки при узлах); Labels at Peaks (метки на эпюре); Contour Only
		Default Direction (направления ориентации построения эпюр)	Element Y; Element Z; Global X; Global Y; Global Z; Element Y RevB; Element Z RevB; Global X RevB; Global Y RevB; Global Z RevB
82	IsoSurface (поверхности уровня)	Level Mode Dynamic Color Mode IsoSurface At	Use Contours; Single Isosurface Contour Colors; Use View Color $\pm 9.99 \cdot 10^{30}$
83	IsoLine (линии уровня)	IsoLine Width	Texture Width (128 значений) Use Background Color; Use View Color; Background Greater; View Greater; Background Less; View Less
		Color Mode	
		IsoLine At	$\pm 9.99 \cdot 10^{30}$
84	Streamline (линия потока)	Color Mode Max Length Min Speed Кнопка „Streamline Location...”	Contour Colors; Use View Color Максимальная длина Минимальная скорость Точка – начало линии потока
85	XY Titles (заголовок XY-диаграммы)	Position	<58>
		Кнопка „Titles...”	Введение заголовка и подзаголовка
86	XY Legend (легенда XY-диаграммы)	Position	<58>
		Legend Style	IDs Only; Titles; Titles and Model Name; Titles, Model Name, Date

87	Contour Vector Style (стиль контурного вектора)	Vector Style	Center, Dual Arrow; Center, Single Arrow; Center, No Arrow; Dual Arrow; Single Arrow; No Arrow; Solid Center Dual; Solid Center Single; Solid Center No Arrow; Solid Dual Arrow; Solid Single Arrow; Solid No Arrow
		Color Mode	Contour Colors; Use View Color; Contour Colors; View Color, Exponent
		Digits	0 ... 10
		Length	0.01 ... 1000
88	XY Axes Style (стиль осей XY-диаграммы)	Plot Type X Tics; Y Tics (количество линий вдоль X и Y)	Rectilinear; Semi-Log (Y-Axis); Log-Log; Semi-Log (X-Axis) > 1
89	XY X Range/Grid (диапазон вдоль оси X / сетка XY-диаграммы)	Axis Range Minimum, Maximum	Automatic; Auto – Group; Max Min
90	XY Y Range/Grid (диапазон вдоль оси Y / сетка XY-диаграммы)	<89>	<89>
91	XY Curve 1...9 (линии 1...9 (стиль, цвет, метки) XY-диаграммы)	Data Labels	No Labels; ID; Output Value; Max/Min ID; Max/Min Value; DataPair; Max/Min DataPair
		Curve Style	Points Only; Lines; Lines with Points
		Scale	

Таблица П1.2 – Некоторые переводы, значения, объяснения и обозначения, применяемые в таблице П1.1.

№	Название в FEMAP	Перевод, значения, объяснения, обозначения
1	Erase Back	„Очистка” поля (на рабочем поле FEMAP) под значение, которое будет выводиться, т.е. создание фона
2	RGB	Красный, зеленый, синий – не только цвета, а и порядок следования
5	Symbols Only; Size and Bias; Symbols (all Curves); Symbols and Count	Только назначенные метки; назначенное количество КЭ и смещение; метки на всех кривых (назначенные, и те, что соответствуют установленному командой Mesh→Default Size значению); все метки, а также количество КЭ, что назначены
16	Line/Plate Only; Show Fiber Thickness; Show Inertia Ratio; Show Cross Section; Show Stress Recovery	Показывать: только линии/поверхности КЭ; толщину (для двумерных КЭ); инерционный момент, сечение, точки вычисления напряжений (для одномерных КЭ)

Приложение 2

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ FEMAP (Function reference)

Здесь фактически приведен перевод FEMAP→User→C. **Function reference** из „Help” программы FEMAP 10.2.0.

Элементарные функции FEMAP могут использоваться, чтобы создать уравнения для любого возможного числового расчета.

Функции приведены в алфавитном порядке. Все аргументы функций всегда нужны. Множественные аргументы должны быть отделены точкой с запятой (;), десятичный знак в действительном числе – запятой (,).

ABS(x) – возвращает абсолютное значение аргумента *x*. Если $x > 0$, то $ABS(x) = x$.

ACOS(x) – возвращает обратный косинус (арккосинус) *x*. Обратный косинус – угол, между 0 и 180 градусами, который имеет косинус, равный *x*.

ACTID(type) – возвращает активный набор или идентификатор **ID** для избранного типа объекта. Значение аргумента должно быть одним из определенных типов объекта (см. табл. П2.1). Любое другое значение „*type*” возвращает неопределенный результат.

Таблица П2.1 – Индексные значения (Index Value) и соответствующие им значения типов объектов

1	Coordinate System (система координат)	2	Point (точка)
3	Curve (кривая)	4	Surface (поверхность)
5	Volume (объем)	6	Text (текст)
7	Boundary (граница)	8	Node (узел)
9	Element (элемент)	10	Material (материал)
11	Property (свойство)	12	Load Set (набор нагрузок)
13	Constraint Set (набор ограничений)	14	View (представление, вид)
15	Output Set (набор вывода)	16	Report Format (формат сообщения)
17	Connection (соединение)	18	Connection Property (свойство соединения)

ASIN(x) – возвращает обратный синус (арксинус) *x*. Обратный синус – угол, между -90 и 90 градусами, который имеет синус, равный *x*.

ATAN(x) – возвращает обратный тангенс (арктангенс) *x*. Обратный тангенс – угол, между 0 и 180 градусами, который имеет тангенс, равный *x*.

CNPR(cnpropID; index) – возвращает значение „Property” параметра *cnpropID*. Значение *index* определяет значение „Property”, которое будет возвращено. О значении „Property” – см. сведения о блоке данных 918 из документации о файле FEMAP формата *.neu.

CNPRID(cnID) – возвращает значение ID „Property” связи, на которую ссылается *cnID*. Возвращает 0, если связь не имеет „Property”.

COS(theta) – возвращает косинус угла „*theta*”. „*Theta*” должен быть определен в градусах.

COUNT(type) – возвращает номер объектов избранного типа в текущей модели. Типом должен быть один из определенных типов объекта (см. функцию **ACTID()**).

ELND(index; elemID) – возвращает *nodeID*, на который ссылается элемент. Например **ELND(3, 45)** возвращает идентификатор третьего по порядку узла элемента **45**. Если элемент не существует или индекс – слишком большой, будет выдаваться сообщение об ошибке, а результат будет неопределенным.

EXP(x) – возвращает значение показательной функции, e^x .

FNI(functionID; x) – возвращает интерполированное значение функции с ID, которое соответствует *functionID*, в точке *x*. Если *x* задано за диапазоном функции, то для интерполирования используются две ближайших точки функции (линейная экстраполяция на основе двух точек).

FNV(functionID; x) – возвращает значение функции с ID, которое соответствует *functionID*, в точке, ближайшей к точке *x*. Если *x* задано за диапазоном функции, то возвращает ближайшее крайнее значение.

INT(x) – возвращает ближайшее целое значение (целое число), меньшее действительного числа *x*.

LN(x) – возвращает значение натурального логарифма *x*.

LOG(x) – возвращает основу десятичного логарифма *x*.

MAT(matlID; index) – возвращает значение характеристики материала „*matlID*”. Значение „*index*” определяет материальную характеристику, которая будет возвращена. В отличие от функции **PROPO**, значение „*index*” в этом случае одинаковое, независимо от того, на какой материал ссылаются (изотропный, ортотропный, анизотропный, ...). Нужно использовать значения для „*index*”, что приведены в таблицы П2.2.

Таблица П2.2 – Индексные значения (Index Value) и соответствующие им значения свойств материала

Index Value	Returns	Index Value	Returns	Index Value	Returns
0	Ex	1	Ey	2	Ez
3	Gx	4	Gy	5	Gz
6	NUxy	7	NUyz	8	NUzx
9	G 3D[1,1]	10	G 3D[1,2]	11	G 3D[1,3]
12	G 3D[1,4]	13	G 3D[1,5]	14	G 3D[1,6]
15	G 3D[2,2]	16	G 3D[2,3]	17	G 3D[2,4]
18	G 3D[2,5]	19	G 3D[2,6]	20	G 3D[3,3]
21	G 3D[3,4]	22	G 3D[3,5]	23	G 3D[3,6]
24	G 3D[4,4]	25	G 3D[4,5]	26	G 3D[4,6]
27	G 3D[5,5]	28	G 3D[5,6]	29	G 3D[6,6]
30	G 2D[1,1]	31	G 2D[1,2]	32	G 2D[1,3]
33	G 2D[2,2]	34	G 2D[2,3]	35	G 2D[3,3]
36	alpha[1,1]	37	alpha[1,2]	38	alpha[1,3]
39	alpha[2,2]	40	alpha[2,3]	41	alpha[3,3]
42	k[1,1]	43	k[1,2]	44	k[1,3]
45	k[2,2]	46	k[2,3]	47	k[3,3]
48	thermal cap	49	density	50	damping
51	ref Temp	52	tension limit[1]	53	tension limit[2]
54	compression limit[1]	55	compression limit[2]	56	shear limit

MAX(x; y) – возвращает большее из значений *x* или *y*. Положительные числа всегда больше отрицательных. Если необходимо сравнить в абсолютном значении, используют запись **MAX(ABS(x); ABS(y))**.

MAXID(type) – возвращает максимальный идентификатор в текущей модели избранного типа объекта. „*Type*” должен быть один из определенных типов объекта (см. функцию **ACTID()**).

MID(propID) – возвращает идентификатор материала, на который ссылается свойство „*propID*”. Эта функция не должна использоваться для многослойного КЭ: для этого нужно использовать функцию **MLAM()**.

MIN(x; y) – возвращает меньшее из значений *x* или *y*. Отрицательные числа всегда меньше положительных. Если необходимо сравнить в абсолютном значении, используют запись **MIN(ABS(x); ABS(y))**.

MINID(type) – возвращает минимальный идентификатор в текущей модели избранного типа объекта. Типом должен быть один из определенных типов объекта (см. функцию **ACTID()**).

MLAM(propID; ply) – возвращает идентификатор материала, на который ссылается слой „*ply*” свойства „*propID*”. Эта функция может использоваться только в случае, если „*propID*” выбирает многослойный КЭ. „*Ply*” должен быть между 1 и максимальным номе-

ром допустимых „ply” многослойного КЭ. Будет повернуто θ , если избран слой „ply”, отсутствующий в избранном КЭ.

NEXTID(type) – возвращает идентификатор следующего объекта указанного типа. Типом должен быть один из определенных типов объекта (см. функцию **ACTID()**).

PID(elemID) – возвращает идентификатор свойства, на которое ссылается идентификатор КЭ, т.е. „elemID”. Возвращение всегда будет θ , если такого КЭ нет.

POW(x; y) – возвращает значение x^y .

PROP(propID; index) – возвращает значение свойства из свойства „propID”. Значение „index” определяет значение свойства, которое будет возвращено. Полный список значений „index” находится в блоке 402 Данных документации FEMAP Neutral File (Приложение G). Значения „index” отличаются в зависимости от типа КЭ. Например, если **propID** выбирает КЭ типа **Bar** (Брус), то для значения **index = 0** возвратит **Area**, для **index = 4** возвратит **J**, что является константой скручивания. Для пластины, **index = 0** возвратит **thickness** (толщину).

RND(x) – возвращает ближайшее целое значение, которое или ниже или выше, чем действительное число x .

SIN(theta) – возвращает синус угла **theta**. „Theta” должен быть определен в градусах.

SQR(x) – возвращает квадрат x . Т.е. **SQR(x) = x * x**.

SQRT(x) – возвращает квадратный корень из положительного числа x .

TAN(theta) – возвращает тангенс угла **theta**. „Theta” должен быть определен в градусах.

VEC(setID; vectorID; entityID) – возвращает значение результатов решения краевых задач. „SetID” определяет набор результатов, который будет избран. „VectorID” выбирает вектор результатов в том наборе. „EntityID” является или идентификатором КЭ, или идентификатором узла (в зависимости от типа вектора). Например, **VEC(2,1,33)** возвращает значение результатов для узла 33, в таблице результатов **Output Set 2, Output Vector 1** (это будет „Total Translation”, т.е. „полное перемещение”).

XEF(elemID; faceID) – возвращает координату X средней точки избранной поверхности КЭ. Координата X всегда возвращается в активной системе координат. В цилиндрической или сферической системе, это – радиус. Доступные значения для „faceID” зависят от типа КЭ (см. Приложение 3).

XEL(elemID) – возвращает координату X средней точки избранного элемента, в активной системе координат. В цилиндрической или сферической системе это – радиус.

XND(nodeID) – возвращает координату X избранного узла, в активной системе координат. В цилиндрической или сферической системе это – радиус. Если задать отрицательное значение „nodeID”, FEMAP выбирает узел идентификатором, который равен идентификатору следующего узла, что будет создан, минус абсолютное значение аргумента. Например, если задать **XND(-14)**, и следующий узел, что будет создан, будет иметь номер **43**, возвратится координата X узла **43-14=29**, если узел **29** существует.

XPT(pointID) – то же самое как **XND()**, только возвращает координату X точки.

YEF(elemID; faceID) – то же самое как **XEF()**, только возвращает координату Y .

YEL(elemID) – то же самое как **XEL()**, только возвращает координату Y .

YND(nodeID) – возвращает координату Y избранного узла, в активной системе координат. В цилиндрической системе это – угловое значение „theta”, в градусах. См. **XND()** для дополнительной информации.

YPT(pointID) – то же самое как **YND()**, только возвращает координату Y точки.

ZEF(elemID; faceID) – то же самое как **XEF()**, только возвращает координату Z .

ZEL(elemID) – то же самое как **XEL()**, только возвращает координату Z .

ZND(nodeID) – возвращает координату Z избранного узла, в активной системе координат. См. **XND()** для дополнительной информации.

ZPT(pointID) – то же самое как **ZND()**, только возвращает координату Z точки.

Приложение 3

БИБЛИОТЕКА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В этом приложении приведены короткие сведения о библиотеке конечных элементов (КЭ) в SPLMS.Fv10.2.0. Описана геометрия каждого типа КЭ, возможные виды их нагрузки, основные параметры элементов, а также области их применения.

Сведения о КЭ можно получить с помощью меню „**Help**“: просмотреть Раздел **FEMAP→User→6. Element Reference** и книгу **NX Nastran. Element Library Reference Manual** (файл ...**FEMAPv102\pdf\user.pdf**). Есть еще файл ...**FEMAPv102\nastranhelp\NXNastran\nast\misc\doc\docs\pdf\element.pdf** с книгой **NX Nastran 7 Element Library Reference**, содержащей более подробные сведения о КЭ NX Nastran.

П3.1 Одномерные конечные элементы

В Nastran одномерные КЭ связывают между собой два или три узла КЭС (1-го или 2-го порядка аппроксимации). Разные типы таких элементов используют для моделирования соответствующих им типов конструкций.

П3.1.1 Стержневой элемент типа ROD

Воспринимает только растяжение/сжатие или кручение. Не „работает“ на изгиб, а сдвиг не учитывается. Только первого порядка аппроксимации.

Применение: для расчета элементов ферм и рам в отсутствии изгиба.

Форма: прямая линия, соединяющая два узла.

Внутренняя система координат: ось X направлена от первого узла ко второму.

Параметры: площадь поперечного сечения или полярный момент инерции и коэффициент для расчета напряжений от кручения, неконструкционная масса на единицу длины, периметр сечения, а для гибких нитей (**Cable**): сила начального натяжения, начальное ослабление, допустимое напряжение растяжения, момент инерции плоскости.

П3.1.2 Элемент трубы типа TUBE

Является разновидностью стержневых элементов с поперечным сечением в виде трубы. Воспринимает только растяжение/сжатие или кручение. Только первого порядка аппроксимации.

Применение: для моделирования прямолинейных конструкций, имеющих трубчатое сечение.

Форма и внутренняя система координат: как в **ROD**.

Параметры: внутренний и внешний диаметр, неконструкционная масса на единицу длины. Дополнительные параметры для трубы (**Pipe**): внутреннее давление и опция „**Close Ends**“ (закрытые концы).

П3.1.3 Криволинейный элемент трубы типа CURVED TUBE

Нейтральная ось этого КЭ представляет собой дугу, соединяющую узлы. Вместо этого элемента можно использовать несколько прямолинейных элементов трубы, размещая их по дуге, описывающей нейтральную линию. Воспринимает только растяжение/сжатие или кручение. Только первого порядка аппроксимации.

Применение: моделирование выгнутых частей и колен трубчатых конструкций.

Форма: дуга, соединяющая два узла.

Внутренняя система координат: такая же, что и в КЭ типа **BEAM**, **CURVED BEAM**. Элемент искривлен в плоскости **XY** элемента, а вектор радиуса направлен к третьей точке, другими словами – в направлении вектора ориентации (см. рис.П3.1).

Параметры: внешний диаметр, внутренний диаметр, радиус кривизны, неконструкционная масса на единицу длины.

Примечание. В отличие от КЭ типа BEAM не имеет возможностей сдвига нейтральной оси от узлов, задания точек на сечении для расчета напряжений, а также управления степенями свободы для моделирования шарнирных соединений.

П3.1.4 Балочные элементы типа VAR, BEAM

Воспринимают растяжение, сжатие, кручение и изгиб.

Применение: при моделировании большинства балочных и рамных конструкций (ферм).

Форма: линия, соединяющая два (VAR), два или три (BEAM) узла.

Внутренняя система координат: ось X направлена от точек A к B (см. рис.П3.1), которые являются узлами КЭ. Ось Y располагается перпендикулярно оси X и лежит в плоскости, обусловленной первым, вторым и дополнительным третьим узлом (или заданным вектором ориентации оси Y). Ось Z определяется векторным произведением осей X и Y элемента.

Параметры: площадь поперечного сечения, моменты инерции (I_1 , I_2 , I_{12}), полярный момент инерции, факторы расстояния (сдвига) в соответствующих плоскостях, неконструкционная масса на единицу длины, точки на поперечном сечении для расчета напряжений, координаты нейтральной оси (N_{ay} , N_{az} , N_{by} и N_{bz}). Все параметры считаются постоянными для всего элемента типа VAR. КЭ типа BEAM может иметь переменное сечение (профиль сечения – сохраняется), т.е. можно задать разные значения параметров для каждого из его концов. Для этого нужно инициировать опцию „Tapered Beam” (коническая балка). Геометрические характеристики сечения можно рассчитать с помощью инструмента „Shape...” диалога „Define Property” (см. рис.3.4, рис.3.5).

Примечания.

В КЭ типа BEAM нейтральный слой может не содержать продольную ось симметрии. При этом на диалоговой панели „Define Property – BEAM Element Type” (см. рис.3.5-б) необходимо установить опцию „Compute Shear Center Offset” (вычислить смещение от центра изгиба). Кроме переменного сечения КЭ типа BEAM еще может представлять модель „тонкостенный стрежень”. Для этого, кроме указанной выше, необходимо установить опцию „Compute Warping Constant” (вычислить секторальный момент инерции).

В элементах типа VAR и BEAM можно руководить степенями свободы в узлах элемента, например, для моделирования разного типа шарнирных соединений. Достигается это путем освобождения соответствующих степеней свободы через команду **Modify**→**Update Elements**→**Releases**. Так, например, освобождение степени свободы 4 (поворот вокруг оси X элемента) в каком-нибудь узле приведет к тому, что крутящий момент не будет передаваться через этот узел.

Векторы расстояний (сдвигов) задаются через команду **Modify**→**Update Elements**→**Offsets**. Они смещают нейтральную ось от узлов в указанном направлении на заданное расстояние. Если расстояние (сдвиг) не задано (по умолчанию), то считается, что нейтральная ось располагается непосредственно между узлами. Сдвиг нейтральной оси не влияет на ориентацию элемента в пространстве, поскольку ось определяется относительно конечно-элементных узлов.

Точки на сечении для расчета напряжений задаются на усмотрение пользователя в плоскости YZ системы координат элемента.

Задание моментов инерции для элементов типа VAR и BEAM может привести к ошибке. Дело в том, что в Nastran момент инерции I_1 является моментом инерции относительно

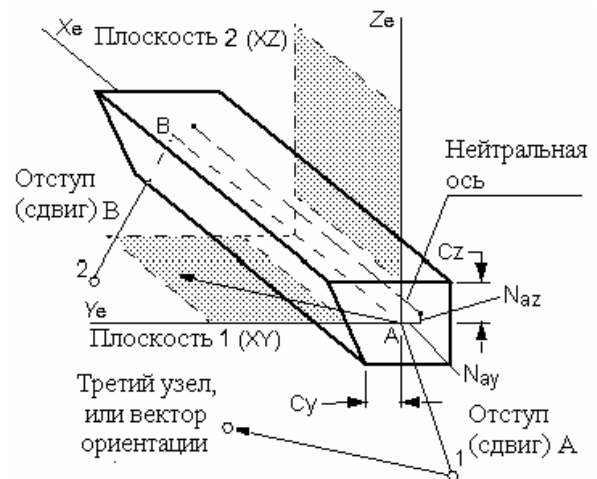


Рис.П3.1.

Балочные элементы типа VAR, BEAM

оси Z элемента. Это момент инерции в плоскости 1 (см. рис.П3.1). Соответственно, I_2 – это момент инерции в плоскости 2 относительно оси Y элемента.

П3.1.5 Элемент криволинейной балки типа CURVED BEAM

Разновидность элемента типа **BEAM**. Криволинейный. Нейтральная ось представляет собой дугу, соединяющую узлы. Вместо этого элемента можно применить несколько прямолинейных элементов типа **BEAM**, размещая их по дуге, аппроксимирующей нейтральную линию.

Применение: моделирование гибов и колен трубопроводов, а также других криволинейных элементов балочных систем.

Форма: дуга, соединяющая два узла.

Внутренняя система координат: аналогична системе координат элемента типа **BEAM**. Элемент выгнут в плоскости XY элемента, а вектор радиуса направлен к третьей точке, другими словами – в направлении вектора ориентации.

Примечание: управление степенями свободы в узлах для этого типа КЭ не доступно.

Параметры: радиусгиба, площадь поперечного сечения, моменты инерции (I_1 , I_2 , I_{12}), полярный момент инерции, факторы сдвига в соответствующих плоскостях, неконструкционная масса на единицу длины, точки на поперечном сечении для расчета напряжений.

П3.1.6 Элемент типа LINK

КЭ полной (жесткой) связи с 6-тью степенями свободы. Для программ MSC/PAL и CDA/SPRINT I.

Применение: моделирование абсолютно жестких связей.

Форма: линия, соединяющая два узла.

Внутренняя система координат: ось X элемента направлена от первого узла ко второму.

Параметры: 6 степеней свободы в каждом из узлов.

П3.1.7 Упругий элемент типа SPRING/DAMPER

Элемент, объединяющий упругий (пружина) и демпфирующий элементы. Воспринимает растяжение/сжатие или кручение. Для других случаев предусмотрен альтернативный вариант этого элемента, описанный в следующем разделе.

Применение: для моделирования элементов конструкции, работающих или только на растяжение (сжатие), или только на кручение.

Форма: линия, соединяющая два узла.

Внутренняя система координат: ось X элемента направлена от первого узла ко второму.

Параметры: жесткость, коэффициент демпфирования.

П3.1.8 Упругий элемент типа DOF SPRING

КЭ, что объединяет упругий (пружина) и демпфирующий элементы. Он соединяет любую выбранную (из шести) степень свободы в первом узле с любой степенью свободы во втором узле.

Применение: используется для соединения двух степеней свободы с заданной жесткостью. В зависимости от степеней свободы, которые соединяются, и расположения узлов в пространстве с помощью такого КЭ можно моделировать как части конструкции, работающие только на растяжение-сжатие, так и более сложные ее компоненты.

Форма: соединяет два узла. Изображается в виде линии, но на самом деле является более сложным элементом и находится в зависимости от соединяемых степеней свободы.

Внутренняя система координат: определяется узловыми степенями свободы.

Параметры: степень свободы (для каждого из узлов), жесткость, коэффициент демпфирования.

П3.1.9 Контактный элемент типа GAP (зазор)

КЭ для нелинейного анализа (большие перемещения), который может иметь разные жесткости для моделирования работы на растяжение, сжатие и сдвиг.

Применение: в контактных задачах для моделирования зазоров (сближения контактирующих поверхностей) и мест, где зазоры могут появиться (расхождение контактирующих поверхностей). Кроме того, в определенных границах может моделироваться скольжение

контактирующих поверхностей относительно друг друга (более подробную информацию об этом КЭ можно найти в полной документации об Nastran).

Форма: линия, соединяющая два узла.

Внутренняя система координат: ось **X** элемента направлена от первого узла ко второму. Ось **Y** располагается перпендикулярно оси **X** и лежит в плоскости, обусловленной первым, вторым и дополнительным третьим узлом (или вектором ориентации). Ось **Z** определяется векторным произведением осей **X** и **Y** элемента.

Параметры: величина начального зазора, жесткость на сжатие, жесткость на растяжение, поперечная жесткость при закрытом зазоре, коэффициенты трения вдоль осей **Y** и **Z** при закрытом зазоре, предыдущая нагрузка, а только для программы ABAQUS – направляющие косинусы нормали к плоскости **XY** КЭ и ширина/площадь сечения КЭ.

П3.1.10 Графический элемент типа PLOT ONLY

Этот элемент не предназначен для моделирования элементов конструкции. Он не имеет жесткости и массы.

Применение: только в графических целях, для графического представления частей конструкции. КЭ не будут подвергаться анализу, но могут помочь в визуализации модели.

Форма: линия, соединяющая два узла.

Внутренняя система координат: отсутствует.

Параметры: не имеет.

П3.2 Двумерные (плоские) конечные элементы

Общие замечания. Плоские элементы используются для моделирования мембран, оболочковых конструкций и пластин. Все они подобны по принципам построения и порядка нумерации узлов в КЭ (см. рис.П3.2). Простейшими типами таких элементов является треугольный элемент с тремя узлами и четырехугольный элемент с четырьмя узлами. Кроме того, есть более сложные „параболические” треугольники с 6 узлами и четырехугольники с 8 узлами.

Часто нагрузка для плоских элементов прикладывается к грани **1** (она обозначена символом **F1** на рис.П3.2-б). В этом случае положительное направление давления совпадает с направлением нормали к элементу, которое определяется по правилу правой руки. И, наоборот, если давление приложено к грани **2**, то положительное его направление – противоположно направлению нормали. Итак, положительное давление на грань **1** эквивалентно отрицательному давлению на грань **2**.

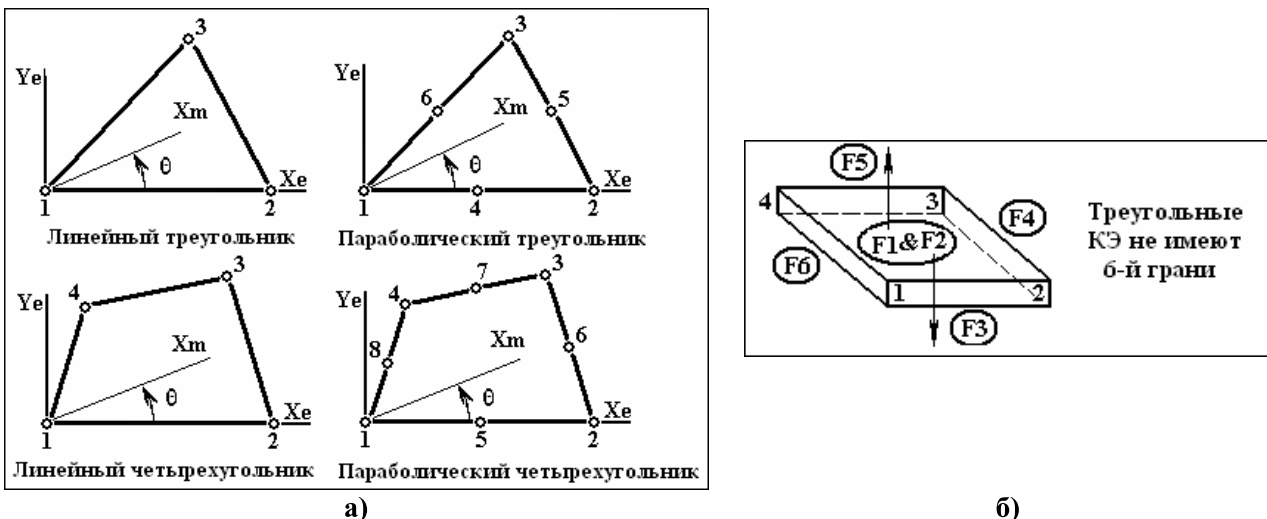


Рис.П3.2 – Двумерные КЭ: а) – шаблон нумерации узлов, угол ориентации свойств материала; б) – шаблон нумерации граней

При моделировании конструкций с помощью плоских элементов рекомендуется стремиться к тому, чтобы их форма приближалась к равносторонним треугольникам или четырехугольникам. В этом случае полученные результаты будут наиболее точными.

П3.2.1 Элемент типа SHEAR PANEL (сдвиговая панель)

Плоский элемент, который воспринимает только сдвиговые усилия – тангенциальные силы, приложенные к граням элемента. Этот элемент может воспринимать также и нормальные силы, для учета которых используются дополнительные ребра жесткости, свойства которых задаются коэффициентами приведенной площади сечения.

Применение: используется для моделирования конструкций, содержащих очень тонкие упругие пластины, которые обычно подкрепляются дополнительными жесткостями.

Форма: 4-х узловой четырехугольник.

Внутренняя система координат: показана на рис.П3.2-а.

Параметры: толщина, неконструкционная масса на единицу площади, коэффициенты приведенной площади сечения дополнительных ребер жесткости (F1, F2, F3 и F4).

П3.2.2 Элемент типа MEMBRANE (мембранный)

Плоский элемент, воспринимающий нагрузки, действующие в плоскости элемента.

Применение: для моделирования очень тонких упругих пластин.

Форма: плоский 3-х узловой или 6-ти узловой треугольник, 4-х узловой или 8-ми узловой четырехугольник.

Внутренняя система координат: показана на рис.П3.2-а. Установка нужного направления свойств материала осуществляется путем поворота оси ориентации материала **Xm**.

Параметры: толщина, неконструкционная масса на единицу площади.

П3.2.3 Элемент типа BENDING ONLY (изгибный)

Плоский элемент, воспринимающий только изгибающие нагрузки.

Применение: для моделирования пластин, которые только изгибаются.

Форма: плоский 3-х узловой или 6-ти узловой треугольник, 4-х узловой или 8-ми узловой четырехугольник.

Внутренняя система координат: показана на рис.П3.2-а. Установка нужного направления свойств материала осуществляется путем поворота оси ориентации материала **Xm**.

Параметры: толщина, неконструкционная масса на единицу площади, параметр сгибающей жесткости, отступ от нейтральной линии до верхнего (**Top Fiber**) и нижнего (**Bottom Fiber**) волокон для расчета напряжений.

П3.2.4 Универсальный оболочечный элемент типа PLATE

Комбинированный плоский оболочечный элемент. Этот элемент может воспринимать мембранную, сдвиговую и изгибающую нагрузки.

Применение: любые конструкции, состоящие из тонких пластин или оболочек.

Форма: плоский 3-х узловой или 6-ти узловой треугольник, 4-х узловой или 8-ми узловой четырехугольник.

Внутренняя система координат: показана на рис.П3.2-а и рис.П3.3. Установка нужного направления свойств материала осуществляется путем поворота оси ориентации материала **Xm**.

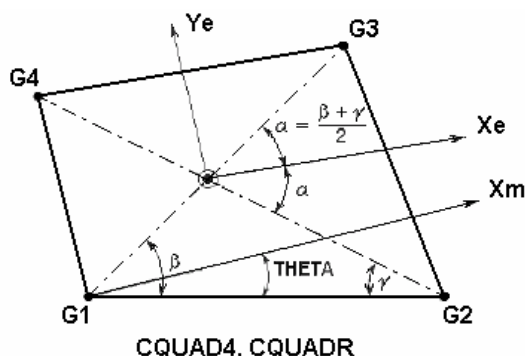


Рис.П3.3 – Двумерный 4-х узловой оболочечный КЭ типа Plate

ную толщину оболочки. Но можно использовать и более простой вариант – вводить усредненную толщину элемента **T1**.

Параметры: толщина (как средняя по элементу, так и разная в каждом узле), неконструкционная масса на единицу площади, параметр изгибной жесткости, отношение толщины поперечного сдвига к толщине мембраны, изгибные, сдвиговые и мембранные параметры материала (в большинстве случаев одинаковые), отступ от нейтральной линии до верхних и нижних волокон для расчета напряжений.

Примечание: в случае переменной толщины в каждом узле КЭ можно задавать разную толщину оболочки.

П3.2.5 Элемент типа LAMINATE (слоистый)

Подобный элементу типа **PLATE**, за исключением того, что этот элемент состоит из одного или нескольких слоев: *layer* (см. рис.П3.4). Каждый из слоев может иметь свои параметры материала. NX Nastran допускает использование элементов, включающих в себя до 90 слоев обычных и 180 – симметричных.

Применение: обычно – для моделирования многослойных композитных пластин и оболочек.

Форма: плоский 3-х узловой или 6-ти узловой треугольник, 4-х узловой или 8-ми узловой четырехугольник.

Внутренняя система координат: аналогична элементам типа **PLATE**. Установка нужного направления свойств материала осуществляется путем поворота оси ориентации свойств материала **Xm**. Кроме того, оси ориентации свойств материала для каждого из слоев могут быть повернуты в плоскости **XY** элемента на разные углы.

Параметры: для каждого слоя задаются: материал, угол ориентации свойств материала и толщина слоя. Кроме этого вводятся общие данные: расстояние от нейтральной плоскости до нижней поверхности, неконструкционная масса на единицу площади, допустимые относительный сдвиг между слоями и избирается одна из теорий разрушения.

П3.2.6 Элемент типа PLANE STRAIN (плоская деформация)

Это двухосный плоский элемент. С его помощью формируются двумерные модели конструкций, работающие одинаково в каждом своем поперечном сечении (условие плоских деформаций), и благодаря этому пространственная задача сводится к плоской.

Применение: моделирование толстостенных объемных тел с постоянным поперечным сечением.

Форма: элемент изображается на экране в виде плоскости, но на самом деле описывает поперечное сечение объемного тела. Использование треугольников при разбижке сечения эквивалентно использованию объемных элементов типа пятигранной призмы; четырехугольные плоские элементы соответствуют объемным элементам типа шестигранной призмы. При заполнении сеткой конечных элементов плоских сечений можно использовать 3-х узловые или 6-ти узловые треугольники, 4-х узловые или 8-ми узловые четырехугольники.

Внутренняя система координат: аналогична элементам типа **PLATE**. Установка нужного направления свойств материала осуществляется путем поворота оси ориентации свойств материала **Xm**.

Параметры: толщина и расстояние от нейтральной линии до верхнего и нижнего волокон (обычно не используется), неконструкционная масса на единицу площади.

П3.2.7. Осесимметричный оболочечный элемент типа AXISYMMETRIC SHELL

Осесимметричный оболочечный КЭ представляет собой двумерный элемент для моделирования сечений осесимметричных оболочек.

Применение: моделирование осесимметричных оболочек с осесимметричными закреплениями и нагрузками.

Форма: 2-х узловые (1-го порядка аппроксимации) или 3-х узловые (параболические) элементы изображаются в виде прямой или кривой линии, но на самом деле представляют собой поверхности вращения.

Внутренняя система координат: совпадает с глобальной: **X** – радиальная ось, **Z** – ось вращения (для ABAQUS – ось **Y** вместо **Z**), а нормаль – внешняя, в сторону радиальной оси.

Параметры: толщина.

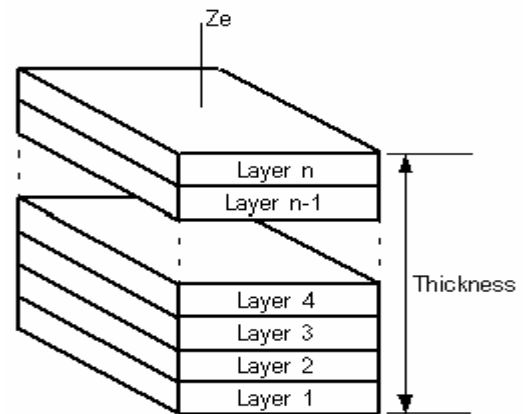


Рис.П3.4 – Слоистый КЭ

П3.2.8 Графический элемент типа PLOT ONLY

Этот элемент не предназначен для моделирования элементов конструкции. Он не имеет жесткости и массы.

Применение: в графических целях, для графического представления частей конструкции, которые не будут подвергаться анализу, но могут помочь в визуализации модели. Еще применяются во вспомогательных целях самой программой для передачи поверхностной нагрузки на трехмерные КЭ.

Форма: треугольная или четырехугольная.

Внутренняя система координат: отсутствует.

Параметры: отсутствуют.

П3.3 Пространственные (объемные, трехмерные) конечные элементы

Все элементы этого типа используются при формировании трехмерных моделей объемных конструкций. Все элементы этого типа обеспечивают получение более подробных и точных результатов расчета, но требуют больших затрат времени и усилий при моделировании и анализе модели.

П3.3.1 Осесимметричный элемент типа AXISYMMETRIC

Осесимметричный КЭ представляет собой кольцеобразный элемент с треугольным или четырехугольным сечением (см. рис.П3.2-а и рис.П3.5), предназначен для моделирования сечений объемных осесимметричных тел вращения.

Примечание. Для решения осесимметричных задач разного типа некоторые варианты осесимметричных КЭ могут не использоваться. В таком случае FEMAP выдаст предупреждение сразу после запуска процесса создания задания на счет.

Осесимметричные КЭ могут быть сгенерированы в плоскостях **XY** или **XZ** базовой системы координат, поскольку в препроцессоре предусмотрена возможность автоматического приведения модели в нужную для получения правильного решения плоскость (в NX Nastran это плоскость **XZ**). Для разных программ в **Help** есть таблица:

Программа	Глобальная площадь модели	Радиальное направление (ось)
NASTRAN	XZ	X
FEMAP Structural	XZ	X
MSC/pal & CDA/Sprint	XZ	X
STARDYNE	XY	X
ANSYS	XY	X
COSMOS	XY	X
ALGOR, mTAB & SAP	YZ	Y
WECAN	XY	X
ABAQUS	XY	X
MARC	XY	Y
LS-DYNA3D	XY	X

Применение: моделирование осесимметричных объемных тел с осесимметричными закреплениями и нагрузками.

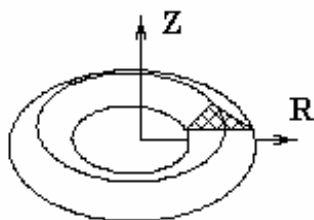


Рис.П3.5 – Осесимметричный КЭ с треугольным сечением

Форма: элементы изображаются на плоскости в виде 3-х или 6-ти узловых треугольников, но на самом деле представляют собой осесимметричные кольца (см. рис.П3.5).

Внутренняя система координат: см. рис.П3.2. Для задачи ориентации свойств материала используется угол поворота оси **Xm**. Нужно обратить внимание на различия в отсчете углов для осесимметричных и двумерных КЭ. В случае осесимметричной задачи углы отсчитываются относительно гло-

бальной (базовой) системы координат, а не от первой грани элемента, как это было в двумерных КЭ.

Параметры: отсутствуют.

П3.3.2 Объемный элемент типа SOLID

Трехмерный объемный элемент (см. рис.П3.6).

Применение: моделирование любых трехмерных конструкций.

Форма: 4-х узловой тетраэдр, 6-ти узловая пятигранная призма, 8-ми узловой гексаэдр, 10-ти узловой тетраэдр, 15-ти узловая пятигранная призма и 20-ти узловой гексаэдр.

Внутренняя система координат: может быть привязана к каким-нибудь узлам или приводиться в соответствие с глобальной (базовой) системой координат.

Параметры: оси ориентации свойств материала, порядок интегрирования.

Примечание: для задания нагрузки в виде давления необходимо указывать номер грани элемента. На рис.П3.6 показана нумерация граней для всех разновидностей элементов типа **SOLID**. Обозначены номера символами от **F1** до **F6** (обведены окружностями). Положительное давление всегда считается направленным к центру элемента.

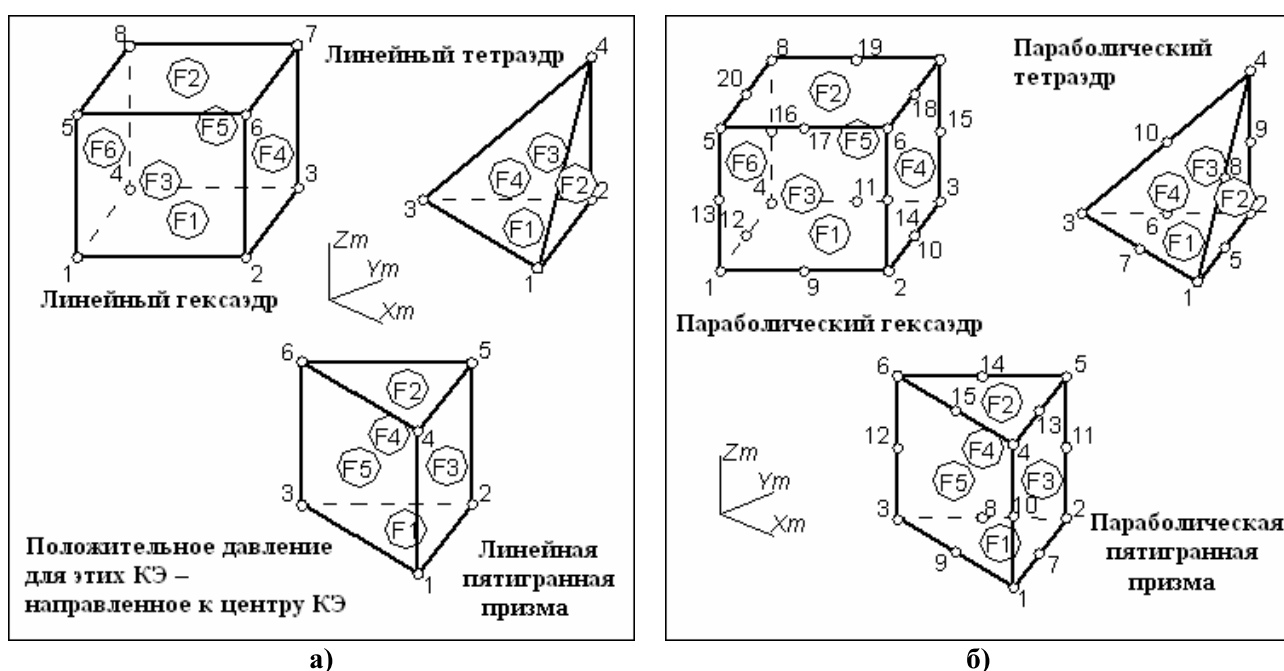


Рис.П3.6 – Трехмерные КЭ и шаблоны нумерации узлов и поверхностей:
а) – первого (линейные) и б) – второго (параболические) порядка аппроксимации

П3.4 Другие конечные элементы

Эта категория элементов позволяет задавать сосредоточенные массы, жесткие связи и жесткости в общем виде (матрицы жесткости).

П3.4.1 Элемент типа MASS

Обобщенный трехмерный массовый и/или инерционный элемент, который размещается в узле конечно-элементной сетки. Центр масс можно сдвинуть относительно узла. Более общей формой этого элемента является элемент типа MASS MATRIX (матрица масс).

Применение: для моделирования частей конструкций, что имеют массу, но не имеют жесткости.

Форма: точка, соединенная с одним из узлов сетки.

Внутренняя система координат: согласуется с указанной системой координат.

Параметры: массы (M_x, M_y, M_z), моменты инерции ($I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}$), сдвиг центра масс относительно узла, эффективный диаметр (для задачи теплопроводности).

П3.4.2 Элемент типа MASS MATRIX

Обобщенный трехмерный массовый и/или инерционный элемент. Массовые и инерци-

онные параметры записываются в виде матрицы масс размером 6×6 . Часто проще использовать элемент типа **MASS**.

Применение: для моделирования частей конструкций, что имеют массу, но не имеют жесткости.

Форма: точка, соединенная с одним из узлов сетки.

Внутренняя система координат: согласуется с указанной системой координат.

Параметры: верхняя треугольная часть матрицы масс размерностью 6×6 .

П3.4.3 Элемент типа RIGID

Моделирует два варианта связей. Во-первых, абсолютно жесткая связь между избранным „головным” узлом и одним или несколькими другими узлами. Во-вторых, интерполирует жесткость от „головного” узла к другим узлам КЭ.

Применение: моделирование связей, которые являются очень жесткими по сравнению с другими элементами конструкции, например, чтобы сделать какую-то плоскость неизменной (жесткой) в некоторых направлениях. Используется также для соединения между собой элементов, имеющих разное количество степеней свободы в узле. Еще передает приложенное к „головному” узлу граничное условие (силу, перемещение и т.п.) на другие узлы КЭ.

Форма: один „головной” узел, соединенный с дополнительными узлами (от 1 до 18).

Внутренняя система координат: отсутствует. Работа элемента связана с заданными узловыми степенями свободы.

Параметры: отсутствуют.

П3.4.4 Элемент типа STIFFNESS MATRIX

Обобщенный элемент жесткости. КЭ этого типа задается в виде матрицы жесткости размерностью 6×6 , которая может быть симметрично приложена (расширенная до размера 12×12) до двух узлов сетки.

Применение: моделирование связей необходимой жесткости между двумя узлами в случае, если эти связи не могут быть адекватно смоделированы с помощью элементов других типов.

Форма: изображается линией. На самом деле конкретной формы не имеет.

Внутренняя система координат: зависит от количества степеней свободы в узле.

Параметры: верхняя треугольная часть матрицы жесткости размерностью 6×6 .

П3.4.5 Контактный элемент типа SLIDE LINE

Контактный элемент, позволяющий задавать исходными данными параметры трения и жесткости между поверхностями в зоне контакта. Для определения контактирующих поверхностей с помощью элементов этого типа задаются наборы главных (**Master**) и зависимых (**Slave**) узлов.

Применение: моделирование взаимодействия между контактирующими (со скольжением) поверхностями двух тел.

Форма: изображается в виде линий между главными и зависимыми узлами.

Внутренняя система координат: отсутствует. Все связано с системой координат узлов.

Параметры: ширины контактирующих поверхностей, масштабный множитель жесткости, жесткость контакта без скольжения и статический коэффициент трения.

П3.4.6 Элемент типа WELD/FASTENER

Этот элемент (**WELD** – сваривание, **FASTENER** – застежка) позволяет соединить КЭ, узлы или группы узлов с помощью стрежня указанного диаметра.

Применение: моделирование пятна сварки (точечного сваривания). Соединяет две группы объектов (КЭ, узлы или группы узлов).

Форма: изображается в виде линии.

Внутренняя система координат: отсутствует. Все связано с системой координат узлов.

Параметры: для **WELD**: диаметр пятна сваривания, опция признака пятна сваривания („Spot Weld”), опция: удалить (или нет) наборы степеней свободы („Eliminate M-Set DOF”); для **FASTENER**: диаметр, приведенные жесткости, система координат для них, признак абсолютности/относительности системы координат, масса, структурное демпфирование.

П3.5 Примечания

Довольно часто еще при генерации КЭ необходимо уменьшить количество степеней свободы в каждом узле КЭ. В общем случае их шесть: три для перемещений узлов (**TX**, **TY**, **TZ** для декартовой системы координат или **TR**, **TT**, **TZ** для цилиндрической и сферической) и три для вращений узлов вокруг осей, что проходят через узел (**RX**, **RY**, **RZ** или **RR**, **RT**, **RZ** для указанных выше систем координат соответственно). Для этого в FEMAP предусмотрена диалоговая панель „**Node Parameters**”, вызываемая из диалоговой панели „**Auto-mesh...**”. В других местах эти шесть степеней свободы могут обозначаться цифрами **123456** соответственно.

Для одномерных КЭ на панели „**Curve Mesh Attribute**”, вызываемой командой **Mesh→Mesh Control→Attributes Along Curve...**, есть кнопка „**Releases...**”, позволяющая изменять количество степеней свободы КЭ на разных его концах, причем они обозначаются как **123456/123456**: левая часть – для узлов первого конца, правая часть – для второго.

Приложение 4

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ (теория)

П4.1 Постановка краевой задачи несвязанной теплопроводности

В каждой элементарной единице объема среды (подход Лагранжа) баланс потока тепла определяется соотношением

$$c_p \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial t} + c_p \bar{\rho} (\nabla_j T) V_j - \nabla_i (\lambda_{ij} \nabla_j T) = \hat{\omega} \quad (\text{П4.1})$$

при начальном условии

$$T(x^j, 0) = \hat{T}_0(x^j). \quad (\text{П4.2})$$

На поверхности (тела, объема, жидкости) граничные условия (ГУ):

- по температуре поверхности (ее части S_T)

$$T(x^j, t) \Big|_{S_T} = \hat{T}(x^j, t); \quad (\text{П4.3})$$

- по тепловому потоку (в направлении внешней нормали $\vec{\nu}$ к поверхности)

$$\lambda_\nu \frac{\partial T}{\partial \nu} \Big|_{S_G} = \hat{q} \Big|_{S_q} + \tilde{q} \Big|_{S_\alpha} + \check{q} \Big|_{S_\beta}, \quad (\text{П4.4})$$

где $\hat{q} = q(x^j, t)$ – известный поток тепла через границу S_q . Для конвективной составляющей теплового потока через поверхность в NX Nastran используют линейную

$$\tilde{q} \Big|_{S_\alpha} = -\alpha \cdot u_{CN} \cdot (T - \hat{T}_\infty) \Big|_{S_\alpha} \quad (\text{П4.5-а})$$

или одну из нелинейных зависимостей

$$\tilde{q} \Big|_{S_\alpha} = -\alpha \cdot u_{CN} \cdot (T - \hat{T}_\infty)^{\mu+1} \Big|_{S_\alpha} = -\alpha \tilde{Q} \Big|_{S_\alpha}, \quad \text{где } \tilde{Q} = (T - \hat{T}_\infty)^{\mu+1}; \quad (\text{П4.5-б})$$

$$\tilde{q} \Big|_{S_\alpha} = -\alpha \cdot u_{CN} \cdot (T^\mu - \hat{T}_\infty^\mu) \Big|_{S_\alpha} = -\alpha \tilde{\tilde{Q}} \Big|_{S_\alpha}, \quad \text{где } \tilde{\tilde{Q}} = (T^\mu - \hat{T}_\infty^\mu); \quad (\text{П4.5-в})$$

а для лучевой составляющей теплового потока – выражение

$$\check{q} \Big|_{S_\beta} = -\beta \cdot f \cdot u_{CN} \cdot [e_e (T + T_{abs})^4 - a_e \hat{T}_a^4] \Big|_{S_\beta} = -\beta f [e_e W - a_e \hat{T}_a^4] \Big|_{S_\beta}, \quad \text{где } W = (T + T_{abs})^4. \quad (\text{П4.6})$$

Обозначено: $\lambda_{ij}, c_p, \alpha, \beta$ – коэффициенты теплопроводности (Вт/м град), теплоемкости (Дж/(кг град)), конвективной теплоотдачи (Вт/(м² · град)) и постоянная Стефана-Больцмана (Вт/(м² · град⁴)) соответственно; $\bar{\rho}$ – плотность материала тела (кг/м³); λ_ν – коэффициенты теплопроводности в направлении внешней нормали; $\hat{\omega}$ – мощность внутреннего источника (или стока) тепла; $u_{CN} = u_{ControlNode}$ – значение в контрольной точке (может равняться единице); поверхность с ГУ $S_G = S_q \cup S_\alpha \cup S_\beta \cup S_T$; $T = T(x^j, t)$ – температура; t – время; $\hat{T}_\infty = T_\infty(x^j, t)$ – температура среды возле поверхности S_α с конвективным теплообменом; T_{abs} – смещение расчетной температуры T от абсолютного нуля; $\hat{T}_a = \hat{T}_a(\vec{x}, t)$ – абсолютная температура тела, с которым рассматриваемое тело (объем, жидкость) имеет лучевой теплообмен через поверхность S_β ; $0 \leq \mu \leq 1$ – показатель степенных зависимостей; $0 \leq a_e \leq 1$ и $0 \leq e_e \leq 1$ – коэффициенты излучения поверхностью источника и способности поверхности тела к поглощению соответственно. Значок „^” над переменной указывает на то, что ее величина задается.

Фактор освещенности поверхности $(S_\beta)_i$ тела лучевым источником из поверхности S_j вычисляется по формуле

$$f_{i-j} = \frac{1}{(S_\beta)_i} \int_{(S_\beta)_i} \int_{S_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} d(S_\beta)_i dS_j, \quad (\text{П4.7})$$

где поверхность S_j – излучающая, а $(S_\beta)_i$ – поглощающая; r – расстояние между двумя точками на поверхностях S_j и $(S_\beta)_i$; θ_i и θ_j – углы между линией, соединяющей точки на поверхностях, и нормальными к этим поверхностям.

Уравнение стационарной теплопроводности выводится непосредственно из (П4.1) исключением компонент, зависящих от времени (т.е. при $\partial T / \partial t \equiv 0$):

$$c_p \bar{\rho} (\nabla_j T) V_j - \nabla_i (\lambda_{ij} \nabla_j T) = \hat{\omega}. \quad (\text{П4.8})$$

Для твердых тел характерны относительно малые перемещения точек тела, поэтому обычно пренебрегают конвективным переносом тепла в теле, т.е. в уравнениях (П4.1) и (П4.8) считают $c_p \bar{\rho} (\nabla_j T) V_j \equiv 0$, поэтому они принимают вид:

$$c_p \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla_i (\lambda_{ij} \nabla_j T) = \hat{\omega}; \quad (\text{П4.1-а})$$

$$\nabla_i (\lambda_{ij} \nabla_j T) = -\hat{\omega}. \quad (\text{П4.8-а})$$

В зависимости от конкретных условий задачи в уравнениях (П4.1), (П4.4) и (П4.8) возможное отсутствие заданных теплового потока ($S_q = 0$ или $\hat{q}|_{S_q} = 0$), конвективного теплообмена ($S_\alpha = 0$ или $\hat{q}|_{S_\alpha} = 0$), лучевого теплообмена ($S_\beta = 0$ или $\hat{q}|_{S_\beta} = 0$) и объемного теплового источника ($\hat{\omega} = 0$). Для изотропного материала $\lambda_{ij} = \lambda_v = \lambda$ при $i = j$, $\lambda_{ij} = 0$ при $i \neq j$, поэтому $\nabla_i (\lambda_{ij} \nabla_j T) = \nabla_j (\lambda \nabla_j T)$. Далее для упрощения рассматриваем изотропный материал.

П4.2 Учет температурной зависимости характеристик материала

Обычно коэффициент теплопроводности – слабая функция температуры, уменьшающаяся с увеличением температуры для твердых материалов и увеличивающаяся с увеличением температуры для жидкостей и газов. Кроме того, он может зависеть от направления (быть тензором второго ранга λ_{ij}) в анизотропном материале. Теплоемкость материала тоже является функцией температуры, но слабой.

Вообще, каждая характеристика материала может зависеть от температуры. Рассмотрим проблему на примере коэффициента теплопроводности λ . В диалоге FEMAP вводится значение $\lambda_{RM} = \lambda(T_{RM})$, где T_{RM} является температурой испытания материала (если она не указана, то обычно равна 20°C). Также вводится функция температуры $F(T)$. Итак, текущее значение $\lambda(T) = \lambda_{RM} \cdot F(T)$. Но все функции в FEMAP сохраняются в табличном (дискретном) виде. Поэтому для промежуточных значений температуры должна применяться аппроксимирующая формула. В SPLMS.Fv10.2.0 используется линейная аппроксимация, поэтому текущее значение:

$$\lambda(T) = \lambda_{RM} \cdot F(T) \approx \lambda_{RM} \cdot \left\{ F(T_{(k)}) + \frac{T - T_{(k)}}{T_{(k+1)} - T_{(k)}} [F(T_{(k+1)}) - F(T_{(k)})] \right\}, \quad (\text{П4.9})$$

где k – номер точки на графике $F(T)$.

П4.3 Ослабление постановки краевой задачи теплопроводности

В „Help” NX Nastran указано, что для решения полученной системы уравнения применены метод Петрова-Галеркина, т.е. метод Петрова с выбором весовых функций такими же,

как и базисные функции. Этот метод допускает нелинейность задачи, прост в использовании, поэтому применяется чаще всего.

Г.И. Петров исходил из фундаментальной теоремы о проекциях, согласно которой для каждого вектора $\bar{u}(\bar{x}) \in \Omega \subset H$, где Ω является замкнутым пространством гильбертового пространства H , существует лишь один вектор $\bar{u}^*(\bar{x}) \in \Omega$ такой, что $\|\bar{u}(\bar{x}) - \bar{u}^*(\bar{x})\| < \|\bar{u}(\bar{x}) - \bar{u}^\#(\bar{x})\|$, где вектор $\bar{u}^\#(\bar{x})$ – любой другой (не $\bar{u}^*(\bar{x})$). Необходимым и достаточным условием выполнения этого неравенства является ортогональность вектора $\bar{u}(\bar{x}) - \bar{u}^*(\bar{x})$ любому вектору $\bar{w}(\bar{x}) \in \Omega$.

Эта теорема не накладывает никаких требований на операторы краевой задачи, поэтому Петрова-Галеркина (взвешенных невязок – МВН) является универсальным.

Согласно этому методу приближенное решение задачи ищется из нужного количества равных нулю функционалов:

$$F_n = \int_{\Omega} \bar{R}_{\Omega} \bar{w}_n d\Omega = 0 \quad \text{или} \quad F_n = \int_{\Omega} \bar{R}_{\Omega} \bar{w}_n d\Omega + \int_S \bar{R}_S \bar{w}_n dS = 0; \quad j=1, 2, \dots, J, \quad (\text{П4.10})$$

где векторы \bar{R}_{Ω} и \bar{R}_S – соответственно объемный и поверхностный N -мерные векторы погрешностей решения (невязок) краевой задачи; \bar{w}_n и \bar{w}_n – полные по энергии системы весовых векторов, причем эти системы в общем случае могут быть независимыми, но всегда можно принять, что $\bar{w}_n = \bar{w}_n$. Равенство нулю (П4.10) отражает общее требование сходимости приближенного решения к точному при $J \rightarrow \infty$. Доказана теорема, что при условии $J \rightarrow \infty$ сходимость метода существует.

Поскольку в задаче теплопроводности искомый результат – *скалярная* функция температуры $T = T(\bar{x}, t)$, то для формулы (П4.10) величина $N = 1$. Из выражений (П4.1), (П4.4), (П4.5-а) и (П4.6) в соответствии со второй формулой (П4.10) запишем J функционала

$$F_n = \int_{\Omega} \left(c_P \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial t} + (c_P \bar{\rho} \nabla_j T) V_j - \nabla_j (\lambda \nabla_j T) - \hat{\omega} \right) w_n d\Omega + \int_S \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \nu} - \hat{q}|_{S_q} + \alpha \cdot u_{CN} \cdot (T - \hat{T}_{\infty})|_{S_{\alpha}} + \beta f \cdot u_{CN} \cdot [e_e W - a_e \hat{T}_a^4]|_{S_{\beta}} \right) w_n dS = 0; \quad 1 \leq n \leq J. \quad (\text{П4.11})$$

В формуле (П4.11) высший порядок производной – второй. Но с помощью формулы Грина-Стокса можно понизить его до первого. В нашем случае эта формула для скалярных функций w_n и T будет иметь вид:

$$\int_{\Omega} \nabla_j (\lambda \nabla_j T) w_n d\Omega = \int_S \lambda \frac{\partial T}{\partial \nu} w_n dS - \int_{\Omega} (\nabla_j w_n) (\lambda \nabla_j T) d\Omega. \quad (\text{П4.12})$$

Она позволяет не только понизить порядок производной до первого, а также одновременно исключить из (П4.12) интеграл по всей площади тела S :

$$\begin{aligned} F_n &= \int_{\Omega} \left(c_P \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial t} + (c_P \bar{\rho} \nabla_j T) V_j - \nabla_j (\lambda \nabla_j T) - \hat{\omega} \right) w_n d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla_j T) \lambda (\nabla_j w_n) d\Omega + \\ &+ \int_{\Omega} \lambda \nabla_j (\nabla_j T) w_n d\Omega - \int_{S_q} \hat{q} w_n dS + \int_{S_{\alpha}} \alpha \cdot u_{CN} \cdot (T - \hat{T}_{\infty}) w_n dS + \int_{S_{\beta}} \beta f \cdot u_{CN} \cdot [e_e W - a_e \hat{T}_a^4] w_n dS = \\ &= \int_{\Omega} c_P \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial t} w_n d\Omega + \int_{\Omega} (c_P \bar{\rho} \nabla_j T) V_j w_n d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla_j T) \lambda (\nabla_j w_n) d\Omega + \int_{S_{\alpha}} \alpha \cdot u_{CN} \cdot T w_n dS - \int_{S_q} \hat{q} w_n dS - \\ &- \int_{S_{\alpha}} \alpha \cdot u_{CN} \cdot \hat{T}_{\infty} w_n dS + \int_{S_{\beta}} \beta f e_e \cdot u_{CN} \cdot W w_n dS - \int_{S_{\beta}} \beta f \cdot u_{CN} \cdot a_e \hat{T}_a^4 w_n dS - \int_{\Omega} \hat{\omega} w_n d\Omega = 0; \\ &1 \leq n \leq J. \end{aligned} \quad (\text{П4.13-а})$$

Это и есть ослабленная формулировка метода Петрова (МВН) для задачи теплопроводности. Укажем, что требования для весовых функций изменились: кроме полноты они еще должны быть один раз дифференцируемыми. Это приемлемое условие.

Если вместо (П4.5-а) применять нелинейные зависимости (П4.5-б) или (П4.5-в), то вместо (П4.13-а) можно получить соответственно:

$$F_n = \int_{\Omega} c_P \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial t} w_n d\Omega + \int_{\Omega} (c_P \bar{\rho} \nabla_j T) V_j w_n d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla_j T) \lambda (\nabla w_n) d\Omega + \int_{S_a} \alpha \cdot u_{CN} \cdot \tilde{Q} w_n dS - \int_{S_q} \hat{q} w_n dS + \int_{S_{\beta}} \beta f \cdot u_{CN} \cdot e_e W w_n dS - \int_{S_{\beta}} \beta f \cdot u_{CN} \cdot a_e \hat{T}_a^4 w_n dS - \int_{\Omega} \hat{\omega} w_n d\Omega = 0 ;$$

$$1 \leq n \leq J . \quad (\text{П4.13-б})$$

$$F_n = \int_{\Omega} c_P \bar{\rho} \frac{\partial T}{\partial t} w_n d\Omega + \int_{\Omega} (c_P \bar{\rho} \nabla_j T) V_j w_n d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla_j T) \lambda (\nabla w_n) d\Omega + \int_{S_a} \alpha \cdot u_{CN} \cdot \tilde{Q} w_n dS - \int_{S_q} \hat{q} w_n dS + \int_{S_{\beta}} \beta f \cdot u_{CN} \cdot e_e W w_n dS - \int_{S_{\beta}} \beta f \cdot u_{CN} \cdot a_e \hat{T}_a^4 w_n dS - \int_{\Omega} \hat{\omega} w_n d\Omega = 0 ;$$

$$1 \leq n \leq J . \quad (\text{П4.13-в})$$

П4.4 Конечно-элементное представление краевой задачи теплопроводности

В соответствии с методом Фурье решение краевой задачи в объеме Ω можно искать в виде усеченного ряда:

$$T = T(\bar{x}, t) \approx \sum_{m=1}^J \theta_m(t) \cdot \Phi_m(\bar{x}) . \quad (\text{П4.14})$$

В результате конечно-элементного представления объема Ω в виде совокупности из N^e КЭ с объемами Ω^e сетка КЭ содержит N^U узлов. В соответствии с идеологией метода конечных элементов (МКЭ) функции $\Phi_m(x^i)$ разложения (П4.14) можно представить в виде

$$\Phi_m(x^i) = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_m} \chi^e(x^i) \cdot \varphi_m^e(x^i) , \quad (\text{П4.15})$$

где Λ_m – множество КЭ, что содержат узел m ; $\varphi_m^e(x^i)$ – базисная функция (обычно это интерполяционный полином), что соответствует узлу m в пределах Ω^e ; функция принадлежности к КЭ (оператор инцидентности):

$$\chi^e(x^i) = \begin{cases} 1, & x^i \subset \Omega^e ; \\ 0, & x^i \not\subset \Omega^e . \end{cases} \quad (\text{П4.16})$$

Иначе говоря, вместо (П4.14) имеем конечно-элементную аппроксимацию

$$T_N^h(x^i, t) = \sum_{m=1}^{N^U} \theta_m(t) \cdot \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_m} \chi^e(x^i) \cdot \varphi_m^e(x^i) , \quad (\text{П4.17})$$

в которой N^U – количество узлов КЭС, которому должно быть равно число J – количество функционалов (П4.13); $\theta_m(t)$ – узловые значения температуры как функции времени.

В качестве весовых функций без ограничения общности и в соответствии с методу Бубнова-Галеркина примем те же базисные функции (П4.15), т.е.

$$w_n(x^i) = \Phi_n(x^i) . \quad (\text{П4.18})$$

Вектор W в (П4.13) можно аппроксимировать аналогично (П4.17):

$$W_N^h(x^i, t) = \sum_{m=1}^{N^U} \psi_m(t) \cdot \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_m} \chi^e(x^i) \cdot \varphi_m^e(x^i) , \quad (\text{П4.19})$$

где $\psi_m(t)$ – узловые значения вектора W , т.е.

$$\psi_m(t) = [\theta_m(t) + T_{abs}]^4 . \quad (\text{П4.20})$$

Подставим (П4.17) ... (П4.19) в (П4.13-а). С учетом (П4.16) и (П4.20) получим нелинейную систему уравнений

$$G_{mn} \frac{d\theta_m}{dt} + K_{mn} \theta_m + R_{mn} \cdot [\theta_m(t) + T_{abs}]^4 = P_n, \quad 1 \leq m, n \leq N^U, \quad (\text{П4.21-а})$$

с компонентами

$$G_{mn} = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_{mn}} G_{mn}^e; \quad K_{mn} = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_{mn}} K_{mn}^e; \quad R_{mn} = \sum_{m\Omega^e \subset \Lambda_n} R_{mn}^e; \quad P_n = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_n} P_n^e, \quad (\text{П4.22})$$

где Λ_m – множество КЭ, что содержат узел номер m ; $\Lambda_{mn} = \Lambda_m \cap \Lambda_n$ – пересечение указанных множеств (количество узлов в КЭ ограничено величиной M^e , которая в разных КЭ может быть различной). Компоненты сборок (П4.22):

$$G_{mn}^e = \int_{\Omega^e} c_P \bar{\rho} \varphi_m^e \varphi_n^e d\Omega; \quad 1 \leq m, n \leq N^U; \quad (\text{П4.23})$$

$$K_{mn}^e = \int_{\Omega^e} (\nabla_j \varphi_m^e) \lambda (\nabla_j \varphi_n^e) d\Omega + \int_{\Omega^e} c_P \bar{\rho} V_j (\nabla_j \varphi_m^e) \varphi_n^e d\Omega + \int_{S_\alpha^e} \alpha \cdot u_{CN} \cdot \varphi_m^e \varphi_n^e dS; \quad (\text{П4.24-а})$$

$$R_{mn}^e = \int_{S_\beta^e} \beta f \cdot u_{CN} \cdot e_e \varphi_m^e \varphi_n^e dS; \quad 1 \leq m, n \leq N^U; \quad (\text{П4.25})$$

$$P_n^e = \int_{S_q^e} \hat{q} \varphi_n^e dS + \int_{S_\alpha^e} \alpha \cdot u_{CN} \cdot \hat{T}_\infty \varphi_n^e dS + \int_{S_\beta^e} \beta f \cdot u_{CN} \cdot a_e \hat{T}_a^4 \varphi_n^e dS + \int_{\Omega^e} \hat{\omega} \varphi_n^e d\Omega; \quad 1 \leq n \leq N^U. \quad (\text{П4.26-а})$$

Обозначено: $S_q^e, S_\alpha^e, S_\beta^e$ – поверхности КЭ, выходящие на S_q, S_α и S_β соответственно.

Начальное условие (П4.2) превратится в

$$T_N^h((x^i)_m, 0) = \hat{\theta}_m(0) = \hat{T}_0((x^i)_m), \quad (\text{П4.27})$$

а граничное (П4.3) – в

$$T_N^h((x^i)_m, t) |_{s_r} = \hat{\theta}_m(t) |_{s_r} = \hat{T}((x^i)_m, t), \quad (\text{П4.28})$$

где $(x^i)_m$ – глобальные координаты узла с номером m .

В случае стационарной теплопроводности из (П4.21-а) исчезает член с производной по времени, поэтому остается система алгебраических уравнений (САУ)

$$K_{mn} \theta_m + R_{mn} \cdot (\theta_m + T_{abs})^4 = P_n; \quad 1 \leq m, n \leq N^U, \quad (\text{П4.29-а})$$

которая дополняется граничными условиями 1-го рода (П4.28) и решается относительно θ_m .

Если вместо (П4.13-а) применить (П4.13-б) или (П4.13-в), то нелинейную составляющую с вектором \tilde{Q} или $\tilde{\tilde{Q}}$ (см. также (П4.5-б) или (П4.5-в) соответственно) целесообразно полностью вынести в правую часть. Тогда вместо (П4.24-а) и (П4.26-а) имеем

$$\tilde{K}_{mn}^e = \int_{\Omega^e} (\nabla_j \varphi_m^e) \lambda (\nabla_j \varphi_n^e) d\Omega + \int_{\Omega^e} c_P \bar{\rho} V_j (\nabla_j \varphi_m^e) \varphi_n^e d\Omega; \quad 1 \leq m, n \leq N^U; \quad (\text{П4.24-б})$$

$$\tilde{P}_n^e = \int_{S_q^e} \hat{q} \varphi_n^e dS + \int_{S_\beta^e} \beta f \cdot u_{CN} \cdot a_e \hat{T}_a^4 \varphi_n^e dS + \int_{\Omega^e} \hat{\omega} \varphi_n^e d\Omega; \quad 1 \leq n \leq N^U. \quad (\text{П4.26-б})$$

и вектор

$$N_n^e = \int_{S_\alpha^e} \alpha \cdot u_{CN} \cdot (T - \hat{T}_\infty)^{\mu+1} \varphi_n^e dS \quad \text{или} \quad N_n^e = \int_{S_\alpha^e} \alpha \cdot u_{CN} \cdot (T^\mu - \hat{T}_\infty^\mu) \varphi_n^e dS; \quad 1 \leq n \leq N^U, \quad (\text{П4.30})$$

из которого собирается дополнительный глобальный вектор $N_n = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_n} N_n^e$. Формулы (П4.21) и

(П4.29) несколько изменяются:

$$G_{mn} \frac{d\theta_m}{dt} + \tilde{K}_{mn} \theta_m + R_{mn} \cdot [\theta_m(t) + T_{abs}]^4 = \tilde{P}_n + N_n; \quad 1 \leq m, n \leq N^U; \quad (\text{П4.21-б})$$

$$\tilde{K}_{mn} \theta_m + R_{mn} \cdot (\theta_m + T_{abs})^4 = \tilde{P}_n + N_n; \quad 1 \leq m, n \leq N^U. \quad (\text{П4.29-б})$$

Примечание. Это не единственно возможные варианты САУ для задач теплопроводности. Если САУ решается много раз, желательно иметь стабильную ее матрицу. Это достигается перемещением всех нелинейных составляющих САУ в правую часть.

П4.5 Алгоритм Ньютона-Рафсона решения нелинейной САУ краевой задачи стационарной теплопроводности

САУ (П4.29-а) – нелинейна при наличии лучевого теплообмена, а САУ (П4.29-б) – всегда. Они будут нелинейными и тогда, когда свойства материала будут зависеть от температуры. В NX Nastran такие САУ решаются методом Ньютона-Рафсона. Для случая (П4.29-б) на $(k + 1)$ -й итерации из САУ

$$\tilde{K}_{mn} \Delta \theta_m = b_n; \quad 1 \leq m, n \leq N^U \quad (\text{П4.31})$$

находятся компоненты $\Delta \theta_m$, потом $(\theta_m)^{(k+1)} = (\theta_m)^{(k)} + \Delta \theta_m$. В (П4.31) обозначено:

$$\tilde{K}_{mn} = \left(\tilde{K}_{mn} + 4R_{mn} \cdot (\theta_m + T_{abs})^3 - \partial N_n / \partial \theta_m \right)^{(k)}; \quad 1 \leq m, n \leq N^U; \quad (\text{П4.32})$$

$$b_n = \left(\tilde{P}_n + N_n - \tilde{K}_{mn} \theta_m - R_{mn} \cdot (\theta_m(t) + T_{abs})^4 \right)^{(k)}; \quad 1 \leq n \leq N^U. \quad (\text{П4.33})$$

В случае (П4.29-а) в последних формулах вместо \tilde{K}_{mn} используются K_{mn} , а компоненты N_n – отсутствуют.

Для остановки итераций используются три критерия (ε – заданная точность):

$$\sqrt{\sum_{n=1}^{N^U} (\Delta \theta_n)^2} < \varepsilon \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^{N^U} (\theta_n^{(k+1)})^2}, \quad \sum_{n=1}^{N^U} |\Delta \theta_n| < \varepsilon \cdot \sum_{n=1}^{N^U} |\theta_n^{(k+1)}| \quad \text{и} \quad \max\{|\Delta \theta_n| / |\theta_n|\} < \varepsilon. \quad (\text{П4.34})$$

П4.6. Алгоритм Ньюмарка решения краевой задачи нестационарной теплопроводности

Полученные системы (П4.21) содержат производную по времени. В NX Nastran применен один из возможных вариантов решения этой проблемы, использующий метод Ньюмарка. Этот метод при применении к параболическим уравнениям фактически совпадает с известными двухслойными весовыми схемами.

Для сокращения выражений введем обозначения:

$$Z_n(t) = -\tilde{K}_{mn} \theta_m(t) - R_{mn} \cdot [\theta_m(t) + T_{abs}]^4; \quad F_n(t) = \tilde{P}_n + N_n(t); \quad 1 \leq m, n \leq N^U. \quad (\text{П4.35})$$

Умножим (П4.21-б) на dt и проведем интегрирование в пределах временного шага величиной $\Delta \tau$:

$$\int_{\theta_m^\tau}^{\theta_m^{\tau+\Delta\tau}} d\theta_m = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} (G_{mn})^{-1} \cdot [Z_n(t) + F_n(t)] dt; \quad m, n = 1, 2, \dots, N^U. \quad (\text{П4.36})$$

Левый интеграл точно равен $\theta_m^{\tau+\Delta\tau} - \theta_m^\tau$, а правый точно вычисленным быть не может, поскольку он зависит от еще неизвестной температуры. Разложив подынтегральное выражение в правой части (П4.35) в ряд в окрестности τ и так же в окрестности $\tau + \Delta \tau$, ограничившись первыми членами ряда, получим после интегрирования и сложения результатов, умноженных на $(1 - \omega)$ и ω соответственно, двухслойную весовую схему:

$$\theta_m^{\tau+\Delta\tau} - \theta_m^\tau = \Delta \tau \cdot \{ (1 - \omega)(G_{mn}^\tau)^{-1} [Z_n^\tau + F_n^\tau] + \omega(G_{mn}^{\tau+\Delta\tau})^{-1} [Z_n^{\tau+\Delta\tau} + F_n^{\tau+\Delta\tau}] \}, \quad (\text{П4.37})$$

где $0 \leq \omega \leq 1$; $m, n = 1, 2, \dots, N^U$. Приняв неизменность (на временном отрезке величиной $\Delta \tau$) матрицы G_{mn} , получим после приведения подобных САУ (для заданной величины ω):

$$\begin{aligned} & (G_{mn} + \omega \Delta \tau \tilde{K}_{mn}^{\tau+\Delta\tau}) \cdot \theta_m^{\tau+\Delta\tau} + \omega \Delta \tau R_{mn}^{\tau+\Delta\tau} \cdot (\theta_m^{\tau+\Delta\tau} + T_{abs})^4 = \\ & = (G_{mn} - (1 - \omega) \Delta \tau \tilde{K}_{mn}^\tau) \theta_m^\tau + (1 - \omega) \Delta \tau R_{mn}^\tau \cdot (\theta_m^\tau + T_{abs})^4 + \omega \Delta \tau F_n^{\tau+\Delta\tau} + (1 - \omega) \Delta \tau F_n^\tau, \end{aligned} \quad (\text{П4.38})$$

где $m, n = 1, 2, \dots, N^U$ и в которую при наличии S_T необходимо ввести граничные условия (П4.28).

Очевидно, что $\omega = (t - \tau) / \Delta\tau$; $\tau \leq t \leq \tau + \Delta\tau$; $0 \leq \omega \leq 1$; t – время, соответствующее ω .

В NX Nastran есть параметр NDAMP (см. Раздел 4.2.6 и Раздел 5.2), с помощью которого изменяется значение весового коэффициента ω : от NDAMP=0 – схема Кранка-Николсона ($\omega = 0.5$) до NDAMP=1 – неявная схема Эйлера ($\omega = 1$). Все двухслойные схемы в диапазоне $0.5 \leq \omega \leq 1$ являются А-устойчивыми, т.е. имеют операторы перехода от одного временного слоя к другому ограниченными по норме сверху единицей. Известно, что лишь схема Кранка-Николсона имеет второй порядок приближения во времени, но она подвергнута осцилляциям решения, поэтому может применяться лишь при малых временных шагах, когда такие осцилляции решения отсутствуют или почти незаметны. Неявная схема Эйлера имеет первый порядок приближения во времени, но совсем не поддана осцилляциям.

Нелинейность САУ (П4.38) может быть обусловлена температурной зависимостью коэффициентов λ , c_p , $\bar{\rho}$, наличием лучевого теплообмена или применением нелинейных законов конвективного теплообмена (П4.5-б) и (П4.5-в). Такая САУ на каждом временном шаге решаются в NX Nastran с применением итерационного метода Ньютона-Рафсона.

В NX Nastran для *первого* временного шага решения задачи нестационарной теплопроводности может применяться процедура оценки верхней границы временного шага по *приближенной* формуле (условие согласованности Куранта):

$$\Delta\tau \leq (h^2 c_p \bar{\rho} / \lambda) / 10, \quad (\text{П4.39})$$

где h – минимальное расстояние между узлами КЭС. Дальнейшие значения для временного шага NX Nastran рассчитывает автоматически в адаптивном процессе, или использует неизменную величину (нужный вариант задается в FEMAP).

Приложение 5

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. СТАТИКА. МАЛЫЕ ДЕФОРМАЦИИ (теория)

П5.1 Основные уравнения механики деформируемого тела в элементарном объеме тела

При постановках краевых задач о напряженно-деформированном состоянии твердого деформируемого тела применяются соответствующие комбинации уравнений статического равновесия, геометрических соотношений и уравнений физических моделей материала. Здесь будут рассмотрены только те, что применяются в NX Nastran. Учтено, что в NX Nastran все задачи формулируются в перемещениях с применением Лагранжевого подхода.

Обычно предполагается, что в начальный момент t_0 в рассматриваемом теле перемещения $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформации $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напряжения $(\sigma_{mn})_0 = \sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ имеют известные (чаще – нулевые) значения, известно начальное поле температур $\hat{T}_0 = T(\vec{x}, t_0)$. Далее предполагается, что нагрузка изменяется шагами (n – номер шага); что в объеме тела Ω , а также на части его поверхности $S_G = S_U \cup S_P$ за некоторый промежуток времени $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ состоится изменение нагрузок, т.е. на момент времени t^{n+1} были приложены: $\hat{O}_m(\vec{x}, t) = \rho \cdot \hat{F}_m(\vec{x}, t)$ – объемные силы (ρ – плотность, $\vec{F}(\vec{x}, t)$ – вектор массовой силы), $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхностные силы на S_P ; $\hat{R}_m(\vec{x}, t)$ – сосредоточенные силы; состоялись перемещения $\hat{U}_i(\vec{x}, t)$ – на S_U , а также в Ω изменилась температура на величины $\Delta \hat{T}(\vec{x}, t) = \hat{T}(\vec{x}, t) - \hat{T}_0$. Тогда для определения в каждой точке (ее однородной окрестности) тела величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – перемещений, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформаций, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напряжений, а также других, производных от них, формулируется краевая задача.

П5.1.1 Системы координат

В NX Nastran применяются три системы координат (все – ортогональные): декартова, цилиндрическая и сферическая. Но все уравнения рассматриваются в „физической” (местной), т.е. в нормированной, системе координат:

$$\vec{b}_j = \vec{e}_j / \sqrt{g_{jj}}; \quad j = 1, 2, 3, \quad (\text{П5.1})$$

где \vec{e}_j – векторы основного базиса; g_{ij} – компоненты метрического тензора. Это позволяет исключить метрику пространства из физических уравнений.

П5.1.2 Уравнение статического равновесия в элементарном объеме тела

Уравнение равновесия как частный случай уравнения движения описываются формулой:

$$\nabla_n \sigma^{mn} + \hat{O}^m = 0, \quad (\text{П5.2})$$

где значок « \wedge » над переменной указывает на то, что ее величина задается.

П5.1.3 Геометрические соотношения в элементарном объеме тела

В соответствии с подходом Лагранжа координаты любой точки тела P (или центра элементарного объема) после деформирования могут быть описаны формулой $x_i = x_i(a_j, t)$, где $x_i(a_j, 0) = a_j$ – начальные координаты точки; $i, j = 1, 2, 3$, а n – номер временного слоя (шага нагрузки). Поскольку в „физической” системе координат компоненты метрического тензора $g_{ij} = g^{ij} = \delta_{ij}$, то компоненты тензора меры деформации Коши-Грина:

$$C_{ij} = X_i^k \cdot X_j^k = \frac{\partial x^k}{\partial a_i} \frac{\partial x^k}{\partial a_j}, \text{ где } X_i^k = \frac{\partial x^k}{\partial a_i}. \quad (\text{П5.3})$$

Тогда *текущие* компоненты симметричного тензора деформации Лагранжа–Грина (относительно *начальной* конфигурации):

$$\epsilon_{ij} = (C_{ij} - \delta_{ij}) / 2, \quad (\text{П5.4})$$

или через компоненты вектора перемещений:

$$\epsilon_{ij} = (\nabla_j U_i + \nabla_i U_j + \nabla_i U_k \nabla_j U^k) / 2; \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (\text{П5.5})$$

где обозначено

$$\nabla_i U_j = \partial U_j / \partial a_i - U_k \Gamma_{ij}^k; \quad \nabla_j U^i = \partial U^i / \partial a_j + U^k \Gamma_{jk}^i; \quad (\text{П5.6})$$

Γ_{ij}^m – символы Кристоффеля второго рода, симметричные по нижним индексам; они являются компонентами разложения $\partial \vec{e}_j / \partial a_i$ по исходному базису \vec{e}_m , выражаются формулой

$$\Gamma_{mi}^j = \Gamma_{im}^j = g^{jn} (\partial g_{mn} / \partial a_i + \partial g_{in} / \partial a_m - \partial g_{mi} / \partial a_n) / 2. \quad (\text{П5.7})$$

Если деформации и повороты – малы, то в (П5.5) величинами второго порядка малости пренебрегают:

$$\epsilon_{ij} \approx \varepsilon_{ij} = (\nabla_i U_j + \nabla_j U_i) / 2. \quad (\text{П5.8})$$

Всегда считается, что деформации – совместные (удовлетворяют известным уравнениям совместности). Также считают, что до уровня деформаций примерно в 2% можно использовать суперпозицию деформаций:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^T + \varepsilon_{ij}^C + \varepsilon_{ij}^P, \quad (\text{П5.9})$$

т.е. общие деформации ε_{ij} являются алгебраической суммой упругих ε_{ij}^e , температурных ε_{ij}^T , ползучести ε_{ij}^C и пластичности ε_{ij}^P (при малых деформациях (П5.9) выполняется точно). Упругие деформации есть всегда, другие – только когда рассматривается соответствующая краевая задача.

П5.1.4 Уравнения физических моделей материала в элементарном объеме тела

П5.1.4.1 Уравнения для определения температурных деформаций

Компоненты тензора температурной деформации для изотропного материала в NX Nastran 7.1 рассчитываются по формуле

$$\varepsilon_{ij}^T = \delta_{ij} \alpha_T \Delta \hat{T}; \quad \Delta \hat{T} = T - T_0, \quad (\text{П5.10-а})$$

где α_T – коэффициент линейного температурного удлинения; T – текущая температура; T_0 – начальная температура (всегда назначается для проведения расчетов с учетом температурной деформации, в FEMAP – как **Default Temperature** T_{def} , т.е. $T_0 = T_{def}$). Считается, что при $T_0 = T_{def}$ температурная деформация *отсутствует*.

В случае анизотропии материала:

$$\varepsilon_{ij}^T = (\alpha_{ij})_T \Delta \hat{T}, \quad (\text{П5.10-б})$$

где тензор коэффициентов линейного температурного удлинения $(\alpha_{ij})_T$ – диагональный.

Коэффициент линейного температурного удлинения, как и другие характеристики материала, может зависеть от температуры, хотя такая зависимость – слабая, и ею часто пренебрегают. При этом в диалоге FEMAP вводится значение $\alpha_{T_{ref}} = \alpha_T(T_{ref})$, где T_{ref} является *опорной* температурой испытания материала (если она не указана, то обычно

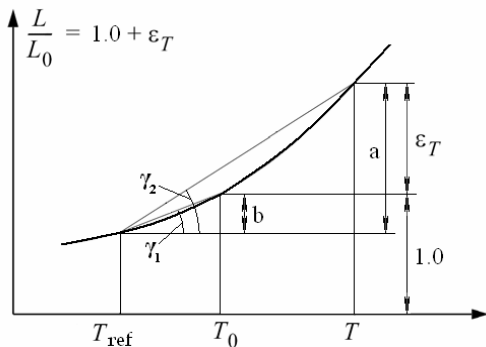


Рис.П5.1 – К получению формулы (П5.13)

равняется $20^{\circ}C$), а также – функция температуры $F(T)$, причем $F(T_{ref}) \equiv 1.0$. Текущее значение $\alpha_T(T) = \alpha_{T_{ref}} \cdot F(T)$.

Но все функции в FEMAP сохраняются в табличном (дискретном) виде. Поэтому для промежуточных значений температуры должна применяться формула аппроксимации. В SPLMS.Fv10.2.0 используется линейная аппроксимация, поэтому текущее значение (см. также (П4.9)):

$$\alpha_T(T) = \alpha_{T_{ref}} \cdot F(T) \approx \alpha_{T_{ref}} \cdot \left\{ F(T_{(k)}) + \frac{T - T_{(k)}}{T_{(k+1)} - T_{(k)}} [F(T_{(k+1)}) - F(T_{(k)})] \right\}, \quad (П5.11)$$

где k – номер точки на графике $F(T)$.

Изменение температуры связывают с изменением энергии атомов, которая сопровождается изменением амплитуды их колебаний. Поэтому в обычных условиях *ничто не может помешать реализации температурных деформаций*. За это их зовут „не стесняемыми”. Температурная деформация всегда мгновенна, т.е. *отвечает текущей температуре*, поэтому вместо (П5.10-а) нужно применять какое-то другое выражение.

Чтобы не изменять привычную запись формулы для температурной деформации, вместо α_T вводят $\bar{\alpha}_T(T)$. Согласно рис.П5.1 $\varepsilon_T = a - b$. Если принять, что

$$tg(\gamma_1) = \alpha_T(T_0); \quad tg(\gamma_2) = \alpha_T(T), \quad (П5.12)$$

то $a = tg(\gamma_2) \cdot (T - T_{ref}) = \alpha_T(T) \cdot (T - T_{ref})$ и $b = tg(\gamma_1) \cdot (T_0 - T_{ref}) = \alpha_T(T_0) \cdot (T_0 - T_{ref})$. Тогда

$$\bar{\alpha}_T(T) = [\alpha_T(T) \cdot (T - T_{ref}) - \alpha_T(T_0) \cdot (T_0 - T_{ref})] / (T - T_0); \quad (П5.13)$$

$$\varepsilon_{ij}^T = \delta_{ij} \bar{\alpha}_T(T) \cdot (T - T_0) = \delta_{ij} [\alpha_T(T) \cdot (T - T_{ref}) - \alpha_T(T_0) \cdot (T_0 - T_{ref})]. \quad (П5.14)$$

В „Help” NX Nastran 7.1 такой коэффициент $\bar{\alpha}_T(T)$ называют „секущим для температурного диапазона значением α_T ”. **Внимание:** формула (П5.14) верна лишь при условии, что табличные значения $\alpha_T(T)$ соответствуют формулам (П5.12).

При использовании в NX Nastran 7.1 варианта SOL 601 („передовой” нелинейный анализ) считается, что T_{ref} совпадает с начальной температурой T_0 . Тогда $\bar{\alpha}_T = \alpha_T(T)$ и

$$\varepsilon_{ij}^T = \delta_{ij} \alpha_T(T) \cdot (T - T_0). \quad (П5.15)$$

П5.1.4.2 Уравнения для определения линейно-упругих деформаций

Между напряжениями и упругими деформациями существует однозначная функциональная зависимость. Обычно вводят понятие функционала упругой энергии (или упругого потенциала) W , с помощью которого закон упругости выражается как

$$\sigma^{mn} = \partial W / \partial \varepsilon_{mn}. \quad (П5.16)$$

Для линейно-упругой модели материала это закон Гука:

$$\sigma^{mn} = E^{mnij} \varepsilon_{ij}^e \quad \text{или} \quad \varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma^{mn}, \quad (П5.17)$$

где E^{mnij} , C_{ijmn} – тензоры четвертого ранга из модулей упругости, которые в общем случае могут зависеть от координат и температуры. Кроме того, различают материалы изотропные и анизотропные. В NX Nastran можно применять такие разновидности анизотропии: ортотропия и полная анизотропия (двумерная или трехмерная).

В матричной записи линейный закон Гука для *анизотропного* материала имеет вид

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & E_{14} & E_{15} & E_{16} \\ & E_{22} & E_{23} & E_{24} & E_{25} & E_{26} \\ & & E_{33} & E_{34} & E_{35} & E_{36} \\ & & & E_{44} & E_{45} & E_{46} \\ & & & & E_{55} & E_{56} \\ \text{Симметрично} & & & & & E_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ \gamma_{12}^e \\ \gamma_{23}^e \\ \gamma_{31}^e \end{Bmatrix} \quad (П5.18)$$

для трехмерного случая и

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{12} & E_{22} & E_{23} \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \gamma_{12}^e \end{Bmatrix} \quad (\text{П5.19})$$

для двумерного. Здесь $2\gamma_{ij}^e = \varepsilon_{ij}^e$ при $i \neq j$, а все константы задаются в направлениях главных осей анизотропии.

Для ортотропного материала в трехмерном случае закон Гука записывается в виде

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \varepsilon_{33}^e \\ \gamma_{12}^e \\ \gamma_{23}^e \\ \gamma_{31}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -\nu_{21}/E_{22} & -\nu_{31}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_{11} & 1/E_{22} & -\nu_{32}/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_{11} & -\nu_{23}/E_{22} & 1/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{Bmatrix}, \quad (\text{П5.20})$$

где $\nu_{12}/E_{11} = \nu_{21}/E_{22}$, $\nu_{13}/E_{11} = \nu_{31}/E_{33}$ и $\nu_{23}/E_{22} = \nu_{32}/E_{33}$, т.е. матрица – симметрична, содержит 9 независимых констант: $E_{11}, E_{22}, E_{33}, G_{12}, G_{23}, G_{31}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}$. В двумерном случае

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & \nu_{12}E_{22}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & 0 \\ \nu_{12}E_{22}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & E_{22}/(1-\nu_{12}\nu_{21}) & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22}^e \\ \gamma_{12}^e \end{Bmatrix}, \quad (\text{П5.21})$$

где $\nu_{12}/E_{11} = \nu_{21}/E_{22}$; $G_{12} = E_{11}E_{22}/(E_{11} + E_{22} + 2E_{11}\nu_{12})$, т.е. матрица содержит лишь 3 независимые константы: E_{11}, E_{22}, ν_{12} .

У изотропного материала независимых упругих характеристик лишь две: модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν , т.е. все $E_{ij} = E$ и $\nu_{ij} = \nu$. Модуль сдвига связан с этими характеристиками формулой $G = E/[2(1+\nu)]$.

Для двумерной задачи есть еще одно дополнительное уравнение: для σ_{33} в случае плоского деформированного состояния (ПДС, при $\varepsilon_{33}^e = 0$) или для ε_{33}^e в случае плоского напряженного состояния (ПНС, при $\sigma_{33} = 0$). В случае осесимметричной задачи компоненты $\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta z} = \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0$.

П5.1.4.3 Уравнения для определения нелинейно-упругих деформаций

В NX Nastran есть лишь две модели нелинейно-упругих материалов.

Для изотропного упруго-нелинейного материала (в NX Nastran обозначается как **Nonlinear Elastic**) физические уравнения можно представить в виде трех законов:

- закон упругого изменения объема

$$\varepsilon_V^S = \sigma_V / 3k; \quad \varepsilon_V^P = \varepsilon_V^C = 0; \quad (\text{П5.22})$$

- тензорное соотношение (закон изменения формы)

$$e_{ij}^S = \varphi \cdot S_{ij}; \quad \varphi = 3\varepsilon_u^S / 2\sigma_u; \quad (\text{П5.23})$$

- уравнение состояния, которое определяется экспериментально и задается в виде функциональной зависимости (функционала):

$$\sigma_u = K(\varepsilon_u^S), \quad (\text{П5.24})$$

где $\varepsilon_V = \delta_{ij}\varepsilon_{ij}/3$ и $\sigma_V = \delta_{ij}\sigma_{ij}/3$ – объемные деформация и напряжение соответственно; $k = k(\bar{x}, T)$ – модуль объемного сжатия; $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_V$ и $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_V$ – компоненты девиаторных частей тензоров деформаций и напряжений соответственно; ε_u^S и σ_u – интенсив-

ности „стесняемых” деформаций $\varepsilon_{ij}^S = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^T$ и напряжений σ_{ij} соответственно. В упругом материале нет необратимых деформаций, поэтому „стесняемые” деформации – упругие. С учетом (П5.7) и (П5.15) $\varepsilon_u^S = \varepsilon_u$. В NX Nastran функционал (П5.24) вводится в виде таблицы для двух квадрантов: первого (кривая растяжения) и третьего (кривая сжатия).

Другой упруго-нелинейный материал – типа *резины*. В NX Nastran для такого материала (обозначается как **Hyperelastic**) применяется полигональная форма модели Муни-Ривлина (Mooney-Rivlin).

При $\nu = 0.5$ третий инвариант тензора меры деформаций Коши-Грина (первое выражение в (П5.3))

$$I_3 = \det C_{ij} = 1, \quad (\text{П5.25})$$

т.е. компоненты C_{ij} должны удовлетворять этому условию. Если воспользоваться теорией штрафа, то выражение для функционала упругой энергии можно представить в виде

$$W = \bar{W}(\varepsilon_{ij}) + \lambda(I_3 - 1), \quad (\text{П5.26})$$

где $\bar{W} = \bar{W}(I_1, I_2)$, а инварианты

$$I_1 = \delta^{im} C_{mi}; \quad I_2 = (\delta^{im} \delta^{jn} C_{mi} C_{nj} - \delta^{im} \delta^{jn} C_{ij} C_{mn}) / 2. \quad (\text{П5.27})$$

Тогда вместо (П5.16)

$$\sigma^{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial \varepsilon_{ij}} + \lambda \frac{\partial I_3}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial \varepsilon_{ij}} + 2\lambda C^{ij} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial \varepsilon_{ij}} + p C^{ij}, \quad (\text{П5.28})$$

где $p = 2\lambda$ – гидростатическое давление, а компоненты ε_{ij} удовлетворяют условию (П5.18).

Итак, первое слагаемое в (П5.28) описывает „искривление”, а второе – изменение объема.

Аппроксимацию $\bar{W} = \bar{W}(I_1, I_2)$ полиномом можно записать в виде обрезанного ряда:

$$\bar{W} = \sum_{m+n=1}^p A_{mn} (I_1 - 3)^m (\bar{I}_2 - 3)^n; \quad m, n = 0, 1, \dots, \quad (\text{П5.29})$$

где $p = \max\{m+n\}$; $\bar{I}_2 = (I_1^2 - I_2) / 2$, а компоненты A_{mn} имеют такую же размерность, что и модуль Юнга.

В этом разложении обычно сохраняют члены одинаковой степени p . Например, если $p = 3$, то получим девятикомпонентную модель:

$$\begin{aligned} \bar{W} \approx & A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(\bar{I}_2 - 3) + A_{11}(I_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + A_{20}(I_1 - 3)^2 + A_{02}(\bar{I}_2 - 3)^2 + \\ & + A_{30}(I_1 - 3)^3 + A_{03}(\bar{I}_2 - 3)^3 + A_{21}(I_1 - 3)^2(\bar{I}_2 - 3) + A_{12}(I_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3)^2. \end{aligned} \quad (\text{П5.30})$$

Из (П5.30) легко получить модели из пяти ($p = 2$) и трех ($p = 1$) компонент. Если сохранить лишь два линейных члена ($p = 1$), то это будет модель Муни-Ривлина, которая удовлетворительно описывают поведение материалов типа „резина” при деформациях примерно до 450 ... 500 процентов:

$$\bar{W} \approx A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(\bar{I}_2 - 3) = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_1^2 - I_2 - 6) / 2. \quad (\text{П5.31})$$

Если в (П5.31) принять $A_{01} = 0$, то это будет модель неогуковского материала.

Однако, если применять соотношение (П5.28), то необходимо привлекать еще одно уравнение для определения величины гидростатического давления, которое увеличивает общее количество уравнений. Поэтому вместо выражения (П5.28) обычно применяют модель

$$W = \bar{W} + \sum_k D_k (J - 1)^{2(k+1)}; \quad \text{или} \quad W = \bar{W} + \sum_k D_k (J - 1 - \alpha_T \Delta T)^{2(k+1)}; \quad k = 0, 1, \dots \quad (\text{П5.32})$$

где J – детерминант градиента деформаций $X_j^i = \partial x^i / \partial a^j$; $\alpha_T \Delta T$ – температурная деформация, а компоненты D_k имеют такую же размерность, что и модуль Юнга. Более простой вариант:

$$W = \bar{W} + D_0 (J - 1)^2 \quad \text{или} \quad W = \bar{W} + D_0 (J - 1 - \alpha_T \Delta T)^2. \quad (\text{П5.33})$$

Величину D_0 рассчитывают по формуле

$$D_0 = (A_{10} + A_{01}) / (1 - 2\nu), \quad (П5.34)$$

где коэффициент Пуассона ν необходимо задавать в пределах 0.495... 0.4999 (рекомендуют, чтобы было $D_0 < 10^3(A_{10} + A_{01})$). Если \bar{W} соответствует (П5.31), а деформации – незначительны, то величины $2(A_{10} + A_{01}) = G$ – модуль сдвига, а $2D_0 = K$ – объемный модуль.

Есть и другие модели. Например, такая:

$$W = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_2 - 3) + C(I_3^{-2} - 1) + D(I_3 - 1)^2, \quad (П5.35)$$

где для вычисления C и D применяют формулы:

$$C = A_{10} / 2 + A_{01}; \quad D = [A_{10}(5\nu - 2) + A_{01}(11\nu - 5)] / [2(1 - 2\nu)]. \quad (П5.36)$$

П5.1.4.4 Уравнения для определения упруго-пластических деформаций

В NX Nastran применяется несколько моделей упруго-пластического материала: для изотропного, ортотропного и анизотропного материала с изотропным, кинематическим или изотропно-кинематическим упрочнениям, для четырех разных условий определения пластического состояния, с возможностью учета влияния температуры или скорости деформирования материала на границу его текучести. Во всех моделях деформации – малые, или не превышают 2%.

Но в сопроводительной документации („Help”) нет детального объяснения относительно примененных упруго-пластических моделей материалов. Поэтому модели материала для определения *упруго-пластических* деформаций в NX Nastran приведены здесь с некоторой долей вероятности.

В модели *ассоциированной пластической текучести* выполняется закон упругого изменения объема (П5.22), а приращения пластических деформаций связывают с „пластическим потенциалом” g :

$$\Delta \varepsilon_{ij}^P = \Delta \lambda^P \frac{\partial g}{\partial S_{ij}}, \quad (П5.37)$$

где $\Delta \lambda^P$ – функционал. Обычно с „пластическим потенциалом” ассоциируют выражение для „поверхности текучести”:

$$\phi = Q(S_{ij}) - H(\chi, T, \dot{\varepsilon}_u^S) = 0, \quad (П5.38)$$

где параметр χ определяет изотропное упрочнение материала. Если поверхность имеет отдельные части, аппроксимируемые разными выражениями, то есть ребра, где эти части поверхности стыкуются. В точках на этих ребрах приращение пластических деформаций определяется как сумма вкладов от каждой из стыкующихся частей поверхности (модель Койтера). Поэтому:

$$\Delta \varepsilon_{ij}^P = \sum_k (\Delta \lambda^P)^{(k)} \frac{\partial Q^{(k)}}{\partial S_{ij}} = \sum_k (\Delta \lambda^P)^{(k)} \cdot \text{grad} Q^{(k)}, \quad (П5.39)$$

где k указывает соответствующую напряженному состоянию часть „поверхности текучести”.

В NX Nastran считается, что части „поверхности текучести” описываются формулами типа

$$\phi = f^{(k)}(S_{ij} - \alpha_{ij}) - H(\chi, T, \dot{\varepsilon}_u^S) = 0, \quad (П5.40)$$

где $H(\chi, T, \dot{\varepsilon}_u^S)$ – „мгновенная термомеханическая поверхность”, аппроксимируемая выражением билинейной изотропной модели

$$H(\chi, T, \dot{\varepsilon}_u^S) = \sigma_s(T, \dot{\varepsilon}_u^S) + \beta \cdot E_p \cdot \chi, \quad (П5.41)$$

где $\sigma_s(T, \dot{\varepsilon}_u^S)$ – граница текучести, которая может зависеть от температуры T или от скорости деформирования материала в точке тела $\dot{\varepsilon}_u^S$; E_p – модуль упрочнения материала на дан-

ной части „мгновенной термомеханической поверхности”. Если функция $H(\chi, T, \dot{\varepsilon}_u^S)$ задается таблицей (в FEMAP – функцией типа **4.vs.Stress**), то применяется формула типа (П5.41), причем модуль E_p рассчитывается на *каждом* линейном отрезке функции, а $\sigma_s(T, \dot{\varepsilon}_u^S)$ соответствует началу такого линейного отрезка.

Приращения компонентов тензора „микронапряжений” α_{ij} , описывающего кинематическое упрочнение материала, вычисляются как

$$\Delta \alpha_{ij} = (1 - \beta) \cdot C_p \cdot \Delta \varepsilon_{ij}^P. \quad (\text{П5.42})$$

Параметр C_p называется параметром упрочнения Прагера. Он связан с E_p . Параметром β задается тип упрочнения: при $\beta = 0$ – кинематическое; $\beta = 1$ – изотропное; $0 < \beta < 1$ – изотропно-кинематическое. В NX Nastran полагается $\beta = 0.5$ (идеальный эффект Баушингера при $C_p = E_p$).

В NX Nastran предел текучести вычисляется как

$$\sigma_s(T, \dot{\varepsilon}_u^S) = (\sigma_s)_0 \cdot \varphi(T) \quad \text{или} \quad \sigma_s(T, \dot{\varepsilon}_u^S) = (\sigma_s)_0 \cdot \psi(\dot{\varepsilon}_u^S), \quad (\text{П5.43})$$

где $\varphi(T)$ и $\psi(\dot{\varepsilon}_u^S)$ – табличные функции; $(\sigma_s)_0$ – начальное значение границы текучести.

Для функций $f^k(S_{ij} - \alpha_{ij})$ может использоваться 4 варианта. Для металлов:

- теория Мизеса-Генки (изотропный материал, геометрическая интерпретация: одна поверхность в виде бесконечного цилиндра) $f(S_{ij} - \alpha_{ij}) = \sqrt{3(S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij})/2}$;
- теория Треска-Сен-Венана (изотропный материал, геометрическая интерпретация: шестигранная бесконечная призма) $f^{(1)} = |[(\sigma_1 - \alpha_1) - \lambda \cdot (\sigma_2 - \alpha_2)]/2|$, $f^{(2)} = |[(\sigma_2 - \alpha_2) - \lambda \cdot (\sigma_3 - \alpha_3)]/2|$, $f^{(3)} = |[(\sigma_3 - \alpha_3) - \lambda \cdot (\sigma_1 - \alpha_1)]/2|$.

Здесь σ_j и α_j – главные значения напряжений и „микронапряжений” соответственно.

Для грунтов в виде сыпучих материалов (гравий, песок):

- теория Друкера-Прагера (изотропный упругий и идеально-пластический материал, геометрическая интерпретация: конус с вершиной в области положительных значений напряжений) $\phi = \sqrt{3S_{ij}S_{ij}/2} + 3\beta\sigma_v - \sigma_s(T, \dot{\varepsilon}_u^S) = 0$, где $\sigma_v = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$. Величины β и σ_s автоматически пересчитываются NX Nastran исходя из двух параметров, которые определяются из экспериментов: коэффициента „сцепления” $C \geq 0$ и „угла внутреннего трения” φ , причем $\sigma_s = 6C \cos \varphi / [\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)]$ и $\beta = 2 \sin \varphi / [\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)]$, а угол $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$;

- теория Мора-Кулона (Mohr-Coulomb) – шестиугольная пирамида, вписанная в конус Друкера-Прагера.

П5.1.4.5 Уравнения для определения деформаций ползучести

В моделях технической теории ползучести для изотропного материала выполняется закон упругого изменения объема (П5.20), а компоненты тензора деформации ползучести или скорости ползучести определяются соответственно из выражений

$$\varepsilon_{ij}^C = \varepsilon_u^C \frac{\partial g}{\partial S_{ij}} \quad \text{или} \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^C = \dot{\varepsilon}_u^C \frac{\partial g}{\partial S_{ij}}, \quad (\text{П5.44})$$

где $g = g(\varepsilon_u^C, \sigma_u, T, t)$ – „потенциал ползучести”. Обычно „потенциал ползучести” выбирают таким образом, что $\partial g / \partial S_{ij} = 3S_{ij} / (2\sigma_u)$, а именно:

$$g = \sqrt{(3S_{ij}S_{ij}/2)} - \Phi(\varepsilon_u^C, T, t) = 0. \quad (\text{П5.45})$$

Тогда соответственно

$$\varepsilon_{ij}^C = \frac{3\varepsilon_u^C}{2\sigma_u} S_{ij} \quad \text{или} \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^C = \frac{3\dot{\varepsilon}_u^C}{2\sigma_u} S_{ij}. \quad (\text{П5.46})$$

Уравнение кривой ползучести (что устанавливается экспериментально), т.е. выражение для ε_u^C , в NX Nastran определяются одним из вариантов:

- эмпирической формулой $\varepsilon_u^C(\sigma_u, t) = A(\sigma_u) \cdot \{1 - \exp[-R(\sigma_u) \cdot t]\} + K(\sigma_u) \cdot t$, где $A(\sigma_u) = a \cdot \sigma_u^b$ или $A(\sigma_u) = a \cdot \exp(b \cdot \sigma_u)$; $R(\sigma_u) = c \cdot \exp(d \cdot \sigma_u)$ или $R(\sigma_u) = c \cdot \sigma_u^d$; $K(\sigma_u) = e \cdot [\text{sh}(f \cdot \sigma_u)]^g$ или $K(\sigma_u) = e \cdot \exp(f \cdot \sigma_u)$; a, b, c, d, e, f, g – постоянные аппроксимации, определяемые в эксперименте; σ_u – напряжение; t – время;

- эмпирической формулой $\varepsilon_u^C(\sigma_u, t) = a \cdot \sigma_u^b \cdot t^d$ (те же обозначения);
- таблицей.

Как и в любой эволюционной задаче, нужно задавать начальные условия. В задаче ползучести обычно задаются нулевые начальные деформации ползучести, т.е. $\varepsilon_u^C(\vec{x}, 0) = 0$.

П5.1.5 Граничные условия

Дополнительно к уравнениям равновесия, геометрическим и физическим привлекаются граничные условия (ГУ) на S_U и S_P :

- ГУ 1-го рода (известные перемещения):

$$U_i|_{S_U} = \hat{U}_i; \tag{П5.47}$$

- ГУ 2-го рода (естественные):

$$\sigma^{mn} \nu_n|_{S_P} = \hat{P}^m, \tag{П5.48}$$

а также сосредоточенные силы \hat{R}_m , приложенные в некотором количестве узлов КЭС.

П5.1.6 Вариационная постановка статической краевой задачи

Для решения краевой задачи часто удобнее иметь ее вариационную постановку.

Для получения вариационной постановки задачи используются уравнение равновесия и геометрические, а также свойство симметрии тензора напряжений и теорема Остроградско-Гаусса. В итоге получается следующий функционал относительно вариаций перемещений и связанных с ними деформаций

$$F = \int_{\Omega} \sigma^{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \hat{O}_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_P} \hat{P}_m \delta U_m dS - \hat{R}_m \delta U_m = 0, \tag{П5.49}$$

который в объединении с кинематическими ГУ (П5.47) на поверхности S_U определяет бесчисленное множество возможных (виртуальных) напряженно-деформированных состояний. Действительное НДС является одним из виртуальных, но оно дополнительно удовлетворяет физическим уравнением связей между напряжениями и деформациями.

Дополнительно надо отметить, что, кроме задачи ползучести и динамических задач (последние рассматриваются в Приложении 7), время не является параметром, т.е. явным образом не входит в уравнения. В этих случаях время применяется лишь для того, чтобы различать начальное состояние с последующими.

П5.2 Конечно-элементное представление краевых задач о НДС твердого деформируемого тела. Малые деформации

П5.2.1 Векторы перемещений, деформаций, напряжений

В NX Nastran реализован вариант МКЭ, в котором искомым является вектор перемещений. В матричном обозначении это вектор

$$\{U\} = \{U_1; U_2; U_3\}^T. \tag{П5.50}$$

Приближенное решение краевой задачи в объеме Ω (компоненты вектора перемещений) можно искать в виде усеченного ряда:

$$U_n = U_n(\vec{x}, t) \approx \sum_{m=1}^{N^B} (q_n(t))_m \cdot \Phi_m(\vec{x}), \tag{П5.51}$$

где $\Phi_m(\bar{x})$ – полная по энергии система линейно независимых базисных функции; N^B – общее их количество; $(q_n(t))_m$ – искомые узловые значения; а в соответствии с идеологией МКЭ

$$\Phi_m(\bar{x}) = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_m} \chi^e(\bar{x}) \cdot \varphi_m^e(\bar{x}). \quad (\text{П5.52})$$

Здесь Λ_m – множество КЭ, что содержат узел с номером m ; $\varphi_m^e(\bar{x})$ – базисная функция КЭ номер e (обычно это интерполяционный полином), соответствующая узлу m в пределах КЭ объема Ω^e ; функция принадлежности к КЭ (оператор инцидентности):

$$\chi^e(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \bar{x} \subset \Omega^e; \\ 0, & \bar{x} \not\subset \Omega^e. \end{cases} \quad (\text{П5.53})$$

Иначе говоря, вместо (П5.51) имеем конечно-элементную аппроксимацию

$$U_n = U_n(\bar{x}, t) \approx \sum_{m=1}^{N^U} (q_n)_m(t) \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_m} \chi^e(\bar{x}) \cdot \varphi_m^e(\bar{x}), \quad (\text{П5.54})$$

где N^U – общее количество узлов в теле.

Поскольку для любой точки в пределах КЭ $\chi^e(\bar{x}) = 1$, то в пределах КЭ $\Phi_m(\bar{x}) = \varphi_m^e(\bar{x})$. За пределами КЭ $\chi^e(\bar{x}) = 0$, поэтому в (П5.54) фактически идет суммирование только по M узлам того КЭ, в котором расположена рассматриваемая точка с координатами \bar{x} . Поэтому вводится матрица базисных функций КЭ $[\phi]$, через которую проводится тождественная замена формулы (П5.54):

$$\{U\} = [\phi] \{q\}_e, \quad (\text{П5.55})$$

где вектор перемещений в узлах КЭ

$$\{q\}_e = \{(q_1, q_2, q_3)_1, \dots, (q_1, q_2, q_3)_m, \dots, (q_1, q_2, q_3)_M\}^T, \quad (\text{П5.56})$$

в котором $(q_1, q_2, q_3)_m$ – перемещения m -го узла КЭ; $m = 1, 2, \dots, M$. Этот вектор является результатом выборки значений перемещений $\{q\}_e$ в узлах данного КЭ из глобального вектора узловых перемещений $\{q\}$. Поскольку в трехмерном случае вектор $\{U\}$ имеет размерность 3×1 , а $\{q\}_e$ – $3M \times 1$, то размерность матрицы базисных функций – $3 \times 3M$. Матрица $[\phi]$ – блочная:

$$[\phi] = [[\phi]_1, [\phi]_2, \dots, [\phi]_M], \quad (\text{П5.57})$$

в которой блок для m -го узла имеет вид:

$$[\phi]_m = \begin{bmatrix} \varphi_m^e & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_m^e & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_m^e \end{bmatrix}. \quad (\text{П5.58})$$

Для любой точки тела в пределах КЭ вводятся векторы полных и температурных деформаций, напряжений:

$$\{\mathcal{E}\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T; \quad (\text{П5.59})$$

$$\{\mathcal{E}^T\} = \{\alpha_T\} \Delta \hat{T} = \{(\alpha_T)_x, (\alpha_T)_y, (\alpha_T)_z, 0, 0, 0\}^T \cdot \Delta \hat{T}; \quad (\text{П5.60})$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}\}^T, \quad (\text{П5.61})$$

где $\gamma_{mn} = 2\varepsilon_{mn}$ при $m \neq n$; а также аналогичные в заполнении вектора упругих $\{\mathcal{E}^e\}$ и необратимых $\{\mathcal{E}^P\}$ и $\{\mathcal{E}^C\}$ деформаций.

П5.2.2 Малые деформации

Вводится матрица $[B]$ дифференцирования по глобальным координатам, с использованием которой линейные уравнения (П5.8) записываются в виде

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e. \quad (\text{П5.62})$$

Поскольку вектор $\{\varepsilon\}$ имеет размерность 6×1 , а $\{q\}_e - 3M \times 1$, то размерность матрицы $[B]$ равна $6 \times 3M$. Обозначим:

$$p_{im} = \partial \varphi_m^e / \partial x_i. \quad (\text{П5.63})$$

Матрица дифференцирования – блочная:

$$[B] = [[B]_1, [B]_2, \dots, [B]_M], \quad (\text{П5.64})$$

блоки которой, например, для декартовой системы координат, имеют такое заполнение:

$$[B]_{m_{\text{дск}}} = \begin{bmatrix} p_{1m} & 0 & 0 \\ 0 & p_{2m} & 0 \\ 0 & 0 & p_{3m} \\ p_{2m} & p_{1m} & 0 \\ 0 & p_{3m} & p_{2m} \\ p_{3m} & 0 & p_{1m} \end{bmatrix}. \quad (\text{П5.65})$$

Линейный закон Гука (П5.17) запишем в виде

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (\text{П5.66})$$

где $[D]$ – матрица модулей упругости. Если материал упруго-изотропный, то матрица

$$[D] = 2G(T) \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (\text{П5.67})$$

где $2G(T) = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0.5$; $E = E(T)$ – модуль Юнга; $\mu = \mu(T)$ – коэффициент Пуассона. Для анизотропных материалов матрица $[D]$ также симметрична, но имеет несколько иное заполнение.

П5.2.3 САУ при малых деформациях

Используя введенные обозначения, выразим вариационный функционал (П5.49) в матричном виде:

$$\begin{aligned} F = & \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [B]^T [D] \{\alpha_T\} \Delta \hat{T} d\Omega - \\ & - \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [B]^T [D] (\{\varepsilon^P\} + \{\varepsilon^C\}) d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \delta\{q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{P}\} dS - \\ & - \sum_e \int_{\Omega^e} \delta\{q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega - \delta\{q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{R}\} = 0. \end{aligned} \quad (\text{П5.68})$$

Поскольку вектор узловых значений перемещений $\{q\}_e$ не зависит от параметров интегрирования, он, а также вектор $\delta\{q\}_e^T$ могут быть вынесенными за границы интеграла. Обозначим:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \quad (\text{П5.69})$$

$$\{P\}_e = \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega + \int_{S_p^e} [\phi]^T \{\hat{P}\} dS + [\phi]^T \{\hat{R}\}; \quad (\text{П5.70})$$

$$\{Q\}_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] \{\alpha_T\} \Delta \hat{T} d\Omega; \quad (\text{П5.71})$$

$$\{H\}_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] (\{\varepsilon^P\} + \{\varepsilon^C\}) d\Omega. \quad (\text{П5.72})$$

Поскольку вариации перемещений являются произвольными, то получим систему алгебраических уравнений (САУ) вида

$$[K]\{q\} = \{P\} + \{Q\} + \{H\} \quad (П5.73)$$

относительно глобального вектора $\{q\}$ значений узловых перемещений. В (П5.73) обозначены сборки по степеням свободы: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$; $\{Q\} = \sum_e \{Q\}_e$; $\{H\} = \sum_e \{H\}_e$.

Вектор $\{P\}$ обусловлен внешними силовыми нагрузками и массовыми силами; векторы $\{Q\}$ и $\{H\}$ – фиктивными, отражающими влияния температуры (вектор $\{Q\}$) и необратимых деформаций (вектор $\{H\}$), если последние учитываются. При отсутствии необратимых деформаций САУ (П5.73) – линейная (СЛАУ), при наличии – нелинейная.

П5.3 Краевая задача о потере устойчивости твердого деформируемого тела

Краевая задача о потере устойчивости твердого деформируемого тела, решается в NX Nastran 7.1 с применением подхода Эйлера, когда формы потери устойчивости считаются точно такими, как и формы собственных колебаний. Применяются геометрические уравнения, учитывающие нелинейные члены.

П5.3.1 Геометрические уравнения, учитывающие нелинейные члены

Обозначим

$$\epsilon_{ij} = (\epsilon_{ij})_L + (\epsilon_{ij})_{NL}, \quad (П5.74)$$

где $(\epsilon_{ij})_L$ – линейная часть тензора деформаций (П5.5), т.е. (П5.8); а $(\epsilon_{ij})_{NL}$ – нелинейная часть, т.е.

$$(\epsilon_{ij})_{NL} = \frac{1}{2} \nabla_i U_k \nabla_j U^k. \quad (П5.75)$$

В декартовой системе координат (ДСК) $U^i = U_i$, все символы Кристоффеля $\Gamma_{ij}^k = 0$, $\nabla_i = \partial / \partial x_i$, поэтому

$$(\epsilon_{ij})_{L ДСК} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right); \quad (\epsilon_{ij})_{NL ДСК} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \frac{\partial U_k}{\partial x_j}; \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (П5.76)$$

т.е. в формуле (П5.74) остается по пять составляющих. Обозначим:

$$b_{ij} = \partial U_i / \partial x_j \quad (П5.77)$$

и введем вектор

$$\{\theta\} = \{ \{\theta_{x^1}\}, \{\theta_{x^2}\}, \{\theta_{x^3}\} \}^T, \quad \text{где } \{\theta_{x^j}\} = \{b_{1j}, b_{2j}, b_{3j}\}^T. \quad (П5.78)$$

Тогда второе соотношение (П5.76) можно представить в виде

$$\{\epsilon\}_{NL ДСК} = \frac{1}{2} [A] \{\theta\}, \quad (П5.79)$$

где матрица $[A]$ размерностью 6×9 (трехмерный случай) в ДСК имеет вид:

$$[A]_{ДСК} = \begin{bmatrix} b_{11}; & b_{21}; & b_{31}; & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{12}; & b_{22}; & b_{32}; & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{13}; & b_{23}; & b_{33} \\ b_{12}; & b_{22}; & b_{32}; & b_{11}; & b_{21}; & b_{31}; & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{13}; & b_{23}; & b_{33}; & b_{12}; & b_{22}; & b_{32} \\ b_{13}; & b_{23}; & b_{33}; & 0 & 0 & 0 & b_{11}; & b_{21}; & b_{31} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \{\theta_{x_1}\}^T; & \{0\}^T; & \{0\}^T \\ \{0\}^T; & \{\theta_{x_2}\}^T; & \{0\}^T \\ \{0\}^T; & \{0\}^T; & \{\theta_{x_3}\}^T \\ \{\theta_{x_2}\}^T; & \{\theta_{x_1}\}^T; & \{0\}^T \\ \{0\}^T; & \{\theta_{x_3}\}^T; & \{\theta_{x_2}\}^T \\ \{\theta_{x_3}\}^T; & \{0\}^T; & \{\theta_{x_1}\}^T \end{bmatrix}, \quad (П5.80)$$

где $\{0\} = \{0, 0, 0\}^T$ – нулевой вектор.

Векторы $\{\theta_{x_j}\}$ можно выразить через узловые значения перемещений как

$$\{\theta_{x_j}\} = [W_j] \{q\}_e, \quad (П5.81)$$

где матрица

$$[W_j] = [[p_{j1}], [p_{j2}], \dots, [p_{jM}]], \text{ а } [p_{jm}] = \begin{bmatrix} p_{jm}; & 0; & 0 \\ 0; & p_{jm}; & 0 \\ 0; & 0; & p_{jm} \end{bmatrix}. \quad (П5.82)$$

Тогда с учетом (П5.78)

$$\{\theta\} = [W] \{q\}_e, \quad (П5.83)$$

где матрица $[W]$ размерностью $9 \times 3M$

$$[W] = \begin{bmatrix} [W_1] \\ [W_2] \\ [W_3] \end{bmatrix}. \quad (П5.84)$$

Итак, учитывая (П5.83), можем записать, что

$$\{\epsilon\}_{NLDCK} = 0.5[A] \{\theta\} = 0.5[A][W] \{q\}_e = 0.5[\bar{B}] \{q\}_e, \quad (П5.85)$$

где обозначена матрица дифференцирования нелинейных составляющих тензора деформаций (размерностью $6 \times 3M$)

$$[\bar{B}] = [A][W]. \quad (П5.86)$$

Итак

$$\{\epsilon\} = (\{\epsilon\}_L + \{\epsilon\}_{NL}) = ([B] + 0.5[\bar{B}]) \{q\}_e, \quad (П5.87)$$

причем матрица дифференцирования линейной части тензора деформаций $[B]$ соответствует формулам (П5.64) и (П5.65).

Введем обозначение:

$$[\tilde{B}] = [B] + 0.5[\bar{B}]. \quad (П5.88)$$

Тогда окончательно запишем, что с учетом нелинейных членов

$$\{\epsilon\} = [\tilde{B}] \{q\}_e. \quad (П5.89)$$

Матрица $[B]_{NL}$ является линейной функцией перемещений через матрицу $[A]$, так как из (П5.80) с учетом (П5.81):

$$[A] = \begin{bmatrix} ([C_1] \{q\}_e)^T; & \{0\}^T; & \{0\}^T \\ \{0\}^T; & ([C_2] \{q\}_e)^T; & \{0\}^T \\ \{0\}^T; & \{0\}^T; & ([C_3] \{q\}_e)^T \\ ([C_2] \{q\}_e)^T; & ([C_1] \{q\}_e)^T; & \{0\}^T \\ \{0\}^T; & ([C_3] \{q\}_e)^T; & ([C_2] \{q\}_e)^T \\ ([C_3] \{q\}_e)^T; & \{0\}^T; & ([C_1] \{q\}_e)^T \end{bmatrix}. \quad (П5.90)$$

Поэтому, учитывая (П5.83), (П5.86) и (П5.90), можно получить, что вектор приращения нелинейной составляющей деформаций

$$\begin{aligned} \{d \in\}_{NL} = d\{\in\}_{NL} &= d(0.5[\bar{B}]\{q\}_e) = d(0.5[A]\{\theta\}) = 0.5(d[A]\{\theta\} + [A]d\{\theta\}) = [A]d\{\theta\} = \\ &= [A][C]\{dq\}_e = [\bar{B}]\{dq\}_e. \end{aligned} \quad (П5.91)$$

Итак, вектор приращений деформаций и, аналогично, вариаций деформаций:

$$\{d \in\} = ([B] + [\bar{B}])\{dq\}_e = [\tilde{B}]\{dq\}_e, \quad \{\delta \in\} = [\tilde{B}]\{\delta q\}_e, \quad (П5.92)$$

где $[\tilde{B}] = ([B] + [\bar{B}])$ – полная матрица дифференцирования для получения вектора *приращения* деформаций, которая *зависит от перемещений*. Особо отметим, что матрица дифференцирования для получения *полного* вектора перемещений, которая также зависит от перемещений, имеет несколько другое наполнение (сравните (П5.92) с (П5.88)). Эти общие выражения сохраняют вид и для других координатных систем.

П5.3.2 САУ при учете нелинейных членов и методы ее решения в NX Nastran

Когда деформации учитывают нелинейные члены, вместо (П5.6) используется нелинейное уравнение (П5.5), а вместо (П5.55) – выражение (П5.89). Поскольку в NX Nastran для решения *нелинейных* САУ используется метод Ньютона-Рафсона, то для получения САУ применяется несколько другой путь, чем в Разделе П5.2.3.

Если в функционале (П5.61) не делать замену напряжений согласно формуле (П5.59) на выражение через перемещения, то, с учетом второго выражения (П5.92) и при условии произвольности вариаций перемещений получим, что:

$$\sum_e \int_{\Omega^e} [\tilde{B}]^T \{\sigma\} d\Omega = \{P\}. \quad (П5.93)$$

Согласно методу Ньютона-Канторовича решения нелинейных САУ считается, что

$$\{\psi\}^{(k+1)} \approx \{\psi\}^{(k)} + \left. \frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right|^{(k)} \cdot \{dq\} \approx \{0\}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{dq\}, \quad (П5.94)$$

где вектор погрешности приближения $\{\psi\}$ определяется как разность между правой и левой частями САУ; k – номер итерации. Из (П5.93):

$$\{\psi\}^{(k)} = \{P\} - \sum_e \int_{\Omega^e} ([\tilde{B}]^T \{\sigma\})^{(k)} d\Omega; \quad k = 0, 1, \dots; \quad (П5.95)$$

а в соответствии с (П5.94) и (П5.95), поскольку $\partial\{P\}/\partial\{q\} = [0]$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right|^{(k)} \{dq\} &= -\frac{\partial}{\partial \{q\}} \left(\sum_e \int_{\Omega^e} [\tilde{B}]^T \{\sigma\} d\Omega \right)^{(k)} \{dq\} = \\ &= -\left(\sum_e \int_{\Omega^e} d[\tilde{B}]^T \{\sigma\} d\Omega + \sum_e \int_{\Omega^e} [\tilde{B}]^T d\{\sigma\} d\Omega \right)^{(k)}. \end{aligned} \quad (П5.96)$$

Поскольку $d[B] \equiv [0]$, то с учетом (П5.80) ... (П5.84), (П5.86):

$$\begin{aligned} \sum_e \int_{\Omega^e} d[\tilde{B}]^T \{\sigma\} d\Omega &= \sum_e \int_{\Omega^e} d[\bar{B}]^T \{\sigma\} d\Omega = \sum_e \int_{\Omega^e} d([A][C])^T \{\sigma\} d\Omega = \\ &= \sum_e \int_{\Omega^e} [C]^T d[A]^T \{\sigma\} d\Omega = \sum_e \int_{\Omega^e} [C]^T [S] d\{\theta\} d\Omega = \sum_e \left(\int_{\Omega^e} [G]^T [S] [G] d\Omega \cdot \{dq\}_e \right), \end{aligned} \quad (П5.97)$$

где введены матрицы:

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} [S] & 0 & 0 \\ 0 & [S] & 0 \\ 0 & 0 & [S] \end{bmatrix}; \quad [S] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}; \quad (П5.98)$$

$$[G] = [[G]_1, [G]_2, \dots, [G]_M]; \quad (П5.99)$$

M – количество узлов в КЭ, а матрица $[G]_m$ для декартовой системы координат ($m = 1, 2, \dots, M$)

$$[G]_m = \begin{bmatrix} p_{1m} & p_{2m} & p_{3m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{1m} & p_{2m} & p_{3m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{1m} & p_{2m} & p_{3m} \end{bmatrix}^T. \quad (\text{П5.100})$$

В матрице $[S]$ компоненты напряжений σ_{ij} рассчитывают в соответствии с физическим законом (см. Раздел П5.1.4) на основе вектора узловых перемещений $\{q\}$.

Введем глобальную симметричную матрицу

$$[K_\sigma] = \sum_e [K_\sigma]_e, \quad \text{где } [K_\sigma]_e = \int_{\Omega^e} [G]^T [S] [G] d\Omega. \quad (\text{П5.101})$$

Из физического закона (П5.59) с применением (П5.92):

$$d\{\sigma\} = [D]d\{\varepsilon^e\} = [D]d(\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^T\} - \{\varepsilon^P\} - \{\varepsilon^C\}) = [D](\tilde{[B]}\{dq\}_e - \{d\varepsilon^T\} - \{d\varepsilon^P\} - \{d\varepsilon^C\}). \quad (\text{П5.102})$$

Подставим это выражение в (П5.96):

$$\begin{aligned} \sum_e \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T \{d\sigma\} d\Omega &= \sum_e \left(\int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T [D] \tilde{[B]} d\Omega \cdot \{dq\}_e \right) - \sum_e \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T [D] \{\alpha_T\} d\hat{T} d\Omega - \\ &\quad - \sum_e \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T [D] (\{d\varepsilon^P\} + \{d\varepsilon^C\}) d\Omega. \end{aligned} \quad (\text{П5.103})$$

Обозначим:

$$[\bar{K}]_e = \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T [D] [B] d\Omega + \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [\bar{B}] d\Omega + \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T [D] [\bar{B}] d\Omega; \quad (\text{П5.104})$$

$$\{dQ\} = \sum_e \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T [D] \{\alpha_T\} d\hat{T} d\Omega; \quad \{dH\} = \sum_e \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T [D] (\{d\varepsilon^P\} + \{d\varepsilon^C\}) d\Omega, \quad (\text{П5.105})$$

тогда (П5.102) запишем в виде

$$\sum_e \int_{\Omega^e} \tilde{[B]}^T \{d\sigma\} d\Omega = \sum_e \left(([K]_e + [\bar{K}]_e) \cdot \{dq\}_e \right) - \{dQ\} - \{dH\}. \quad (\text{П5.106})$$

Подставим полученные выражения в (П5.96), а результат – в (П5.94):

$$([K] + [\bar{K}] + [K_\sigma])^{(k)} \{dq\} = \{\psi\}^{(k)} + \{dQ\} + \{dH\}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{dq\}. \quad (\text{П5.107})$$

Реально рассматриваются не бесконечные малые приращения, а такие, что имеют конечные величины. Поэтому в (П5.105) вместо знака дифференциала d используют знак приращения Δ , а вместо (П5.107) – такие выражения:

$$([K] + [\bar{K}] + [K_\sigma])^{(k)} \{\Delta q\} = \{\psi\}^{(k)} + \{\Delta Q\} + \{\Delta H\}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{\Delta q\}. \quad (\text{П5.108})$$

Формула (П5.108) соответствует одной итерации алгоритма Ньютона-Рафсона решения нелинейной САУ, который построен на основе метода Ньютона-Канторовича. В (П5.108) матрица нестабильна, собирается снова на каждой итерации. Для алгоритма доказаны теоремы существования и единственности решения. Есть несколько вариантов модификации этого метода, в которых матрица САУ обновляется через несколько итераций или совсем не обновляется.

Матрица $[\bar{K}]$ носит название матрицы *значительных перемещений*, а $[K_\sigma]$ – матрицы *геометрической жесткости* (geometric stiffness matrix).

Полученные выражения метода Ньютона-Рафсона можно использовать и при *малых* деформациях. Так как при малых деформациях матрица $[\bar{B}]$ отсутствует, то отсутствуют и матрицы $[\bar{K}]$ и $[K_\sigma]$, а матрица $[\tilde{B}] = [B]$. Выражения (П5.108) упрощаются до:

$$[K]^{(k)} \{\Delta q\} = \{\psi\}^{(k)} + \{\Delta Q\} + \{\Delta H\}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{\Delta q\}. \quad (\text{П5.109})$$

Именно эти выражения применяются вместо (П5.73) в случае ее нелинейности.

П5.3.3 Краевая задача о потере устойчивости твердого деформируемого тела

При постановке краевой задачи о потере устойчивости твердого тела различают *начальное* и *сопредельное* состояния тела.

Решение для начального состояния получается обычным способом (см. Раздел П5.2). Для получения решения для сопредельного состояния есть САУ (П5.108). Но неизвестно, какое приращение нагрузки нужно сделать, чтобы нагрузка достигла критического значения. Обычно делают таким образом. Процесс нагружения (от начального состояния до момента потери устойчивости) считается пропорциональным, тогда дополнительную нагрузку можно назначать подобно формуле $P_j = P_j^* + \Delta P_j = \alpha P_j^*$, т.е. $\Delta P_j = (\alpha - 1)P_j^*$. Это касается и температурной нагрузки, поэтому вектор $\{\Delta Q\} = (\alpha - 1)\{Q^*\}$. Поскольку начальное состояние – уравновешенное, то, в соответствии с формулой (П5.95) вектор погрешности приближения $\{\psi\} = (\alpha - 1)\{P^*\}$. Компоненты вектора ΔH (от необратимых деформаций) и $[K_\sigma]\{\Delta q\}$ (от напряжений) тоже изменятся пропорционально, хотя пропорциональные множители будут другими, т.е. γ и β соответственно. При условии $\{\Delta H\} = \{0\}$ (отсутствие необратимых деформаций) и $[\bar{K}] = [0]$ (деформации – малые) $\beta = \alpha$. Если только $\{\Delta H\} = \{0\}$, т.е. деформации – большие, но упругие, то $\beta \approx \alpha$.

Известно, что потеря устойчивости тела может проходить по разным геометрическим формам, для которых множители α, β и γ должны быть своими, т.е. таких коэффициентов будет много (теоретически – бесконечность). Тогда из (П5.108) получим САУ:

$$([K] + [\bar{K}] + \beta_i [K_\sigma])\{\Delta q\} = (\alpha_i - 1)(\{P^*\} + \{Q^*\}) + (\gamma_i - 1)\{H^*\}; \quad i = 1, 2, \dots, \quad (\text{П5.110})$$

в котором в случае малых деформаций матрица $[\bar{K}] = [0]$, т.е. отсутствует.

Поскольку после потери телом устойчивости нет единого геометрического состояния тела, то и нет единого решения САУ (П5.110). Т.е. матрица этой САУ в момент потери устойчивости является вырожденной, а ее детерминант равняется нулю:

$$\det([K] + [\bar{K}] + \beta_i [K_\sigma]) = 0; \quad i = 1, 2, \dots \quad (\text{П5.111})$$

При $\beta \approx \alpha$ каждое полученное значение множителя β_i будет указывать степень недогруженности ($\beta_i > 1$) или перегруженности ($\beta_i < 1$) тела относительно i -го состояния потери устойчивости.

На практике обычно есть смысл рассматривать лишь несколько значений β_i (меньших по модулю).

В NX Nastran для задачи потери устойчивости тела принимаются такие допущения:

- отклонения геометрии тела перед деформированием – малые, т.е. $[\bar{K}] = [0]$;
- конфигурация равновесия тела на момент потери устойчивости – начальная геометрия;
- реакция материала на момент потери устойчивости – линейная или нелинейная, но – упругая, т.е. $\beta \approx \alpha$;
- поведение тела после того, как устойчивость утрачена, не прогнозируется.

Примечание П5.1. Когда принимается $[\bar{K}] = [0]$, то расчетные критические нагрузки обычно являются завышенными относительно экспериментальных, поскольку при потере устойчивости деформации – значительные, хотя и необязательно имеют необратимую составляющую.

Примечание П5.2. Рекомендуется задавать начальную нагрузку такую, что близка к критической нагрузке.

П5.4 Алгоритм „двух шагов” получения решения в NX Nastran задачи для тел с малой жесткостью

Если тело имеет малую жесткость, а деформации не считаются значительными, то в NX Nastran применяется алгоритм „двух шагов”, в котором на первом шаге решается линейная

САУ (П5.73), а на втором к матрице жесткости $[K]$ прибавляется матрица *геометрической жесткости* $[K_\sigma]$ (см. формулу (П5.101)):

$$([K] + [K_\sigma])\{q\} = \{P\} + \{Q\} + \{H\}. \quad (\text{П5.112})$$

В матрице $[K]_\sigma$ компоненты напряжений σ_{ij} рассчитывают в соответствии с физическими законами (см. Раздел П5.1.4) на основе вектора узловых перемещений $\{q\}$, который получен на первом шаге.

Приложение 6

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. СТАТИКА. БОЛЬШИЕ ДЕФОРМАЦИИ (теория)**П6.1 О классических типах формулирования алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач**

После того, как будут получены системы алгебраических уравнений (САУ) для итерационного решения краевых задач с геометрической нелинейностью, проявятся *две проблемы*:

- во-первых, на момент вычисления компонент САУ текущая геометрия тела не определена;
- во-вторых, напряжения σ^{ij} (Эйлера-Коши), вычисленные в разных конфигурациях, нельзя просто так складывать, поскольку нужно учитывать вращение площадок, на которых они вычислялись и вычисляются.

Первая проблема вынуждает искать решение на основе *предварительно* определенной (*опорной*) геометрии тела, вторая – проводить преобразования напряжений.

Если в качестве опорной геометрии тела на всех этапах нагружения используется *начальная* геометрия, то такой подход называют „*полная формулировка Лагранжа*” (Total Lagrange – **TL**). Иначе, если в качестве опорной геометрии тела на всех этапах нагружения используется геометрия, которая *создана предыдущим этапом нагружения*, то такой подход называют „*модифицированная формулировка Лагранжа*” (Updated Lagrange – **UL**).

TL-формулировку можно применять лишь тогда, когда при получении решения не имеет значения *история нагружения* тела. Эта история может быть значащей:

- при потере устойчивости геометрии тела, если нужно изучать дальнейшее его напряженно-деформированное состояние, в частности, после так называемого „прощелкивания” конструкции;
- при сложном упруго-пластическом нагружении, когда в разных частях тела реализуются разные траектории деформирования, в частности, одновременно происходят процессы активного упруго-пластического деформирования и упругой разгрузки;
- при действительно значительных деформациях, когда теоретически нельзя складывать даже деформации, а можно складывать только скорости деформаций, т.е. реализовывать формулировку Эйлера. Погрешность, которая возникает при простом сложении деформаций, считается небольшой где-то в пределах до 2 процентов деформации.

При применении **UL**-формулировки нужно автоматически всю историю нагружения разделять на отдельные этапы и на всех этапах обеспечивать относительно небольшие приращения нагрузки. Наличие многих этапов обычно увеличивает время получения решения краевой задачи. Поэтому, если отсутствуют неупругие деформации или упруго-пластическое нагружение – пропорциональное, а деформации – относительно малы, использование формулировки **TL** обычно эффективнее, чем **UL**, так как все нагружение можно провести за один этап. И лишь тогда, когда краевая задача обязывает применение малых приращений нагрузки, нужно применять формулировку **UL**.

Далее коротко рассмотрим эти обе формулировки и сопутствующие проблемы.

Использование базовой, а не текущей, конфигурации тела нуждается в перерасчете величин, фигурирующих в формулах, на базовую конфигурацию. Поэтому изменяются даже названия (меры) тензоров напряжений и деформаций.

В таблице П6.1 приведена краткая информация о характерных ситуациях при наличии физической и/или геометрической нелинейности (формулировка Эйлера с неподвижной сеткой и **ALE** (смешанная Эйлера-Лагранжа) – не рассматриваются).

Таблица Пб.1 – Ситуации при моделировании нелинейных краевых задач о НДС тел

Тип анализа	Описание ситуации	Типы формулировок	Меры деформаций и напряжений
Только нелинейность свойств материала (только физическая нелинейность)	Бесконечно малые параллельные перемещения и вращения; соотношения „напряжения-деформации” являются нелинейными	Только нелинейность свойств материала (Materially nonlinear only – MNO)	Напряжения Эйлера-Коши, малые деформации Грина-Лагранжа (Cauchy stress, small Green-Lagrange strain)
Большие параллельные перемещения, большие вращения, но малые деформации	Параллельные перемещения и вращения волокон являются большими, но удлинения волокна и угловые изменения между волокнами являются малыми; соотношения „напряжения-деформации” могут быть линейными или нелинейными	Полная формулировка Лагранжа (Total Lagrange – TL)	Напряжения Пиола-Кирхгофа 2-го рода, малые деформации Грина-Лагранжа (Second Piola-Kirchhoff stress, small Green-Lagrange strain)
		Модифицированная формулировка Лагранжа (Updated Lagrange – UL)	Напряжения Эйлера-Коши, малые деформации Альманси (Cauchy stress, small Almansi strain)
Большие параллельные перемещения, большие вращения и большие деформации	Параллельные перемещения и вращения волокон являются большими; удлинение волокон и угловые изменения между волокнами также являются большими, соотношения „напряжения-деформации” могут быть линейными или нелинейными	Полная формулировка Лагранжа (Total Lagrange – TL)	Напряжения Пиола-Кирхгофа 2-го рода, деформации Грина-Лагранжа (Second Piola-Kirchhoff stress, large Green-Lagrange strain)
		Модифицированная формулировка Лагранжа (Updated Lagrangian – UL)	Напряжения Эйлера-Коши, логарифмические деформации Генки (Cauchy stress, logarithmic strain Hencky)

Рассмотрим вопросы о деформациях Грина-Лагранжа и Генки, о тензоре Эйлера-Коши и втором тензоре напряжений Пиола-Кирхгофа, а также об определяющих уравнениях, которые будут использоваться при формулировании постановок краевых задач.

Пб.2 Основные определения и соотношения, необходимые для формулирования алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач

Постановка краевой задачи сделана в Разделе П5.1.

Пб.2.1 Системы координат. Метрический тензор

Системой отсчета \mathcal{R} называют совокупность по крайней мере 4-х точек, не лежащих в одной плоскости. Очевидно, что ее геометрия может быть и евклидовой.

В общем случае для описания состояния тела обычно вводят несколько координатных систем. Введем такие системы с ортогональными базисами (см. рис.Пб.1):

- глобальную неподвижную декартову систему координат с базисом \vec{k}_i , осями x^i ; $i = 1, 2, 3$ и точкой M^0 , в которой помещается начало системы. Любую точку $P_{(0)}$ задает вектор $\vec{r}^{(0)}$, проведенный к ней из начала координат с базисом \vec{k}_i ;

- глобальную неподвижную, в общем случае криволинейную систему координат с базисом \vec{e}_i и координатными линиями $a^i = a^i(x^j)$; $i, j = 1, 2, 3$. Обычно она тоже имеет начало в

точке M^0 , но это не является обязательным. Базис \vec{e}_i может совпадать с базисом \vec{k}_i . Условие $a^i = const; i = 1, 2, 3$ задает *координатную поверхность*. Две координатные поверхности a^i и a^j пересекаются (при $i \neq j$). Линия их пересечения называется *координатной линией*, она соответствует третьей координате a^k ;

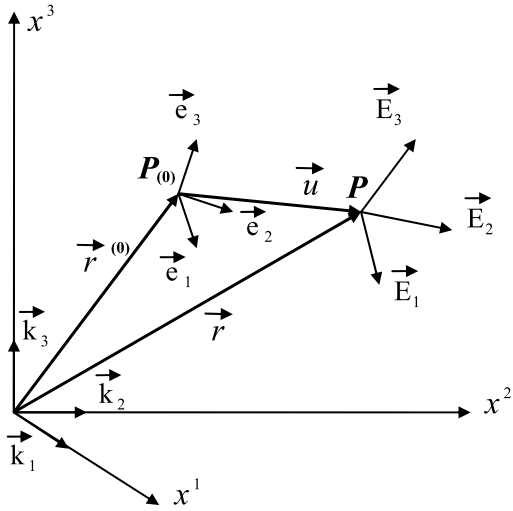


Рис.П6.1. Координатные системы

Эти три вектора основного базиса являются касательными к координатным линиям в точке M^0 , которая определяет начало координатной системы.

Если координатная система $a^i = x, y, z$, т.е. является декартовой (ДСК), то все модули $|\vec{e}_i| = 1$.

Девять величин $g_{ij} = (\vec{e}_i, \vec{e}_j) = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \frac{\partial \vec{r}^{(0)}}{\partial a^i} \cdot \frac{\partial \vec{r}^{(0)}}{\partial a^j}$ называют ковариантными компонентами симметричного метрического тензора. В ДСК

$$(g_{ij})_{ДСК} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (\delta_{ij}). \tag{П6.2}$$

Здесь и всюду ниже в тексте δ_{ij} – символ Кронекера.

В точке M^0 начала координатной системы, наряду с основным, вводится взаимный базис \vec{e}^i таким образом, чтобы $\vec{e}^i \cdot \vec{e}_j = \delta_j^i = \delta_{ij}$ (векторы \vec{e}_i указывают направление координатных линий, а векторы \vec{e}^i – перпендикулярны к координатным поверхностям). Аналогично g_{ij} вводится контравариантный симметричный метрический тензор с компонентами $g^{ij} = \vec{e}^i \cdot \vec{e}^j$. Тогда

$$(g_{ij})(g^{jk}) = (g_{ij} \cdot g^{jk}) = \delta_i^k; \quad (g^{ij}) = (g_{ij})^{-1}; \quad \vec{e}^i = g^{ij} \vec{e}_j; \quad \vec{e}_i = g_{ij} \vec{e}^j. \tag{П6.3}$$

С учетом (П6.2) и (П6.3)

$$(g^{ij})_{ДСК} = (g_{ij})_{ДСК} = \delta_{ij}. \tag{П6.4}$$

Для удобства, в частности, чтобы метрика пространства не присутствовала в физических уравнениях, вводится локальный ортонормированный „физический” (местный) базис \vec{b}_i , т.е. такой, чтобы все три $|\vec{b}_i| = 1$. Этого можно достичь, если взять \vec{b}_i в следующем виде (под радикалом здесь не суммировать):

$$\vec{b}_i = \vec{e}_i / \sqrt{g_{ii}} = \sqrt{g^{ii}} \vec{e}_i. \tag{П6.5}$$

• локальную „вмороженную”, в общем случае криволинейную не ортогональную, систему координат с базисом \vec{E}_i , которая сопровождает каждую материальную точку тела, на текущее положение которой указывает вектор $\vec{r} = \vec{r}(a^1, a^2, a^3, t)$, проведенный к ней из начала координат, в котором принимают $\vec{r} = \vec{0}$ (это всегда можно сделать путем параллельного переноса).

Три вектора базиса \vec{e}_i , который называется основным, задаются как

$$\vec{e}_i = \lim_{\Delta a^i \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}^{(0)}}{\Delta a^i} = \frac{\partial \vec{r}^{(0)}}{\partial a^i}. \tag{П6.1}$$

Из (П6.2), (П6.4) и (П6.5) следует, что в ДСК основной, взаимный и „физический” базисы совпадают, чего нельзя сказать о других, где базисах обычно различные.

Примечание П6.1. Величина $\sqrt{g_{ii}} = |\vec{e}_i|$, т.е. является модулем соответствующего базисного вектора. Поэтому еще один вариант определения базисных векторов: $\vec{e}_i = \sqrt{g_{ii}} \vec{b}_i$.

Любой вектор \vec{F} в основном, взаимном и „физическом” базисах имеет компоненты F^i, F_i, \vec{F}_i соответственно. Он выражается как

$$\vec{F} = F^i \vec{e}_i = F_i \vec{e}^i = \vec{F}_i \vec{b}_i. \quad (\text{П6.6})$$

Из (П6.6) с учетом преобразований (П6.3) и (П6.5)

$$F_j = F^i g_{ij}; \quad F^j = F_i g^{ij}; \quad \vec{F}_j = F^j \sqrt{g_{jj}}. \quad (\text{П6.7})$$

Поэтому и координатный вектор \vec{r} точки M , проведенный к ней из начала координат, можно записать как

$$\vec{r} = a^i \vec{e}_i = a_i \vec{e}^i = \vec{a}_i \vec{b}_i. \quad (\text{П6.8})$$

Произвольный тензор второго ранга $\vec{\sigma}$ в основном, взаимном и „физическом” базисах определяется как:

$$\vec{\sigma} = \sigma^{ij} \vec{e}_i \vec{e}_j = \sigma_{ij} \vec{e}^i \vec{e}^j = \check{\sigma}_{ij} \vec{b}_i \vec{b}_j, \quad (\text{П6.9})$$

где σ_{ij}, σ^{ij} – компоненты тензора $\vec{\sigma}$ (строго говоря, компоненты $\check{\sigma}_{ij}$ могут не создавать тензор, поскольку могут не подчиняться правилам перерасчета тензора при вращении системы координат. Это характерно для координатных систем, в которых не все $\sqrt{g_{ii}} = 1$, т.е. к ДСК не относится). Из (П6.9) с учетом преобразований (П6.3) и (П6.5) получим (под радикалом здесь не суммировать):

$$\sigma^{ij} = \sigma_{mn} g^{im} g^{jn}; \quad \sigma_{ij} = \sigma^{mn} g_{im} g_{jn}; \quad \check{\sigma}_{ij} = \sigma^{ij} \sqrt{g_{ii} / g^{jj}} = \sigma_{mn} g^{im} g^{jn} \sqrt{g_{ii} / g^{jj}}. \quad (\text{П6.10})$$

По определению, квадрат линейного элемента $ds^2 = d\vec{a} \cdot d\vec{a} = da^i \vec{e}_i \cdot da_j \vec{e}^j = g_{ij} da^i da^j = g^{ij} da_i da_j$. Еще одна характеристика:

$$\sqrt{g} = \sqrt{g_{11} g_{22} g_{33}} = \sqrt{\det |g_{ij}|} = \vec{e}_1 \cdot (\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) = \vec{e}_2 \cdot (\vec{e}_3 \times \vec{e}_1) = \vec{e}_3 \cdot (\vec{e}_1 \times \vec{e}_2). \quad (\text{П6.11})$$

В частности, для ДСК $\det |g_{ij}| = 1$.

П6.2.2 Тензор деформаций Грина-Лагранжа

Обозначим начальную конфигурацию тела как C_0 с координатным вектором $\vec{r}^{(0)}$ к точке $P_{(0)}$, а текущую – C с координатным вектором \vec{r} к точке P (см. рис.П6.1). В соответствии с (П6.1) в начальном состоянии:

$$\vec{e}_i = \frac{\partial \vec{r}^{(0)}}{\partial a^i}; \quad \vec{e}^j = \frac{\partial \vec{r}^{(0)}}{\partial a_j}; \quad d\vec{r}^{(0)} = da^i \vec{e}_i = da_j \vec{e}^j. \quad (\text{П6.12})$$

В текущем состоянии введем локальный „вмороженный” сдеформированный базис

$$\vec{E}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial a^i}; \quad \vec{E}^j = \frac{\partial \vec{r}}{\partial a_j} = C^j \vec{E}_i; \quad d\vec{r} = da^i \vec{E}_i = da_j \vec{E}^j \quad (\text{П6.13})$$

(о C^j – ниже). Тогда квадраты длины линейного элемента, который связывает две бесконечно близкие материальные точки, до и после деформирования, соответственно:

$$(d\vec{r}^{(0)})^2 = d\vec{r}^{(0)} \cdot d\vec{r}^{(0)} = da^i \vec{e}_i \cdot da_j \vec{e}^j = da^i da_j \delta_i^j = da^i da_i = da^i g_{ij} da^j = g_{ij} da^i da^j; \quad (\text{П6.14})$$

$$(d\vec{r})^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = da^i \vec{E}_i \cdot da_j \vec{E}^j = E_i^j da^i da_j = C_{ij} da^i da^j = C^{ij} da_i da_j. \quad (\text{П6.15})$$

По определению, выражение

$$(d\vec{r})^2 - (d\vec{r}^{(0)})^2 \equiv 2 \epsilon_{ij} da^i da^j \quad (\text{П6.16})$$

является мерой деформации в точке тела относительно *начальной* конфигурации, где ϵ_{ij} – компоненты тензора деформаций (деформацию можно рассматривать и относительно любой другой конфигурации, но для **ТЛ**-формулировки нужна деформация именно относительно начальной конфигурации).

Если во всем теле $(d\vec{r})^2 - (d\vec{r}^{(0)})^2 = 0$, то движение тела – *абсолютно жесткое*. Иначе тело находится в *сдеформированном состоянии*.

Подставим (П6.14) и (П6.15) в (П6.16):

$$2\epsilon_{ij} da^i da^j = C_{ij} da^i da^j - g_{ij} da^i da^j = (C_{ij} - g_{ij}) da^i da^j. \quad (\text{П6.17})$$

Из (П6.17) следует, что *текущие* компоненты симметричного тензора деформации Грина–Лагранжа (относительно *начальной* конфигурации):

$$\epsilon_{ij} = 0.5(C_{ij} - g_{ij}), \quad (\text{П6.18-а})$$

или через компоненты вектора перемещений:

$$\epsilon_{ij} = 0.5(\nabla_j U_i + \nabla_i U_j + \nabla_i U_k \nabla_j U^k); \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (\text{П6.19})$$

где обозначено

$$\nabla_i U_k = \frac{\partial U_k}{\partial a^i} - U_m \Gamma_{ik}^m; \quad \nabla_j U^k = \frac{\partial U^k}{\partial a^j} + U^m \Gamma_{jm}^k; \quad (\text{П6.20})$$

Γ_{ij}^m – символы Кристоффеля второго рода, которые симметричны по нижним индексам и являются компонентами разложения $\partial \vec{e}_j / \partial a^i$ по исходному базису \vec{e}_m ; выражаются формулой

$$\Gamma_{mi}^j = \Gamma_{im}^j = \frac{1}{2} g^{jn} \left(\frac{\partial g_{mn}}{\partial a^i} + \frac{\partial g_{in}}{\partial a^m} - \frac{\partial g_{mi}}{\partial a^n} \right). \quad (\text{П6.21})$$

Первый вектор из (П6.13)

$$\vec{E}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial a^i} = \frac{\partial x^j}{\partial a^i} \vec{e}_j = \frac{\partial(\vec{a} + \vec{U})}{\partial a^i} = \vec{e}_i + \frac{\partial \vec{U}}{\partial a^i} = \frac{\partial(a^j + U^j)}{\partial a^i} \vec{e}_j = (\delta_i^j + \nabla_i U^j) \vec{e}_j = X_i^j \vec{e}_j, \quad (\text{П6.22})$$

называется *градиентом деформаций* и определяет сдеформированные координатные оси локальной конвекционной („вмороженной“) системы координат с базисом \vec{E}_i .

Компоненты тензора меры деформации Коши-Грина

$$C_{ij} = X_i^k X_j^k = \frac{\partial x^k}{\partial a^i} \frac{\partial x^k}{\partial a^j}, \quad \text{где } X_i^k = \frac{\partial x^k}{\partial a^i} = (\delta_i^k + \nabla_i U^k), \quad (\text{П6.23})$$

$x^i = x^i(a^j, t)$ – текущие координаты точки; $x^i(a^j, 0) = a^i$ – начальные координаты точки; $i, j = 1, 2, 3$.

Представим (П6.18-а) в матричном виде:

$$[\epsilon] = 0.5([C] - [g]), \quad (\text{П6.18-б})$$

где матрицы

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}; & \epsilon_{12}; & \epsilon_{13} \\ & \epsilon_{22}; & \epsilon_{23} \\ \text{symm} & & \epsilon_{33} \end{bmatrix}; \quad [g] = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix}; \quad (\text{П6.24})$$

$$[C] = [X]^T [X]. \quad (\text{П6.25})$$

Матрица $[X]$ отображает градиенты деформаций X_i^k (см. формулу (П6.23)), поэтому имеет такое наполнение (обозначено $h_{ij} = \partial U_i / \partial a^j$):

$$[X] = \begin{bmatrix} X_{11}; & X_{12}; & X_{13} \\ X_{21}; & X_{22}; & X_{23} \\ X_{31}; & X_{32}; & X_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+h_{11}; & h_{12}; & h_{13} \\ h_{21}; & 1+h_{22}; & h_{23} \\ h_{31}; & h_{32}; & 1+h_{33} \end{bmatrix}. \quad (\text{П6.26})$$

Тогда матрица

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11}; & c_{21}; & c_{31} \\ & c_{22}; & c_{32} \\ \text{symm} & & c_{33} \end{bmatrix} = [X]^T [X] = \begin{bmatrix} X_{11}; & X_{21}; & X_{31} \\ X_{12}; & X_{22}; & X_{32} \\ X_{13}; & X_{23}; & X_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11}; & X_{12}; & X_{13} \\ X_{21}; & X_{22}; & X_{23} \\ X_{31}; & X_{32}; & X_{33} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (X_{11})^2 + (X_{21})^2 + (X_{31})^2; & X_{11}X_{12} + X_{21}X_{22} + X_{31}X_{32}; & X_{11}X_{13} + X_{21}X_{23} + X_{31}X_{33} \\ & (X_{12})^2 + (X_{22})^2 + (X_{32})^2; & X_{12}X_{13} + X_{22}X_{23} + X_{32}X_{33} \\ & \text{symm} & (X_{13})^2 + (X_{23})^2 + (X_{33})^2 \end{bmatrix}. \quad (\text{П6.27})$$

Примечание П6.2. Для вычисления компонент ϵ_{ij} чаще используют именно формулы (П6.18), которые в случае известных компонент C_{ij} имеют значительно меньше действий, чем формулы (П6.19).

П6.2.3 О мерах тензоров напряжений

При наличии геометрической нелинейности могут использоваться несколько мер (разновидностей) тензоров напряжений.

По определению Эйлера (1707... 1783 гг) и Коши (1789 ... 1857 гг), напряжение – это внутренняя сила, действующая на элементарной площадке и отнесенная к ее площади при условии стремления этой площади к нулю.

Результирующий вектор напряжений на элементарной площадке dS_1 , которая перпендикулярна \vec{e}_1 , обозначим как $\vec{\sigma}^1 dS_1$, где $\vec{\sigma}^1$ – вектор напряжений на единице площади dS_1 . Аналогично вводятся векторы напряжений $\vec{\sigma}^2$ и $\vec{\sigma}^3$. Компоненты векторов $\vec{\sigma}^m$ в основном базисе \vec{e}_n , а именно σ^{mn} , называются контравариантными компонентами симметричного тензора напряжений Эйлера-Коши (Эйлера, Коши):

$$\vec{\sigma}^m = \sigma^{mn} \vec{e}_n. \quad (\text{П6.28})$$

То есть этот тензор содержит такие напряжения: нормальные к элементарным площадкам σ^{mm} ; $m = n = 1, 2, 3$, и касательные к ним $\sigma^{mn} = \sigma^{nm}$; $m \neq n$; $m, n = 1, 2, 3$. Первый индекс указывает, перпендикулярно к какой оси \vec{e}_m расположена элементарная площадка, а второй – направление напряжения, т.е. вдоль какой оси \vec{e}_n направлена компонента тензора напряжений. Подчеркнем, что не всегда направления определяет исходный глобальный базис \vec{e}_m . Есть случаи, когда направление компонент напряжений определяет исходный локальный базис, например, в пластинах и оболочках исходный вектор \vec{e}_3 обычно перпендикулярен центральной поверхности; в стрелях – параллелен продольной оси.

В каждой точке наклонной площадки dS , внешняя нормаль к которой $\vec{\nu}$ имеет компоненты ν_m , результирующий вектор напряжений

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}^m \nu_m = \sigma^{mn} \vec{e}_n \nu_m. \quad (\text{П6.29})$$

Компоненты векторов $\vec{\sigma}^m$ в деформированном базисе \vec{E}_n , а именно $\underline{\sigma}^{mn}$, называются (контравариантными) компонентами симметричного второго тензора напряжений Пиола (1836) – Кирхгофа (1850):

$$\vec{\sigma}^m = \underline{\sigma}^{mn} \vec{E}_n. \quad (\text{П6.30})$$

В каждой точке наклонной площадки dS , внешняя нормаль к которой $\vec{\nu}$ имеет компоненты ν_m , результирующий вектор напряжений

$$\vec{\sigma} = \underline{\sigma}^m \nu_m = \underline{\sigma}^{mn} \vec{E}_n \nu_m. \quad (\text{П6.31})$$

Но, поскольку при деформировании базис \vec{E}_n обычно не является ортогональным, то $\underline{\sigma}$ с его компонентами применяют лишь как некоторую расчетную (вспомогательную) дефиницию. Поскольку в разных точках деформированного тела направления локального сдефор-

мированного базиса \vec{E}_n относительно осей \vec{e}_n будут разными, то результаты расчетов есть смысл представлять относительно осей \vec{e}_n , т.е. относительно известных начальных направлений. Именно поэтому перед представлением результатов расчетов, а именно напряжений, нужно перейти к тензору Эйлера-Коши.

Но это еще не все. Поскольку, как об этом говорилось в Разделе П6.1, на момент вычисления компонент САУ текущая геометрия тела не определена, то приходится использовать опорную конфигурацию. В случае **ТЛ**-формулировки, которую мы рассматриваем, опорной конфигурацией является *исходная* конфигурация.

Симметричный *второй тензор напряжений Пиола-Кирхгофа* $(\sigma^{mn})_0$ на поверхности начальной конфигурации $(dS)_0$ создает результирующий вектор напряжений

$$(\vec{\sigma})_0 = (\sigma^{mn})_0 \vec{E}_n(v_m)_0, \quad (\text{П6.32})$$

причем рассматривается именно та поверхность $(dS)_0$, которая превратилась при деформировании в поверхность dS .

Компоненты векторов $(\vec{T}^m)_0$ в *основном* базисе \vec{e}_n , а именно $(T^{mn})_0$, называются (контравариантными) компонентами несимметричного *первого тензора напряжений Пиола-Кирхгофа*:

$$(\vec{T}^m)_0 = (T^{mn})_0 \vec{e}_n. \quad (\text{П6.33})$$

Его определяют путем проектирования компонент тензора Эйлера-Коши к *начальной* геометрии с *полным* учетом изменений элементарной площадки: как ее размера, так и ориентации. Поэтому в каждой точке поверхности $(dS)_0$ он создает результирующий вектор напряжений

$$(\vec{T})_0 = (T^{mn})_0 \vec{e}_n(v_m)_0. \quad (\text{П6.34})$$

В дальнейшем 1-й $(T^{mn})_0$ и 2-й $(\sigma^{mn})_0$ тензоры напряжений Пиола-Кирхгофа, для краткости, будем называть аббревиатурами ТН1ПК и ТН2ПК соответственно.

Есть и другие тензоры напряжений, но для **ТЛ**-формулировки они не применяются, поэтому здесь не рассматриваются.

Между всеми видами тензоров напряжений существуют однозначные преобразования.

Примечание П6.3. В литературе довольно часто индексы, которые обозначают „привязку” величины к *этапу нагружения*, указывают *левым верхним* индексом, а к *базовой* конфигурации – *левым нижним* индексом. Например, ${}^{n+1}_0 A^{im} {}^{n+1}_0 v_m$ – компоненты некоторого вектора, которые определены для $(n+1)$ -го этапа на основе исходной конфигурации. Но, когда таких меток много, то с непривычки формулы читаются тяжело. Именно поэтому в дальнейшем тексте мы их применять не будем.

П6.2.4 Соотношение между компонентами первого и второго тензоров напряжений Пиола-Кирхгофа в начальной конфигурации

Соотношение между компонентами $(\vec{T})_0$ и $(\vec{\sigma})_0$ получим из условия $(\vec{T})_0 = (\vec{\sigma})_0$. С учетом (П6.32) и (П6.34):

$$(T^{mn})_0 \vec{e}_n(v_m)_0 = (\sigma^{mn})_0 \vec{E}_n(v_m)_0. \quad (\text{П6.35})$$

Согласно (П6.22) $\vec{E}_n = \partial \vec{x} / \partial a^n = \nabla_n x^i \vec{e}_i = X_n^i \vec{e}_i$. Поэтому из (П6.35)

$$(T^{mn})_0 \vec{e}_n(v_m)_0 = (\sigma^{mn})_0 X_n^i \vec{e}_i(v_m)_0. \quad (\text{П6.36})$$

Заменим в левой части последней формулы „слепой” индекс n на индекс i :

$$(T^{mi})_0 \vec{e}_i(v_m)_0 = (\sigma^{mn})_0 X_n^i \vec{e}_i(v_m)_0 \quad \text{или} \quad ((T^{mi})_0 - (\sigma^{mn})_0 X_n^i) \vec{e}_i(v_m)_0 = \vec{0}. \quad (\text{П6.37})$$

Это равенство справедливо при любых $\vec{e}_i(v_m)_0$. Поэтому окончательно получим, что соотношение между компонентами тензоров $(\vec{T})_0$ и $(\vec{\sigma})_0$:

$$(T^{mi})_0 = (\sigma^{mn})_0 X_n^i. \quad (\text{П6.38-а})$$

Для получения соотношения между компонентами тензоров $(\vec{T})_0$ и $(\vec{\sigma})_0$ с компонентами тензора Эйлера-Коши $\vec{\sigma}$ необходимо сначала рассмотреть некоторые другие вопросы.

П6.2.5 Символы Леви-Чивита

Учтем, что результатом векторного произведения двух векторов \vec{a} и \vec{b} является новый вектор $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$, который перпендикулярен до обоих векторов \vec{a} и \vec{b} , и имеет модуль $|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$, где α является углом между векторами \vec{a} и \vec{b} . Поэтому $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$. Еще известно, что $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$. Поэтому $\vec{a}_m \times \vec{a}_n = (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 - \vec{a}_2 \times \vec{a}_1) + (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3 - \vec{a}_3 \times \vec{a}_2) + (\vec{a}_3 \times \vec{a}_1 - \vec{a}_1 \times \vec{a}_3)$ при $m, n = 1, 2, 3$. Кроме того, для трех ортогональных векторов основного базиса: $\vec{e}_1 \cdot (\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) = \vec{e}_2 \cdot (\vec{e}_3 \times \vec{e}_1) = \vec{e}_3 \cdot (\vec{e}_1 \times \vec{e}_2) = \sqrt{g}$; $\vec{e}_1 \cdot (\vec{e}_3 \times \vec{e}_2) = \vec{e}_2 \cdot (\vec{e}_1 \times \vec{e}_3) = \vec{e}_3 \cdot (\vec{e}_2 \times \vec{e}_1) = -\sqrt{g}$; $\vec{e}_1 \cdot (\vec{e}_1 \times \vec{e}_2) = \vec{e}_1 \cdot (\vec{e}_1 \times \vec{e}_3) = \vec{e}_2 \cdot (\vec{e}_2 \times \vec{e}_1) = \vec{e}_2 \cdot (\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) = \vec{e}_3 \cdot (\vec{e}_3 \times \vec{e}_1) = \vec{e}_3 \cdot (\vec{e}_3 \times \vec{e}_2) = 0$.

Эти и аналогичные факты обычно описывают с помощью символов Леви-Чивита $E^{ijk} = E_{ijk}$ (тензор эти компоненты не создают):

$$E_{ijk} = \begin{cases} 1; & \text{прямая круговая перестановка значений индексов;} \\ -1; & \text{обратная круговая перестановка значений индексов;} \\ 0; & \text{наличие двух или трех одинаковых индексов.} \end{cases} \quad (\text{П6.39})$$

Тогда вместо многих выражений имеем лишь одно:

$$\vec{e}_i \cdot (\vec{e}_j \times \vec{e}_k) = E_{ijk} \sqrt{g} = \mathcal{E}_{ijk}. \quad (\text{П6.40})$$

Если базис декартовый, то $\sqrt{g} = 1$ и $\mathcal{E}_{ijk} = E_{ijk}$.

В общем случае, если некоторая матрица A_n^k является матрицей перехода от одной координатной системы к другой, то

$$E_{qmn} \det \|A\| = E_{ijk} A_q^i A_m^j A_n^k. \quad (\text{П6.41})$$

В качестве компонент матрицы A_n^k можно взять, согласно (П6.22), компоненты $X_n^k = \partial x^k / \partial a^n$. Тогда в соответствии с (П6.41)

$$E_{qmn} \det \left| \frac{\partial x^k}{\partial a^n} \right| = E_{qmn} \det |X_n^k| = E_{qmn} \sqrt{G} = E_{qmn} J = E_{ijk} \frac{\partial x^i}{\partial a^q} \frac{\partial x^j}{\partial a^m} \frac{\partial x^k}{\partial a^n}. \quad (\text{П6.42})$$

Здесь обозначено

$$\sqrt{G} = \det |X_n^k| = \sqrt{\det C_{ij}} = J. \quad (\text{П6.43})$$

П6.2.6 Изменение элементарного объема при деформировании

Сначала отметим, что, согласно (П6.13) и, соответственно, из (П6.14) и (П6.22):

$$d\vec{r}^{(0)} = \vec{e}_i da^i = \vec{e}_1 da^1 + \vec{e}_2 da^2 + \vec{e}_3 da^3, \quad (\text{П6.44})$$

$$d\vec{r} = \vec{E}_i da^i = \vec{E}_1 da^1 + \vec{E}_2 da^2 + \vec{E}_3 da^3, \quad (\text{П6.45})$$

т.е. отдельные векторы $\vec{e}_i da^i$ определяют длины сторон элементарного параллелепипеда до его деформирования, а $\vec{E}_i da^i$ – после его деформирования. Кроме того, для трех ортогональных векторов основного и совместного базиса:

$$\vec{e}_i \times \vec{e}_j = \vec{e}^k \sqrt{g}; \quad i \neq j \neq k \neq i = 1, 2, 3. \quad (\text{П6.46})$$

В соответствии с (П6.46) и соотношением $\vec{e}_i \cdot \vec{e}^j = \delta_i^j$ (см. Раздел П6.2.1) начальная величина элементарного объема (см. также (П6.11)):

$$(d\Omega)_0 = (\vec{e}_1 da^1) \cdot ((\vec{e}_2 da^2) \times (\vec{e}_3 da^3)) = \vec{e}_1 \cdot (\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) da^1 da^2 da^3 = \sqrt{g} da^1 da^2 da^3. \quad (\text{П6.47})$$

После деформирования элементарного объема, с учетом Раздела П6.2.4, формулы (П6.46) и $\vec{e}_i \cdot \vec{e}^j = \delta_i^j$:

$$\begin{aligned} d\Omega &= (\vec{E}_1 da^1) \cdot ((\vec{E}_2 da^2) \times (\vec{E}_3 da^3)) = \vec{E}_1 \cdot (\vec{E}_2 \times \vec{E}_3) da^1 da^2 da^3 = \\ &= X_1^m \vec{e}_m \cdot (X_2^n \vec{e}_n \times X_3^k \vec{e}_k) da^1 da^2 da^3 = X_1^m \vec{e}_m \cdot \left[(X_2^1 X_3^2 - X_2^2 X_3^1) (\vec{e}_1 \times \vec{e}_2) + \right. \\ &\quad \left. + (X_2^2 X_3^3 - X_2^3 X_3^2) (\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) + (X_2^3 X_3^1 - X_2^1 X_3^3) (\vec{e}_3 \times \vec{e}_1) \right] da^1 da^2 da^3 = \\ &= X_1^m \vec{e}_m \cdot \left[(X_2^1 X_3^2 - X_2^2 X_3^1) \sqrt{g} \vec{e}^3 + (X_2^2 X_3^3 - X_2^3 X_3^2) \sqrt{g} \vec{e}^1 + \right. \\ &\quad \left. + (X_2^3 X_3^1 - X_2^1 X_3^3) \sqrt{g} \vec{e}^2 \right] da^1 da^2 da^3 = \\ &= \left[X_1^3 \vec{e}_3 \cdot (X_2^1 X_3^2 - X_2^2 X_3^1) \vec{e}^3 + X_1^1 \vec{e}_1 \cdot (X_2^2 X_3^3 - X_2^3 X_3^2) \vec{e}^1 + \right. \\ &\quad \left. + X_1^2 \vec{e}_2 \cdot (X_2^3 X_3^1 - X_2^1 X_3^3) \vec{e}^2 \right] \sqrt{g} da^1 da^2 da^3 = \\ &= \left[X_1^3 (X_2^1 X_3^2 - X_2^2 X_3^1) + X_1^1 (X_2^2 X_3^3 - X_2^3 X_3^2) + \right. \\ &\quad \left. + X_1^2 (X_2^3 X_3^1 - X_2^1 X_3^3) \right] \sqrt{g} da^1 da^2 da^3 = \det |X_n^m| \sqrt{g} da^1 da^2 da^3. \quad (\text{П6.48}) \end{aligned}$$

Учтено, что выражение в квадратных скобках является выражением для детерминанта матрицы $[X]$, собранной из компонент тензора X_n^m .

Поэтому, с учетом (П6.43) и (П6.47)

$$d\Omega = \sqrt{G} \sqrt{g} da^1 da^2 da^3 = \sqrt{G} (d\Omega)_0 = J \cdot (d\Omega)_0. \quad (\text{П6.49})$$

Итак, величина $\sqrt{G} = J$ определяет масштаб в изменении элементарного объема.

П6.2.7 Следствие из закона сохранения массы тела

В соответствии с законом сохранения массы, масса m объема при его деформировании является неизменной, т.е. для любого объема

$$m = \int_{\Omega} \bar{\rho}(\vec{x}, t) d\Omega = \int_{\Omega_0} \bar{\rho}(\vec{a}, t_0) (d\Omega)_0 = m_0 = const, \quad (\text{П6.50})$$

где $\bar{\rho}$ – плотность материала. Обозначим $\bar{\rho}_0 = \bar{\rho}(\vec{a}, t_0)$, $\bar{\rho} = \bar{\rho}(\vec{x}, t)$. Поскольку в (П6.50) объем является произвольным, то и для элементарного объема:

$$dm = \bar{\rho} d\Omega = \bar{\rho}_0 (d\Omega)_0 = (dm)_0 = const. \quad (\text{П6.51})$$

Учитывая (П6.49), получим, что

$$\bar{\rho} \sqrt{G} = \bar{\rho} J = \bar{\rho}_0, \quad \text{или} \quad \bar{\rho}_0 / \bar{\rho} = \sqrt{G} = J. \quad (\text{П6.52})$$

Итак, величина $\sqrt{G} = J$ еще определяет пропорцию в изменении плотности материала при условии сохранения массы тела.

П6.2.8 Формула Нансона

Эта формула связывает площади и ориентации элементарных поверхностей: начальной $(dS)_0$ и деформированной dS (на рис.П6.2 поверхности ABC по левую сторону и по правую сторону соответственно).

Будем считать, что система координат с ортами \vec{e}_i ; $i = 1, 2, 3$ является декартовой.

Сначала рассмотрим элементарную площадку ABC с площадью $(dS)_0$ (см. рис.П6.2, по левую сторону). Рассмотрим два вектора, которые принадлежат этой площадке и выходят из одного угла, например, из A :

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= (d\vec{a})_{AB} = \vec{e}_1(da^1)_{AB} + \vec{e}_2(da^2)_{AB} + \vec{e}_3(da^3)_{AB} = \vec{e}_j(da^j)_{AB}; \\ \overline{AC} &= (d\vec{a})_{AC} = \vec{e}_1(da^1)_{AC} + \vec{e}_2(da^2)_{AC} + \vec{e}_3(da^3)_{AC} = \vec{e}_k(da^k)_{AC}; \quad j, k = 1, 2, 3.\end{aligned}\quad (\text{П6.53})$$

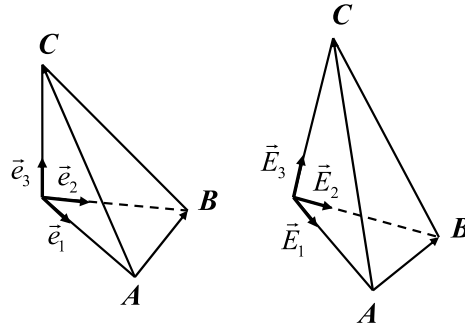


Рис.П6.2. К выводу формулы Нансона

Известно, что векторное произведение таких векторов определяет удвоенную площадь площадки ABC , а также направление нормали к ней:

$$(d\vec{a})_{AB} \times (d\vec{a})_{AC} = 2(\vec{v})_0(dS)_0. \quad (\text{П6.54})$$

Вектор $(\vec{v})_0$ внешней нормали к поверхности площадки ABC в точке A определим как

$$(\vec{v})_0 = \vec{e}^1(v_1)_0 + \vec{e}^2(v_2)_0 + \vec{e}^3(v_3)_0 = \vec{e}^n(v_n)_0; \quad n = 1, 2, 3. \quad (\text{П6.55})$$

Если (П6.55) скалярным образом умножить на \vec{e}_i , то, с учетом $\vec{e}_i \cdot \vec{e}^n = \vec{e}^n \cdot \vec{e}_i = \delta_i^n$, получим:

$$\vec{e}_i \cdot (\vec{v})_0 = \vec{e}_i \cdot \vec{e}^n (v_n)_0 = (v_i)_0. \quad (\text{П6.56})$$

Учитывая изложенное в Разделе П6.2.5 и (П6.53), запишем, что

$$\begin{aligned}\vec{e}_i \cdot ((d\vec{a})_{AB} \times (d\vec{a})_{AC}) &= \vec{e}_i \cdot \left((\vec{e}_1(da^1)_{AB} + \vec{e}_2(da^2)_{AB} + \vec{e}_3(da^3)_{AB}) \times \right. \\ &\left. \times (\vec{e}_1(da^1)_{AC} + \vec{e}_2(da^2)_{AC} + \vec{e}_3(da^3)_{AC}) \right) = \vec{e}_i \cdot (\vec{e}_j \times \vec{e}_k)(da^j)_{AB}(da^k)_{AC} = E_{ijk}(da^j)_{AB}(da^k)_{AC}.\end{aligned}\quad (\text{П6.57})$$

Итак, согласно (П6.54), (П6.56) и (П6.57):

$$E_{ijk}(da^j)_{AB}(da^k)_{AC} = \vec{e}_i \cdot 2(\vec{v})_0(dS)_0 = 2(v_i)_0(dS)_0 = 2(dS_i)_0 \quad (\text{П6.58})$$

или, с учетом (П6.40) при $E_{123} = E_{231} = E_{312} = 1$:

$$\begin{aligned}2(v_1)_0(dS)_0 &= (da^2)_{AB}(da^3)_{AC}; \quad 2(v_2)_0(dS)_0 = (da^3)_{AB}(da^1)_{AC}; \\ 2(v_3)_0(dS)_0 &= (da^1)_{AB}(da^2)_{AC}.\end{aligned}\quad (\text{П6.59})$$

Также рассмотрим сдеформированную элементарную площадку ABC (см. рис.П6.2, по правую сторону) с площадью dS . После деформирования векторы $(d\vec{a})_{AB}$ и $(d\vec{a})_{AC}$ превратятся на векторы $(d\vec{x})_{AB}$ и $(d\vec{x})_{AC}$. Можно записать аналогичные (П6.54) ... (П6.59) выражения, в частности, аналогично (П6.54), (П6.55), (П6.58) и (П6.59):

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = (d\vec{x})_{AB} \times (d\vec{x})_{AC} = 2\vec{v}dS; \quad (\text{П6.60})$$

$$\vec{v} = \vec{e}^1v_1 + \vec{e}^2v_2 + \vec{e}^3v_3 = \vec{e}^nv_n; \quad n = 1, 2, 3; \quad (\text{П6.61})$$

$$E_{ijk}(dx^j)_{AB}(dx^k)_{AC} = \vec{e}_i \cdot 2\vec{v}dS = 2v_idS = 2dS_i; \quad (\text{П6.62})$$

$$\begin{aligned}2v_1dS &= (dx^2)_{AB}(dx^3)_{AC}; \quad 2v_2dS = (dx^3)_{AB}(dx^1)_{AC}; \\ 2v_3dS &= (dx^1)_{AB}(dx^2)_{AC}.\end{aligned}\quad (\text{П6.63})$$

По определению, с учетом $\partial x^j / \partial a^n = X_n^j$:

$$(dx^j)_{AB} = \frac{\partial x^j}{\partial a^m}(da^m)_{AB} = X_m^j(da^m)_{AB}; \quad (dx^k)_{AC} = \frac{\partial x^k}{\partial a^n}(da^n)_{AC} = X_n^k(da^n)_{AC}, \quad (\text{П6.64})$$

поэтому из (П6.62)

$$2v_idS = 2dS_i = \vec{e}_i \cdot 2\vec{v}dS = E_{ijk}X_m^jX_n^k(da^m)_{AB}(da^n)_{AC}. \quad (\text{П6.65})$$

Умножим это выражение на $\partial x^i / \partial a^q = X_q^i$:

$$2X_q^i v_i dS = 2X_q^i dS_i = E_{ijk} X_q^i X_m^j X_n^k (da^m)_{AB} (da^n)_{AC}. \quad (\text{П6.66})$$

Из (П6.66) с учетом (П6.42), (П6.40) и (П6.58):

$$2X_q^i v_i dS = 2X_q^i dS_i = J \cdot E_{qmn} (da^m)_{AB} (da^n)_{AC} = 2J \cdot (dS_q)_0 = 2J \cdot (v_q)_0 (dS)_0. \quad (\text{П6.67})$$

Крайние выражения из (П6.67) создают формулу Нансона. А именно, после сокращения на двойку и очевидных замен индекса q на более привычный m :

$$X_m^i v_i dS = J \cdot (v_m)_0 (dS)_0; \quad i, m = 1, 2, 3. \quad (\text{П6.68})$$

Еще одна форма записи формулы Нансона – матричная. С использованием матрицы $[X]$, введенной в (П6.26), вместо (П6.68) имеем формулу Нансона в матричной форме:

$$[X]^T \{v\} dS = J \cdot \{(v)_0\} (dS)_0, \quad (\text{П6.69})$$

где обозначены векторы $\{v\} = \{v_1, v_2, v_3\}^T$ и $\{(v)_0\} = \{(v_1)_0, (v_2)_0, (v_3)_0\}^T$, которые определяют нормали к поверхностям dS и соответственно $(dS)_0$ относительно базиса \vec{e}^i .

П6.2.9 Соотношения между компонентами первого и второго тензоров напряжений Пиола-Кирхгофа с компонентами тензора Эйлера-Коши

Согласно формулам (П6.29), (П6.32) и (П6.35), на поверхностях dS и $(dS)_0$ тензоры $\vec{\sigma}$ и $(\vec{T})_0$ создают соответственно векторы внутренних усилий $d\vec{F} = \sigma^{mn} \vec{e}_n v_m dS$ и $(d\vec{F})_0 = (T^{mn})_0 \vec{e}_n (v_m)_0 (dS)_0$ с компонентами $dF^n = \sigma^{mn} v_m dS$ и $(dF^n)_0 = (T^{mn})_0 (v_m)_0 (dS)_0$.

Далее удобно использовать матричные обозначения. Введем матрицы с компонентами тензоров напряжений:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma^{11}; & \tau^{12}; & \tau^{13} \\ & \sigma^{22}; & \tau^{23} \\ \text{symm} & & \sigma^{33} \end{bmatrix}; \quad [T]_0 = \begin{bmatrix} (T^{11})_0; & (T^{12})_0; & (T^{13})_0 \\ (T^{21})_0; & (T^{22})_0; & (T^{23})_0 \\ (T^{31})_0; & (T^{32})_0; & (T^{33})_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{П6.70})$$

Тогда выражения для $d\vec{F}$ и $(d\vec{F})_0$ будут иметь вид:

$$\{dF\} = \{dF^1, dF^2, dF^3\}^T = [\sigma]^T \{v\} dS; \quad \{(dF)_0\} = \{(dF^1)_0, (dF^2)_0, (dF^3)_0\}^T = [T]_0^T \{(v)_0\} (dS)_0. \quad (\text{П6.71})$$

Поскольку ТН1ПК получено путем проектирования тензора Эйлера-Коши на исходную конфигурацию, то приравниваем компоненты этих векторов:

$$[\sigma]^T \{v\} dS = [T]_0^T \{(v)_0\} (dS)_0. \quad (\text{П6.72})$$

Исключим из (П6.72) $\{(v)_0\} (dS)_0$ с помощью формулы Нансона (П6.69):

$$J \cdot [\sigma]^T \{v\} dS = [T]_0^T [X]^T \{v\} dS. \quad (\text{П6.73})$$

Это равенство справедливо при любых $\{v\} dS$. Поэтому, после отбрасывания $\{v\} dS$ и транспонирования, получим соотношения между компонентами матриц $[\sigma]$ и $[T]_0$:

$$J \cdot [\sigma] = [X][T]_0 \quad \text{или} \quad [T]_0 = J \cdot [X]^{-1} [\sigma]. \quad (\text{П6.74-а})$$

В матричной форме соотношение (П6.38-а) $(T^{mi})_0 = (\sigma^{mn})_0 X_n^i$ между компонентами тензоров $(\vec{T})_0$ и $(\vec{\sigma})_0$ будет иметь вид:

$$[T]_0 = [\sigma]_0 [X]^T \quad \text{или} \quad [\sigma]_0 = [T]_0 [X]^{-T}, \quad (\text{П6.38-б})$$

где введена матрица ТН2ПК

$$[\sigma]_0 = \begin{bmatrix} (\sigma^{11})_0; & (\tau^{12})_0; & (\tau^{13})_0 \\ & (\sigma^{22})_0; & (\tau^{23})_0 \\ \text{symm} & & (\sigma^{33})_0 \end{bmatrix}. \quad (\text{П6.75})$$

Из (П6.74-а) и (П6.38-б) получим соотношение между матрицами $[\underline{\sigma}]_0$, $[\sigma]$ и $[T]_0$:

$$J \cdot [\sigma] = [X][\underline{\sigma}]_0[X]^T = [X][T]_0. \quad (\text{П6.76-а})$$

Поскольку матрица $[\sigma]$ симметрична, то конгруэнтная ей матрица $[\underline{\sigma}]_0$ тоже симметрична, т.е. ТН2ПК действительно является симметричным тензором.

В компонентной форме выражения (П6.76-а):

$$J \cdot \sigma^{mn} = X_j^n (\underline{\sigma}^{ij})_0 X_i^m = X_j^m (T^{jn})_0. \quad (\text{П6.76-б})$$

Еще один вариант записи первой части выражения (П6.76-а) – через векторы-столбцы $\{\sigma\}$ и $\{\underline{\sigma}\}_0$:

$$J\{\sigma\} = [V]\{\underline{\sigma}\}_0 \quad \text{или} \quad \{\underline{\sigma}\}_0 = J[V]^{-1}\{\sigma\}, \quad (\text{П6.77})$$

где матрица $[V]$ размером 6×6 состоит из комбинаций компонент матрицы $[C]$ (см. выражение (П6.27)).

П6.3 Принцип возможных перемещений в текущей конфигурации

П6.3.1 Законы движения и равновесия элементарного объема тела

Количество движения некоторого текущего (сдеформированного) объема Ω^* , каждая точка которого имеет скорость \vec{V} и плотность материала $\bar{\rho}$, определяется как

$$\mathfrak{S} = \int_{\Omega^*} \vec{V} \bar{\rho} d\Omega. \quad (\text{П6.78})$$

Уравнением количества движения (вторым законом Ньютона) называют уравнение

$$d\mathfrak{S} / dt = \vec{R}, \quad (\text{П6.79})$$

где результирующая всех сил, действующих на объем

$$\vec{R} = \int_{\Omega^*} \vec{O} d\Omega + \int_{S^*} \vec{P} dS, \quad (\text{П6.80})$$

$\vec{O} = O^j \vec{E}_j$ и $\vec{P} = P^j \vec{E}_j$ – соответственно плотность объемных (массовых) и поверхностных сил; а векторы \vec{E}_j , как и ранее, определяют сдеформированный базис.

С поверхностными силами связывают компоненты тензора напряжений, действующих в той же точке поверхности (естественные граничные условия):

$$\vec{P} = \vec{\sigma} \cdot \vec{\nu} \Big|_{S^*}, \quad (\text{П6.81})$$

где $\vec{\nu}$ – внешняя нормаль к точке поверхности тела. Отметим, что выражение $\vec{\sigma} \cdot \vec{\nu}$ означает свертку тензора с вектором, которая имеет результатом вектор.

Применим уравнение Остроградского-Гаусса, получим, что

$$\int_{S^*} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nu} dS = \int_{\Omega^*} \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} d\Omega, \quad (\text{П6.82})$$

где $\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} = \text{div}(\vec{\sigma})$ является дивергенцией тензора второго ранга $\vec{\sigma}$, причем вектор-оператор ковариантного дифференцирования $\vec{\nabla} = \vec{e}^i \nabla_i$.

Считаем, что все рассматриваемые физические величины в теле непрерывны, а также выполняется закон сохранения массы, т.е. $d(\bar{\rho} d\Omega) / dt = 0$. Тогда с использованием (П6.78) для левой части (П6.79) можно записать, что:

$$d\mathfrak{S} / dt = \int_{\Omega^*} \frac{d\vec{V}}{dt} \bar{\rho} d\Omega = \int_{\Omega^*} \vec{V} \bar{\rho} d\Omega = \int_{\Omega^*} \vec{U} \bar{\rho} d\Omega, \quad (\text{П6.83})$$

где $\vec{V} = d\vec{V} / dt = d^2 \vec{U} / dt^2 = \vec{U}$ – вектор ускорения. Теперь уравнение (П6.79):

$$\int_{\Omega^*} \bar{\rho} \vec{U} d\Omega = \int_{\Omega^*} \vec{O} d\Omega + \int_{\Omega^*} \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} d\Omega \quad (\text{П6.84})$$

или в „собранном” виде:

$$\int_{\Omega^*} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \vec{O} - \bar{\rho} \vec{\ddot{U}}) d\Omega = 0. \quad (\text{П6.85})$$

Поскольку выражение (П6.85) должно выполняться для любого объема $\Omega^* \in \Omega$, то выражение под интегралом должно равняться нулю (основная лемма физики сплошной среды), т.е. уравнение движения элементарного объема тела имеет вид:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \vec{O} = \bar{\rho} \vec{\ddot{U}}. \quad (\text{П6.86})$$

Если ускорение отсутствует или им можно пренебречь, то уравнение движения (П6.86) превращается в уравнение равновесия элементарного объема тела:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \vec{O} = 0. \quad (\text{П6.87})$$

П6.3.2 Принцип (начало) возможных перемещений (в текущей конфигурации)

Возьмем уравнение равновесия (П6.87) и скалярным образом умножим его на вектор вариации перемещений $\delta \vec{U}$:

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \vec{O}) \cdot \delta \vec{U} = 0. \quad (\text{П6.88})$$

После интегрирования во всем объеме тела:

$$\int_{\Omega} (\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} + \vec{O}) \cdot \delta \vec{U} d\Omega = 0. \quad (\text{П6.89})$$

Так как $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \delta \vec{U}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma}) \cdot \delta \vec{U} + \vec{\sigma} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{U})$, то

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma}) \cdot \delta \vec{U} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \delta \vec{U}) - \vec{\sigma} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{U}). \quad (\text{П6.90})$$

После подстановки (П6.90) в (П6.89) получаем выражение:

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \delta \vec{U}) d\Omega - \int_{\Omega} \vec{\sigma} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{U}) d\Omega + \int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta \vec{U} d\Omega = 0. \quad (\text{П6.91})$$

Согласно теореме Остроградского-Гаусса первый (объемный) интеграл из (П6.91) равняется (точное соотношение) интегралу по поверхности этого объема:

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \delta \vec{U}) d\Omega = \int_S (\vec{\sigma} \cdot \vec{\nu}) \cdot \delta \vec{U} dS. \quad (\text{П6.92-а})$$

Согласно естественным граничным условиям (П6.81), а именно $\vec{P} = \vec{\sigma} \cdot \vec{\nu}|_{S_p}$, на поверхности S_p задана силовая нагрузка \vec{P} . Другая часть поверхности тела $S \setminus S_p$ свободна от нагрузок, поэтому $\vec{\sigma} \cdot \vec{\nu}|_{S \setminus S_p} = 0$ и $\int_{S \setminus S_p} \vec{\sigma} \cdot \vec{\nu} \cdot \delta \vec{U} dS = 0$. Поэтому соотношение (П6.92-а) можно изменить на

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\sigma} \cdot \delta \vec{U}) d\Omega = \int_{S_p} \vec{P} \cdot \delta \vec{U} dS. \quad (\text{П6.92-б})$$

С использованием (П6.92-б) выражение (П6.91) запишется в виде:

$$\int_{S_p} \vec{P} \cdot \delta \vec{U} dS - \int_{\Omega} \vec{\sigma} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{U}) d\Omega + \int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta \vec{U} d\Omega = 0. \quad (\text{П6.93})$$

Поскольку тензор напряжений $\vec{\sigma}$ симметричен, то можем записать тождество:

$$\vec{\sigma} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{U}) = \vec{\sigma} \cdot 0.5(\vec{\nabla} \cdot \delta \vec{U} + \vec{\nabla} \cdot \delta \vec{U}) = \vec{\sigma} \cdot \delta [0.5(\vec{\nabla} \cdot \vec{U} + \vec{\nabla} \cdot \vec{U})] = \vec{\sigma} \cdot \delta \vec{\varepsilon}, \quad (\text{П6.94})$$

где введено обозначение (через компоненты):

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i). \quad (\text{П6.95})$$

Окончательно вместо (П6.93) имеем (с заменой знаков на противоположные):

$$\delta \Psi = \int_{\Omega} \vec{\sigma} \cdot \delta \vec{\varepsilon} d\Omega - \int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta \vec{U} d\Omega - \int_{S_p} \vec{P} \cdot \delta \vec{U} dS = 0. \quad (\text{П6.96})$$

Обозначим:

$$\delta \Pi = \int_{\Omega} \vec{\sigma} \cdot \delta \vec{\varepsilon} d\Omega; \quad \delta A = \int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta \vec{U} d\Omega + \int_{S_p} \vec{P} \cdot \delta \vec{U} dS. \quad (\text{П6.97})$$

Здесь $\delta \Pi$ – работа напряжений на вариациях деформаций; δA – работа массовых и поверхностных усилий на вариациях перемещений (но не вариации работ).

Тогда (П6.96) можно записать как

$$\delta \Psi = \delta(\Pi - A) = \delta \Pi - \delta A = 0 \quad \text{или} \quad \delta \Pi = \delta A. \quad (\text{П6.98})$$

Выражения (П6.96) и (П6.98) отображают вариационный принцип возможных перемещений (Ж.Л. Лагранж, 1736 ... 1813 гг). Выражение $\delta(\Pi - A)$ определяет *полную виртуальную энергию* тела ($\Psi = \Pi - A$ является *полной энергией* тела). Заметим, что предполагается неизменность напряжений и усилий, когда варьируются перемещения.

П6.4 Принцип возможных перемещений при TL-формулировке

Рассмотрим вопрос: как изменится выражение (П6.96) принципа возможных перемещений при перерасчете от текущей конфигурации к начальной, которая применяется в TL-формулировке (см. Раздел П6.1). Напомним, что начальную конфигурацию характеризуют три вектора основного базиса \vec{e}_i , координатные линии a^i , элемент площади $(dS)_0$, элемент объема $(d\Omega)_0$.

П6.4.1 Выражение для работы напряжений на вариациях перемещений в TL-формулировке принципа возможных перемещений

Рассмотрим первый интеграл из функционала (П6.96), приведем его к начальной конфигурации.

Сначала получим выражение для вариации деформации.

Используем симметричные матрицы $[\varepsilon]$ и $[g]$, созданные из компонент тензоров ε_{ij} и g_{ij} (метрического) соответственно – формулы (П6.24). Тогда уравнение (П6.29):

$$[\varepsilon] = 0.5 \left([X]^T [X] - [g] \right), \quad (\text{П6.99})$$

где матрица $[X]$ соответствует (П6.26).

Из этого выражения получим вариацию, учитывая, что $\delta[g] = 0$:

$$\delta[\varepsilon] = 0.5 \left((\delta[X]^T) [X] + [X]^T (\delta[X]) \right). \quad (\text{П6.100})$$

Из компонент $\nabla_i(\delta x^m) = \nabla_i(a^m + \delta U^m)$ создадим матрицу

$$\delta[U] = \begin{bmatrix} \nabla_1(\delta x^1); & \nabla_2(\delta x^1); & \nabla_3(\delta x^1) \\ \nabla_1(\delta x^2); & \nabla_2(\delta x^2); & \nabla_3(\delta x^2) \\ \nabla_1(\delta x^3); & \nabla_2(\delta x^3); & \nabla_3(\delta x^3) \end{bmatrix}. \quad (\text{П6.101})$$

Можно легко получить, что

$$\delta[X] = (\delta[U])[X]; \quad \delta[X]^T = [X]^T (\delta[U]^T). \quad (\text{П6.102})$$

Поэтому (П6.100) определится как

$$\begin{aligned} \delta[\varepsilon] &= 0.5 \left([X]^T (\delta[U]^T) [X] + [X]^T (\delta[U])[X] \right) = \\ &= [X]^T 0.5 \left((\delta[U]^T) + (\delta[U]) \right) [X] = [X]^T (\delta[\varepsilon]) [X], \end{aligned} \quad (\text{П6.103})$$

где обозначена матрица

$$\delta[\varepsilon] = 0.5 \left((\delta[U]^T) + (\delta[U]) \right), \quad (\text{П6.104})$$

содержащая вариации от компонент тензора (П6.95).

Теперь сначала запишем первый интеграл из функционала (П6.96) с применением (П6.76-а) и (П6.49) как $\int_{\Omega} [\sigma] \delta[\varepsilon] d\Omega = \int_{\Omega_0} \frac{1}{J} [X][\sigma]_0 [X]^T \delta[\varepsilon] J(d\Omega)_0$; потом, умножая подынтегральное выражение справа на выражение, которое ничто не изменяет, а именно на $[X][X]^{-1} = [I]$, и проводя замену $[X]^T (\delta[\varepsilon])[X] = \delta[\varepsilon]$ согласно (П6.103), получим, что:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [\sigma] \delta[\varepsilon] d\Omega &= \int_{\Omega_0} \frac{1}{J} [X][\sigma]_0 [X]^T \delta[\varepsilon] J(d\Omega)_0 = \int_{\Omega_0} [X][\sigma]_0 ([X]^T \delta[\varepsilon][X])[X]^{-1}(d\Omega)_0 = \\ &= \int_{\Omega_0} [X][\sigma]_0 \delta[\varepsilon][X]^{-1}(d\Omega)_0 = \int_{\Omega_0} [\sigma]_0 \delta[\varepsilon](d\Omega)_0. \end{aligned} \quad (\text{П6.105-а})$$

В компонентной форме:

$$\int_{\Omega} \sigma^{ij} \delta\varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega_0} (\sigma^{ij})_0 \delta\varepsilon_{ij} (d\Omega)_0. \quad (\text{П6.105-б})$$

Итак, получили запись первого интеграла из функционала (П6.96) в начальной конфигурации.

П6.4.2 Выражение для объемного интеграла в TL-формулировке принципа возможных перемещений

Получим выражение для второго интеграла из (П6.96), а именно для $\int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta\vec{U} d\Omega$, после преобразования в начальную конфигурацию. Компоненты δU^i вектора вариации перемещений $\delta\vec{U} = \delta U^i \vec{e}_i$ преобразовывать нет необходимости, поскольку они определяются относительно исходной (недеформированной) конфигурации. Вектор \vec{O} объемной нагрузки запишем в виде

$$\vec{O} = \bar{\rho} \vec{F}, \quad (\text{П6.106})$$

где $\bar{\rho}$ является удельной плотностью материала. Согласно следствию закона о сохранении массы тела (см. формулу (П6.50)) $\int_{\Omega} \bar{\rho} d\Omega = \int_{\Omega_0} (\bar{\rho})_0 (d\Omega)_0$. Поэтому

$$\int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta\vec{U} d\Omega = \int_{\Omega_0} (\bar{\rho})_0 \vec{F} \cdot (\delta U^i \vec{e}_i) (d\Omega)_0. \quad (\text{П6.107})$$

Осталось выразить вектор удельной массовой силы \vec{F} в начальной конфигурации. Возможны две ситуации:

- сила \vec{F} является „мертвой”, т.е. не изменяет своего положения и свою величину при наличии деформации в точке тела, поэтому $\vec{F} = (F^i)_0 \vec{e}_i$ и

$$\int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta\vec{U} d\Omega = \int_{\Omega_0} (\bar{\rho})_0 (F^i)_0 \vec{e}_i \cdot (\delta U^i \vec{e}_i) (d\Omega)_0; \quad (\text{П6.108-а})$$

- сила \vec{F} „следит” за деформацией точки тела (изменяет свое положение и свою величину при наличии деформации), поэтому $\vec{F} = F^j \vec{E}_j = F^j (\delta_j^i + \nabla_j U^i) \vec{e}_i = F^j X_j^i \vec{e}_i$ и

$$\int_{\Omega} \vec{O} \cdot \delta\vec{U} d\Omega = \int_{\Omega_0} (\bar{\rho})_0 F^j X_j^i \vec{e}_i \cdot (\delta U^i \vec{e}_i) (d\Omega)_0, \quad (\text{П6.108-б})$$

причем величина F^i может изменяться как функция \vec{x} . Кстати, плотность материала также может быть функцией координат.

Выражения (П6.108-а) и (П6.108-б) можно заменить одним, если ввести обозначения:

$$(\vec{F}^i)_0 = (F^i)_0 \quad \text{и} \quad (\vec{F}^i)_0 = F^j X_j^i \quad (\text{П6.109})$$

для формул (П6.108-а) и (П6.108-б) соответственно. Учтем, что $\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = g_{ij}$, поэтому выражение $\vec{F} \cdot (\delta U^i \vec{e}_i) = (\vec{F}^i)_0 \vec{e}_i \cdot (\delta U^i \vec{e}_i) = (\vec{F}^i)_0 \delta U^i g_{ii}$.

Обозначим $(Q^i)_0 = (\bar{F}^i)_0 g_{ii}$ (в ДСК все $g_{ii}=1$). Тогда выражение для второго интеграла из (П6.96) в начальной конфигурации запишется как

$$\int_{\Omega} \bar{O} \cdot \delta \bar{U} d\Omega = \int_{\Omega_0} (\bar{\rho})_0 (\bar{F}^i)_0 \delta U^i (d\Omega)_0 \quad \text{или} \quad \int_{\Omega} \bar{O} \cdot \delta \bar{U} d\Omega = \int_{\Omega_0} (Q^i)_0 \delta U^i (d\Omega)_0. \quad (\text{П6.110})$$

П6.4.3 Выражение для поверхностного интеграла в ТЛ-формулировке принципа возможных перемещений

Рассмотрим третий интеграл из (П6.96), а именно $\int_{S_p} \bar{P} \cdot \delta \bar{U} dS$. Результирующий вектор поверхностной нагрузки на элементарной площадке $\bar{P} dS$ запишем в виде $\bar{P} dS = q \bar{v} dS$, где $q = q(\bar{x}, t)$ – распределенная нагрузка в точке поверхности; $\bar{v} = v_i \bar{E}^i$ – вектор нормали к поверхности в той же точке. Учтено, что именно контравариантные векторы \bar{E}^i нормальны к сдеформированной поверхности, которую определяют два вектора \bar{E}_j и \bar{E}_k (здесь $i \neq j \neq k \neq i$; $i, j, k = 1, 2, 3$). Тогда

$$\int_{S_p} \bar{P} \cdot \delta \bar{U} dS = \int_{S_p} (q v_i \bar{E}^i) \cdot (\delta U^i \bar{e}_i) dS. \quad (\text{П6.111})$$

Компоненты δU^i вектора вариации перемещений $\delta \bar{U} = \delta U^i \bar{e}_i$ преобразовывать нет необходимости, поскольку они определяются относительно исходной (недеформированной) конфигурации. Представим оставшуюся часть подынтегрального выражения, т.е. $q v_i \bar{E}^i dS$, в виде

$$q v_i \bar{E}^i dS = (p^j)_0 \bar{E}_j (dS)_0, \quad (\text{П6.112})$$

где компоненты

$$(p^j)_0 = P^{ij} (v_i)_0 \quad (\text{П6.113})$$

являются приведенными компонентами вектора нагрузки к поверхности единичной площади *исходной* (недеформированной) конфигурации, которые еще необходимо найти.

Компоненты v_i в (П6.112) определены относительно \bar{E}_i , т.е.:

$$v_i = (\delta_i^j + \nabla_i U^j) v_j = X_i^j v_j; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (\text{П6.114})$$

где v_j являются компонентами вектора нормали к элементарной поверхности dS , определенные относительно \bar{e}_i , $i = 1, 2, 3$. Итак, вместо (П6.112) запишем:

$$q X_i^j v_j \bar{E}^i dS = (P^{ij})_0 (v_i)_0 \bar{E}_j (dS)_0. \quad (\text{П6.115})$$

В соответствии с формулой Нансона (П6.68) $X_i^j v_j dS = J \cdot (v_i)_0 (dS)_0$. Подставим это выражение в левую часть формулы (П6.115). После сокращения на $(dS)_0$ получим:

$$q J (v_i)_0 \bar{E}^i = (P^{ij})_0 (v_i)_0 \bar{E}_j. \quad (\text{П6.116})$$

С учетом (П6.113) это выражение примет вид

$$q J (v_i)_0 \bar{E}^i = (p^j)_0 \bar{E}_j. \quad (\text{П6.117})$$

Умножим (П6.117) скалярным образом на \bar{E}_k . Учитывая то, что $\bar{E}^i \cdot \bar{E}_k = \delta_k^i$; $(v_i)_0 \delta_k^i = (v_k)_0$; $\bar{E}_j \cdot \bar{E}_k = C_{jk}$, получим сначала, что

$$q J (v_k)_0 = (p^j)_0 G_{jk}, \quad (\text{П6.118})$$

а с учетом $C^{jk} = (C_{jk})^{-1}$ и $C^{jk} (v_k)_0 = C^{ji} (v_i)_0$:

$$(p^j)_0 = q J G^{ji} (v_i)_0. \quad (\text{П6.119})$$

Итак, вместо (П6.111), с учетом (П6.112) и (П6.119), имеем выражение

$$\begin{aligned} \int_{S_P} \bar{P} \cdot \delta \bar{U} dS &= \int_{(S_P)_0} q J C^{ji} (v_i)_0 \bar{E}_j \cdot (\delta U^i \bar{e}_i) (dS)_0 = \\ &= \int_{(S_P)_0} q J (C^{ji} (v_i)_0 X_j^m \bar{e}_m) \cdot (\delta U^m \bar{e}_m) (dS)_0 = \int_{(S_P)_0} q J C^{ji} (v_i)_0 X_j^m \delta U^m g_{mm} (dS)_0, \end{aligned} \quad (\text{П6.120-а})$$

вычисляемое в *исходной* (недеформированной) конфигурации. Обозначим:

$$(\underline{p}^m)_0 = q J C^{ji} (v_i)_0 X_j^m g_{mm}. \quad (\text{П6.121})$$

Тогда окончательно для (П6.96)

$$\int_{S_P} \bar{P} \cdot \delta \bar{U} dS = \int_{(S_P)_0} (\underline{p}^m)_0 \delta U^m (dS)_0. \quad (\text{П6.120-б})$$

П6.4.4 Выражение принципа возможных перемещений при TL-формулировке

Если выражения (П6.105-б), (П6.110) и (П6.120-б) подставить в принцип возможных перемещений (П6.96), то получим его выражение при TL-формулировке (в компонентной форме):

$$\delta \Psi = \int_{\Omega_0} (\underline{\sigma}^{ij})_0 \delta \varepsilon_{ij} (d\Omega)_0 - \int_{\Omega_0} (Q^i)_0 \delta U^i (d\Omega)_0 - \int_{(S_P)_0} (\underline{p}^m)_0 \delta U^m (dS)_0 = 0. \quad (\text{П6.122})$$

П6.5 Конечно-элементная аппроксимация краевых задач при TL-формулировке и метод решения системы алгебраических уравнений

П6.5.1 Конечно-элементная аппроксимация принципа возможных перемещений

Для создания системы алгебраических уравнений в NX Nastran применяется принцип возможных перемещений в TL-формулировке (П6.122).

Поскольку аппроксимация будет проводиться на конечно-элементной сетке, то вместо выражения (П6.122) запишем его сеточный аналог

$$\delta \Psi_h = \left(\int_{\Omega_0} (\underline{\sigma}^{ij})_0 \delta \varepsilon_{ij} (d\Omega)_0 - \int_{\Omega_0} (Q^i)_0 \delta U^i (d\Omega)_0 - \int_{(S_P)_0} (\underline{p}^m)_0 \delta U^m (dS)_0 \right)_h = 0. \quad (\text{П6.123})$$

Далее нижний индекс $_h$ опускаем с целью упрощения записей.

Этот функционал в объединении с кинематическими ГУ на поверхности S_U

$$U^m|_{S_U} = \bar{g}^m, \text{ т.е. } \delta U^m|_{S_U} = 0 \quad (\text{П6.124})$$

определяет бесчисленное множество возможных НДС. Действительное НДС – одно из виртуальных, но дополнительно удовлетворяет уравнениям связи между напряжениями и деформациями.

Есть несколько итерационных алгоритмов (методов) решения существенно нелинейных краевых задач, довольно хорошо изученных. При постановке краевой задачи в перемещениях с учетом неупругих деформаций, а также при учете геометрической нелинейности в NX Nastran применяется метод дополнительных нагрузок одновременно с методом Ньютона-Рафсона решения нелинейной САУ, порождаемой методом.

Весь процесс нагружения тела разбивается на этапы, на каждом из которых решается краевая задача. Результаты текущего этапа являются начальными условиями для следующего этапа. В частном случае рассматривается лишь один этап нагружения.

Для аппроксимации будущего решения применяется метод конечных элементов.

Введем векторы: $\{Q\}_0 = \{Q_1, Q_2, Q_3\}_0^T$ – объемных и $\{p\}_0 = \{p_1, p_2, p_3\}_0^T$ – приведенных поверхностных нагрузок. Функционал (П6.123) с учетом матричных обозначений, введенных ранее в Приложениях 5 и 6, будет иметь вид:

$$\delta \Psi = \int_{\Omega_0} \{\delta \varepsilon\}^T \{\underline{\sigma}\}_0 (d\Omega)_0 - \int_{\Omega_0} \{\delta U\}^T \{Q\}_0 (d\Omega)_0 - \int_{(S_P)_0} \{\delta U\}^T \{p\}_0 (dS)_0 = 0. \quad (\text{П6.125})$$

Определим, что $\{\delta \in\} = [\tilde{B}] \{\delta q\}_e$ (см. второе выражение в (П5.92)) и $\{\delta \in\}^T = ([\tilde{B}] \{\delta q\}_e)^T = \{\delta q\}_e^T [\tilde{B}]^T$; $\{\delta U\} = \delta([\phi] \{q\}_e) = [\phi] \{\delta q\}_e$ и $\{\delta U\}^T = \{\delta q\}_e^T [\phi]^T$. Функционал (П6.125) с учетом этих формул и возможности суперпозиции по КЭ работ внешних и внутренних сил, обусловленной тем, что КЭ не пересекаются, записывается как

$$\begin{aligned} \delta \Psi = & \sum_e \int_{(\Omega^e)_0} \{\delta q\}_e^T [\tilde{B}]^T \{\sigma\}_0 (d\Omega)_0 - \\ & - \sum_e \int_{(\Omega^e)_0} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{Q\}_0 (d\Omega)_0 - \sum_e \int_{(S^e)_0} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{p\}_0 (dS)_0 = 0, \end{aligned} \quad (\text{П6.126})$$

где знак \sum_e означает суммирование по всем КЭ, содержащим актуальную степень свободы конкретного узла.

Так как векторы $\{\delta q\}_e^T$ не зависят от параметров интегрирования, их можно вынести за границы интегралов (как обычные константы). Из (П6.126), сгруппировав интегралы, имеем:

$$\delta \Psi = \sum_e \{\delta q\}_e^T \left(\int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \{\sigma\}_0 (d\Omega)_0 - \int_{(\Omega^e)_0} [\phi]^T \{Q\}_0 (d\Omega)_0 - \int_{(S^e)_0} [\phi]^T \{p\}_0 (dS)_0 \right) = 0. \quad (\text{П6.127})$$

Поскольку величины $\{\delta q\}_e^T$ – произвольные, то из (П6.127)

$$\sum_e \left(\int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \{\sigma\}_0 (d\Omega)_0 - \int_{(\Omega^e)_0} [\phi]^T \{Q\}_0 (d\Omega)_0 - \int_{(S^e)_0} [\phi]^T \{p\}_0 (dS)_0 \right) = 0. \quad (\text{П6.128})$$

Обозначим:

$$\{P\}_0 = \sum_e (\{P\}_0)_e; \quad (\{P\}_0)_e = \int_{(\Omega^e)_0} [\phi]^T \{Q\}_0 (d\Omega)_0 + \int_{(S^e)_0} [\phi]^T \{p\}_0 (dS)_0. \quad (\text{П6.129-а})$$

Если на поверхности задано несколько (обозначим как $N_{\bar{P}}$) сосредоточенных сил \bar{P}_i ; $i = 1, \dots, N_{\bar{P}}$ с компонентами $(\bar{P}^m)_i$ в исходном базисе \bar{e}_m , то для КЭ с таким узлом $\int_{S^e} [\phi]^T \{p\} dS = \{\bar{P}\}$, поскольку в узлах матрица $[\phi]$ имеет все нулевые значения, кроме единицы в актуальном узле, а площадь вырождается в точку. Здесь введен вектор сосредоточенной силы $\{\bar{P}\} = \{\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3\}^T$. Поэтому выражение (П6.129-а) модифицируется:

$$\{P\}_0 = \sum_e (\{P\}_0)_e; \quad (\{P\}_0)_e = \int_{(\Omega^e)_0} [\phi]^T \{Q\}_0 (d\Omega)_0 + \int_{(S^e)_0} [\phi]^T \{p\}_0 (dS)_0 + \sum_{i=1}^{N_{\bar{P}}} \{\bar{P}\}_i. \quad (\text{П6.129-б})$$

Еще обозначим

$$\{R\}_0 = \sum_e (\{R\}_0)_e; \quad (\{R\}_0)_e = \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \{\sigma\}_0 (d\Omega)_0. \quad (\text{П6.130-а})$$

Выражение (П6.128), т.е. уравнение равновесия системы, примет вид

$$\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \{\sigma\}_0 (d\Omega)_0 = \{P\}_0 \quad \text{или} \quad \{R\}_0 = \{P\}_0. \quad (\text{П6.131-а})$$

П6.5.2 Алгоритм решения краевой задачи с учетом геометрической нелинейности на основе метода Ньютона-Рафсона

Для решения *нелинейных* САУ в NX Nastran используется метод Ньютона-Рафсона, обеспечивающий высокую скорость сходимости.

Согласно методу Ньютона-Рафсона решения нелинейных САУ считается, что

$$\{\psi\}^{(k+1)} \approx \{\psi\}^{(k)} + \left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right)^{(k)} \{dq\} \approx \{0\}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{dq\}, \quad (\text{П6.132})$$

где вектор погрешности (вектор невязки) $\{\psi\}$ определяется как разность между правой и левой частями САУ; k – номер итерации. Поэтому из выражений (Пб.131-а) вектор погрешностей

$$\{\psi\}^{(k)} = (\{P\}_0)^{(k)} - \left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right)^{(k)} \quad \text{или}$$

$$\{\psi\}^{(k)} = (\{P\}_0)^{(k)} - (\{R\}_0)^{(k)}; \quad k = 0, 1, \dots \quad (\text{Пб.133})$$

С учетом (Пб.133) выражение (Пб.132) запишем в виде итерационной (рекуррентной) последовательности СЛАУ

$$-\left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right)^{(k)} \{dq\} = (\{P\}_0)^{(k)} - (\{R\}_0)^{(k)}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{dq\}. \quad (\text{Пб.134})$$

Осталось определиться с матрицей $\left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right)^{(k)}$. В соответствии с первым выражением (Пб.133) для последовательности СЛАУ (Пб.134):

$$\left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right)^{(k)} \{dq\} = \left(\frac{\partial}{\partial \{q\}} \left(\{P\}_0 - \sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right) \right)^{(k)} \{dq\} = \left(\frac{\partial \{P\}_0}{\partial \{q\}} \right)^{(k)} \{dq\} -$$

$$-\left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} \frac{\partial [\tilde{B}]^T}{\partial \{q\}_e} \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right)^{(k)} \{dq\} - \left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \frac{\partial \{\varrho\}_0}{\partial \{q\}_e}(d\Omega)_0 \right)^{(k)} \{dq\}. \quad (\text{Пб.135})$$

Отдельно рассмотрим каждое выражение из правой части (Пб.135).

Несмотря на значительные перемещения и повороты, будем считать, что деформации являются относительно небольшими (до 2%). Примем, что

$$\left(\frac{\partial \{P\}_0}{\partial \{q\}} \right)^{(k)} \{dq\} \approx \{0\}. \quad (\text{Пб.136})$$

Поскольку $[\tilde{B}] = [B] + [\bar{B}]$, а $\partial[B]/\partial\{q\}_e = [0]$, то, с учетом (П5.83) и (П5.76) ... (П5.80), первый интеграл из правой части (Пб.135):

$$\left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} \frac{\partial [\tilde{B}]^T}{\partial \{q\}_e} \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right)^{(k)} = \left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} \frac{\partial [\bar{B}]^T}{\partial \{q\}_e} \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right)^{(k)} =$$

$$= \left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} \frac{\partial ([A][W])^T}{\partial \{q\}_e} \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right)^{(k)} = \left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [W]^T \frac{\partial [A]^T}{\partial \{q\}_e} \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right)^{(k)} =$$

$$= \left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [W]^T [\varrho]_0 [W](d\Omega)_0 \right)^{(k)}, \quad (\text{Пб.137})$$

где учтена симметрия матрицы $[\varrho]_0$ из компонент вектора $\{\varrho\}_0$; что $([A][W])^T = [W]^T [A]^T$, $\partial[W]^T/\partial\{q\}_e = [0]$, а также, что матрица $\partial[A]^T/\partial\{q\}_e = [W]$.

Введем глобальную симметричную матрицу:

$$[K_\sigma]_0 = \sum_e ([K_\sigma]_0)_e, \quad \text{где } ([K_\sigma]_0)_e = \int_{(\Omega^e)_0} [G]^T [\tilde{S}] [G](d\Omega)_0. \quad (\text{Пб.138})$$

Тогда окончательно из первого интеграла из правой части (Пб.135) имеем

$$\left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} \frac{\partial [\tilde{B}]^T}{\partial \{q\}_e} \{\varrho\}_0(d\Omega)_0 \right)^{(k)} = \sum_e (([K_\sigma]_0)_e)^{(k)} = ([K_\sigma]_0)^{(k)}. \quad (\text{Пб.139})$$

Рассмотрим последнее выражение из правой части (П6.135). Определим, что

$$\frac{\partial \{\underline{\sigma}\}_0}{\partial \{q\}_e} = \frac{\partial \{\underline{\sigma}\}_0}{\partial \{\epsilon\}} \frac{\partial \{\epsilon\}}{\partial \{q\}_e} = [\tilde{D}] \frac{\partial \{\epsilon\}}{\partial \{q\}_e}. \quad (\text{П6.140})$$

Согласно (П5.92)

$$\frac{\partial \{\epsilon\}}{\partial \{q\}_e} = [\tilde{B}]. \quad (\text{П6.141})$$

Поэтому:

$$\left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T \frac{\partial \{\underline{\sigma}\}_0}{\partial \{q\}_e} (d\Omega)_0 \right)^{(k)} \{dq\} = \left(\sum_e \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T [\tilde{D}] [\tilde{B}] (d\Omega)_0 \right)^{(k)} \{dq\}. \quad (\text{П6.142})$$

Итак, осталось определиться с выражением для матрицы

$$[\tilde{D}] = \frac{\partial \{\underline{\sigma}\}_0}{\partial \{\epsilon\}}. \quad (\text{П6.143-а})$$

Вариантов таких выражений столько, сколько моделей материалов, т.е. много. Поэтому здесь выражения для матрицы $[\tilde{D}]$ не рассматриваем.

Обозначим:

$$([\tilde{K}]_0)_e = \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T [\tilde{D}] [\tilde{B}] (d\Omega)_0; \quad [\tilde{K}]_0 = \sum_e ([\tilde{K}]_0)_e. \quad (\text{П6.144})$$

Левая часть первого выражения из (П6.134) получит вид:

$$-\left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}} \right)^{(k)} \{dq\} = ([K_\sigma]_0 + [\tilde{K}]_0)^{(k)} \{dq\} = ([\underline{K}]_0)^{(k)} \{dq\}, \quad (\text{П6.145})$$

где введена матрица

$$[\underline{K}]_0 = [K_\sigma]_0 + [\tilde{K}]_0. \quad (\text{П6.146})$$

Теперь окончательно выражения (П6.134), т.е. уравнения метода Ньютона-Рафсона, получат вид:

$$([\underline{K}]_0)^{(k)} \{dq\} \approx (\{P\}_0)^{(k)} - (\{R\}_0)^{(k)}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{dq\}. \quad (\text{П6.147-а})$$

Первое выражение (П6.147-а) является линейной системой алгебраических уравнений для нахождения вектора-решения $\{dq\}$ на $(k+1)$ -й итерации согласно методу Ньютона-Рафсона. Она собрана на основе решения, полученного на предыдущей k -ой итерации: и матрица $[\underline{K}]_0$ СЛАУ, и вектор правой части СЛАУ.

На нулевой итерации, когда в теле еще нет напряжений и деформаций, компоненты выражения (П6.147-а) $(\{R\}_0)^{(0)} = \{0\}$; $[K_\sigma]_0 = [0]$, а

$$[\tilde{K}]_0 = [K]_0, \quad \text{где} \quad [K]_0 = \sum_e [K_0]_e; \quad [K_0]_e = \int_{(\Omega^e)_0} [B]^T [D] [B] (d\Omega)_0, \quad (\text{П6.148})$$

поэтому на нулевой итерации (П6.147-а) вырождается в

$$[K]_0 \{dq\} \approx (\{P\}_0)^{(0)}; \quad \{q\}^{(1)} = \{q\}^{(0)} + \{dq\}. \quad (\text{П6.149-а})$$

Реально рассматриваются не бесконечные малые приращения, а конечные. Поэтому в (П6.147-а) и (П6.149-а) вместо знака дифференциала d используют знак приращения Δ :

$$([\underline{K}]_0)^{(k)} \{\Delta q\} \approx (\{P\}_0)^{(k)} - (\{R\}_0)^{(k)}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{\Delta q\}; \quad (\text{П6.147-б})$$

$$[K]_0 \{\Delta q\} \approx (\{P\}_0)^{(0)}; \quad \{q\}^{(1)} = \{q\}^{(0)} + \{\Delta q\}. \quad (\text{П6.149-б})$$

Для алгоритма Ньютона-Рафсона доказаны теоремы существования и единственности решения. Алгоритм имеет большую скорость сходимости. Его основной недостаток – новые матрицы на каждой итерации.

Матрицу $[K_\sigma]$ называют матрицей *геометрической жесткости* (geometric stiffness matrix) или матрицей *начальных напряжений*.

П6.5.3 Алгоритм метода BFGS решения САУ для краевой задачи с учетом геометрической нелинейности

Метод BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno), применяемый в NX Nastran 7.1, является одним из так называемых квази-Ньютоновских методов, или методов восстановления, линейного поиска (line search), α – ускорения. Отличие этих методов от метода Ньютона-Рафсона (см. Раздел П6.5.2) состоит в том, что другим способом обновляется матрица жесткости для $(k + 1)$ -й итерации.

Метод BFGS имеет три этапа (принято, что $[\underline{K}]_0^{(1)} = [\underline{K}]_0$):

Этап 1: находятся векторы:

$$\{\psi\}_0^{(k)} = \{P\}_0^{(k)} - \{R\}_0^{(k)}; \quad k = 1, \dots; \quad (\text{П6.150})$$

$$\{\Delta q\} = ([\underline{K}]_0^{(k)})^{-1} \{\psi\}_0^{(k)}; \quad k = 1, \dots \quad (\text{П6.151})$$

Последний вектор определяет „направление” фактического приращения узловых перемещений.

Этап 2: вычисляется новый вектор узловых перемещений

$$\{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \alpha \cdot \{\Delta q\} \quad (\text{П6.152})$$

и соответствующий ему вектор $\{\psi\}_0^{(k+1)} = \{P\}_0^{(k+1)} - \{R\}_0^{(k+1)}$. В (П6.151) α – скалярный множитель, который обычно выбирается из диапазона $[0.05, 1]$ таким, чтобы при назначенном допуске сходимости ε удовлетворялось условие

$$\{\Delta q\}^T \cdot \{\psi\}_0^{(k+1)} \leq \varepsilon \{\Delta q\}^T \cdot \{\psi\}_0^{(k)}. \quad (\text{П6.153})$$

Когда α выбрано и вычислено $\{q\}^{(k+1)}$, формируются векторы

$$\{\delta\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k+1)} - \{q\}^{(k)} = \alpha \cdot \{\Delta q\}; \quad (\text{П6.154})$$

$$\{\gamma\}^{(k+1)} = \{\psi\}_0^{(k)} - \{\psi\}_0^{(k+1)}. \quad (\text{П6.155})$$

Этап 3: обновляется матрица жесткости:

$$([\underline{K}]_0^{(k+1)})^{-1} = ([A]^{(k+1)})^T ([\underline{K}]_0^{(k)})^{-1} [A]^{(k+1)}, \quad (\text{П6.156})$$

где применяется матрица $[A]^{(k)}$ той же размерности, что и $[\underline{K}]_0$, с компонентами

$$[A]^{(k)} = [I] + \{v\}^{(k)} (\{w\}^{(k)})^T. \quad (\text{П6.157})$$

Обновленная матрица $[\underline{K}]_0^{(k+1)}$ должна удовлетворять уравнению

$$[\underline{K}]_0^{(k+1)} \{\delta\}^{(k+1)} = \{\gamma\}^{(k+1)}. \quad (\text{П6.158})$$

Векторы $\{v\}$ и $\{w\}$ для (П6.157) вычисляются согласно формулам

$$\{v\}^{(k+1)} = - \sqrt{\frac{(\{\delta\}^{(k+1)})^T \{\gamma\}^{(k+1)}}{(\{\delta\}^{(k+1)})^T + [\underline{K}]_0^{(k)} \{\delta\}^{(k+1)}}} [\underline{K}]_0^{(k)} \{\delta\}^{(k+1)} - \{\gamma\}^{(k+1)}; \quad (\text{П6.159})$$

$$\{w\}^{(k+1)} = \frac{\{\delta\}^{(k+1)}}{\{\delta\}^{(k+1)} \{\gamma\}^{(k+1)}}. \quad (\text{П6.160})$$

Вектор $[\underline{K}]_0^{(k)} \{\delta\}^{(k+1)}$ в (П6.159) фактически равен $\alpha \cdot \{\psi\}_0^{(k)}$, легко вычисляется.

Матрица $([\underline{K}]_0^{(k+1)})^{-1}$, вычисленная согласно (П6.156), является симметричной и положительно определенной. Поэтому число обусловленности $\nu_{[\underline{K}]_0^{(k+1)}}$ матрицы $([\underline{K}]_0^{(k+1)})^{-1}$ может быть вычислено как

$$\nu_{[\underline{K}]_0^{(k+1)}} = - \sqrt{\frac{(\{\delta\}^{(k+1)})^T \{\gamma\}^{(k+1)}}{(\{\delta\}^{(k+1)})^T + [\underline{K}]_0^{(k)} \{\delta\}^{(k+1)}}}. \quad (\text{П6.161})$$

Если это число превысит некоторое заданное значение, то это также можно считать признаком неудачного выбора параметра α .

Если все преобразования САУ свести в единую цепь, то выражение (П6.151) может быть записано как

$$\{\Delta q\} = ([I] + \{w\}^{(k)} (\{v\}^{(k)})^T \dots ([I] + \{w\}^{(2)} (\{v\}^{(2)})^T ([K]_0)^{-1} [A]^{(2)} \dots [A]^{(k)} \{\psi\}_0^{(k)}). \quad (\text{П6.162})$$

Эта формула показывает, что решение можно найти, не проводя обновление матрицы жесткости и не проводя ее новых обращений. Кроме того, метод может уменьшать количество итераций, необходимых для получения сходимости решения с заданной точностью.

П6.6 Основные положения UL-формулировки алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач

Согласно таблице П6.1, при UL-формулировке в общем случае геометрической нелинейности (большие параллельные перемещения, большие вращения и большие деформации) используются напряжения Эйлера-Коши и логарифмические деформации Генки.

Итак, нужно рассмотреть вопрос о логарифмических деформациях Генки, а также об определяющих уравнениях, которые будут использоваться при формулировании постановок краевых задач, для получения системы алгебраических уравнений.

П6.6.1 Разложение матрицы градиента деформации Грина на матрицы растяжения и вращения (теорема про полярную декомпозицию)

Покажем, что (несимметричную) матрицу $[X]$ (П6.26) всегда можно представить как

$$[X] = [R][U]_R, \quad (\text{П6.163})$$

где $[R]$ – матрица вращения (ортогональная), а $[U]_R$ – правая матрица чистой деформации (симметричная). Об этом утверждает теорема про полярную декомпозицию.

Рассмотрим не вырожденную положительно определенную матрицу

$$[C] = [X]^T [X]. \quad (\text{П6.164})$$

Если $[R]$ является матрицей вращения, то $[R]^T [R] = [I]$, где $[I]$ – единичная матрица. Поэтому, с применением (П6.163):

$$[C] = ([R][U]_R)^T [R][U]_R = [U]_R^T ([R]^T [R]) [U]_R = [U]_R^T [I] [U]_R = [U]_R^T [U]_R = [U]_R^2. \quad (\text{П6.165})$$

Учтено, что матрица $[U]_R$ должна быть симметричной, тогда $[U]_R^T [U]_R = [U]_R^2$.

Итак, поскольку в общем случае $[U]_R \neq [X]$, то

$$[U]_R = [C]^{1/2} = ([X]^T [X])^{1/2}. \quad (\text{П6.166})$$

Но легко вычислить $[U]_R$ из (П6.166) удастся лишь тогда, когда $[X]^T [X]$ является диагональной матрицей. В противном случае для получения компонент $[U]_R$ рассмотрим стандартную симметричную проблему собственных значений для симметричной матрицы $[C]$:

$$[C]\{w\} = \lambda\{w\}. \quad (\text{П6.167})$$

Из полученных собственных значений $\lambda_i > 0$; $i = 1, 2, 3$ сложим диагональную матрицу $[\lambda_C]$, а из собственных векторов (столбцов) $\{w\}$ – матрицу собственных векторов $[W]_R$.

Матрице $[U]_R$ соответствует тензор \vec{U}_R . Поскольку есть прямая связь между $[C]$ и $[U]_R$, а именно $[C] = [U]_R^2$, то любой главный базис тензора \vec{C} будет одновременно главным базисом тензора \vec{U}_R , который порождает матрицу $[U]_R$ (и наоборот). Поскольку матрица $[C]$ не вырождена, а также положительно определена, то ее собственные значения являются положительными, которые вместе с тем являются квадратами собственных значений матрицы $[U]_R$. Поэтому из величин $\sqrt{\lambda_i} \geq 0$ можно собрать новую диагональную матрицу, обозначим ее как $[\underline{U}]$:

$$[\underline{U}] = [\lambda_C]^{1/2}. \quad (\text{П6.168})$$

Тогда с применением матрицы $[\underline{U}]$ и матрицы собственных векторов $[W]_R$ можно получить матрицу, которая и будет искомой матрицей $[U]_R$:

$$[U]_R = [W]_R [\underline{U}] [W]_R^T. \quad (\text{П6.169})$$

Матрицу вращения $[R]$ можно получить из выражения (П6.163):

$$[R] = [X][U]_R^{-1}. \quad (\text{П6.170})$$

Свойство $[R]^T [R] = [I]$, обязательное для матрицы вращения, было заложено при получении матрицы $[U]_R$. Чтобы матрица $[R]$ была матрицей вращения, ей еще нужно иметь $\det[R] = 1$. Это действительно так, поскольку:

$$\det[R] = \det[X] \cdot \det[U]_R^{-1} = J / \det[U]_R = J / \det[\underline{U}] = J / \det[\lambda_C]^{1/2} = J / J = 1.$$

Симметричная проблема собственных значений для не вырожденной, положительно определенной матрицы имеет лишь один вариант решения. Поэтому и полярная декомпозиция (П6.163) тоже имеет лишь один вариант.

Кроме *правой* матрицы чистой деформации $[U]_R$ еще рассматривают *левую* матрицу чистой деформации $[U]_L$, а именно, вместо (П6.163) – формулу

$$[X] = [U]_L [R]. \quad (\text{П6.171})$$

Действия – аналогичны. С использованием (П6.163) $[X] = [R][U]_R = [U]_L [R]$, поэтому

$$[U]_L = [R][U]_R [R]^T; \quad [U]_L = [W]_L [\underline{U}] [W]_L^T; \quad [W]_L = [R][W]_R; \quad [W]_R = [R]^T [W]_L. \quad (\text{П6.172})$$

Примечание П6.4. Согласно (П6.163) деформирование рассматривается как процесс, в котором последовательно реализуются: сначала чистая деформация элементарного объема, потом – его жесткое вращение. В случае использования декомпозиции (П6.171) процесс рассматривается строго наоборот: сначала – жесткое вращение, потом – чистая деформация.

В обоих случаях матрицы $[U]_R$ и $[U]_L$ с чистой деформацией элементарного объема вычисляются через матрицу $[\underline{U}]$, которая фактически содержит чистую деформацию *в направлении главных осей* деформации, т.е. матрица $[\underline{U}]$ не содержит угловых деформаций (является диагональной). Это позволяет интерпретировать диагональные компоненты матрицы $[\underline{U}]$ как представителей главных деформаций тензоров деформаций и определить, в частности, тензор деформаций Грина-Лагранжа как (матричное обозначение, нормированная ортогональная система координат)

$$[\epsilon] = [W]_R (0.5([\underline{U}]^2 - [I])) [W]_R^T. \quad (\text{П6.173})$$

П6.6.2 Логарифмические деформации Генки (Hencky)

Если считать, что направление деформации волокна материала с исходной длиной L_0 при деформировании не изменяется, то текущую продольную деформацию волокна можно определить как

$$\epsilon_H = \int_{L_0}^L \frac{dx}{x} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln\left(\frac{L_0 + \Delta L}{L_0}\right) = \ln(1 + \epsilon), \quad \text{где } \epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}. \quad (\text{П6.174})$$

Это и есть логарифмическая деформация Генки для волокна материала.

Если использовать матрицы собственных векторов $[W]_R$, то тензор деформации Генки можно определить как (матричное обозначение)

$$[\epsilon]_H = [W]_R [\Lambda] [W]_R^T, \quad (\text{П6.175})$$

где диагональная матрица $[\Lambda]$ содержит компоненты

$$\Lambda_{ii} = \ln(1 + \epsilon_i) = \ln \sqrt{\lambda_i}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (\text{П6.176})$$

причем $\lambda_i > 0$ – собственные значения матрицы $[C]$, определяемые из системы (П6.167).

Примечание П6.5. Поскольку в определении тензоров деформаций Грина-Лагранжа (П6.173) и Генки (П6.175) отсутствует матрица вращения $[R]$ (есть только главные деформации и матрицы собственных векторов), то это означает, что эти оба тензора не зависят от жесткого вращения элементарного объема тела.

Примечание П6.6. Из примечания П6.5 следует, что компоненты тензора *малых* деформаций (П5.8) генерируют паразитные (на самом деле отсутствующие) деформации при жестком вращении и смещении элементарного объема тела. Именно поэтому формулами (П5.8) нельзя пользоваться при наличии жесткого вращения элементарного объема тела.

Логарифмические деформации Генки при **UL**-формулировке применяются лишь для вычисления компонент матрицы, аналогичной по смыслу $[\tilde{D}]$ (см. формулу (П6.143-а)) при наличии необратимых деформаций, больших, чем 2 процента. При этом удается избавиться от сложения деформаций (упругих, пластичных, температурных) и перейти к сложению перемещений, что не вносит никаких погрешностей. Для этого используются разложения и подходы, первоначально разработанные для гиперупругих материалов. Изложения этих формулировок тут не приводим. В сжатом виде информацию можно получить в разделе 6.6.4 книги [69].

П6.6.3 Сходства и особенности **UL**- и **TL**-формулировок алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач

Как было указано в Разделе П6.1, **UL**-формулировка отличается от **TL**-формулировки тем, какая геометрия выбирается опорной: для **UL** – *начальная*, для **UL** – *созданная предыдущим этапом нагружения*. Поэтому существенных изменений при получении системы алгебраических уравнений не будет.

Вводится внутреннее время, весь этап нагружения автоматически делится на несколько (например, на 10) промежуточных этапов – слоев. Верхним индексом n будем обозначать такой временной слой. Нижний индекс, как и ранее, определяет начальную конфигурацию.

Поскольку деформации всегда вычисляются относительно начального состояния, то начнем почти с конца: с уравнения (П6.131-а) с учетом (П6.129-а).

Будем считать, что есть решение на n -м временном слое, рассматривается следующий, $(n+1)$ -й. Изменится опорная геометрия: вместо $(\Omega^e)_0$ и $(S_p^e)_0$ будут $(\Omega^e)_0^n$ и $(S_p^e)_0^n$. Напряжения $\{\underline{\sigma}\}_0$, объемные $\{Q\}_0$ и поверхностные $\{p\}_0$ силы на опорной геометрии n -го временного слоя обозначим как $\{\underline{\sigma}\}_0^n$, $\{Q\}_0^n$ и $\{p\}_0^n$ соответственно.

Уравнения (П6.129-б) и (П6.131-а) изменяются на:

$$\{P\}_0^n = \sum_e (\{P\}_0^n)_e; \quad (\{P\}_0^n)_e = \int_{(\Omega^e)_0^n} [\phi]^T \{O\}_0^n (d\Omega)_0^n + \int_{(S_p^e)_0^n} [\phi]^T \{p\}_0^n (dS)_0^n + \sum_{i=1}^{N_p} \{\bar{P}\}_i^n; \quad (\text{П6.129-в})$$

$$\sum_e \int_{(\Omega^e)_0^n} [\tilde{B}]^T \{\underline{\sigma}\}_0^n (d\Omega)_0^n \approx \{P\}_0^n \quad \text{или} \quad \{R\}_0^n = \{P\}_0^n. \quad (\text{П6.131-б})$$

Вместо (П6.143-а) и (П6.130-а) будем иметь соответственно

$$[\tilde{D}] = \frac{\partial \{\underline{\sigma}\}_0^n}{\partial \{\varepsilon\}}; \quad (\text{П6.143-б})$$

$$\{R\}_0^n = \sum_e (\{R\}_0^n)_e, \quad \text{где} \quad (\{R\}_0^n)_e = \int_{(\Omega^e)_0^n} [\tilde{B}]^T \{\underline{\sigma}\}_0^n (d\Omega)_0^n. \quad (\text{П6.130-б})$$

Как и ранее отметим, что вариантов выражений (П6.143-б) столько, сколько моделей материалов, т.е. много. Поэтому здесь выражения для матрицы $[\tilde{D}]$ не рассматриваем.

Вместо (П6.147-б) получим такую систему уравнений:

$$\left([\underline{K}]_0^n\right)^{(k)} \{\Delta q\} \approx (\{P\}_0^n)^{(k)} - (\{R\}_0^n)^{(k)}; \quad \{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{\Delta q\}; \quad (\text{П6.147-в})$$

Кроме того $(\{\underline{\sigma}\}_0^n)^{(0)} = \{\sigma\}_0^n$, т.е. являются напряжениями Эйлера-Коши с компонентами σ^{ij} , достигнутыми на конец предыдущего ($n - \text{го}$) этапа нагружения. Стартовое уравнение (П6.149-б) остается неизменным (только при $n = 0$), т.е. старт обоих алгоритмов является одинаковым: упругим и по уравнениям бесконечно малых деформаций.

П6.6.4 Алгоритмы методов ограничения нагрузок/перемещений при решении краевой задачи с учетом геометрической нелинейности. Сферический критерий длины дуги (М.А. Crisfield)

В нелинейном анализе довольно часто нужно в автоматическом режиме уменьшать заданную нагрузку, чтобы не потерять точность решения, не пропустить существенную нелинейность процесса деформирования, например, при нелинейно-упругой или неупругой потере устойчивости, при старте трещины, при контактировании и т.п. После прохождения такого участка требуется снова в автоматическом режиме увеличить нагрузку до максимальной, т.е. реализовать посткризисное состояние.

Для регулирования нагрузок обычно вводится скалярный множитель $\lambda \in [-1, 1]$ при векторе нагрузок $\{P\}_0$ (E. Riks), т.е. применяется нагрузка $\lambda \{P\}_0$. Тогда условие равновесия (П6.131-б) заменяется на

$$(\{R\}_0^n)^{(k)} = \lambda (\{P\}_0^n)^{(k)}. \quad (\text{П6.177})$$

Поскольку алгоритмы ограничения нагрузок/перемещений обычно применяют одновременно с методом Ньютона-Рафсона, то, как и в Разделе П6.5.2 данного Приложения, введем вектор погрешности приближения уравнения равновесия (П6.177) в виде

$$\{\psi\}^{(k)} = \lambda^{(k)} (\{P\}_0^n)^{(k)} - (\{R\}_0^n)^{(k)}; \quad k = 0, 1, \dots, \quad (\text{П6.178})$$

где согласно (П6.130-б) $(\{R\}_0^n)^{(k)} = \int_{(\Omega^e)_0} [\tilde{B}]^T (\{\underline{\sigma}\}_0^n)^{(k)} (d\Omega)_0$ зависит от $\{q\}^{(k)}$, поскольку напряжения $(\{\underline{\sigma}\}_0^n)^{(k)}$ прямо зависят от $\{q\}^{(k)}$. Т.е. $\{\psi\}^{(k)} = \{\psi\}^{(k)}(\{q\}, \lambda)$.

Согласно методу Ньютона-Рафсона рассмотрим первые члены разложения $\{\psi\}^{(k+1)}$ в ряд, приравняем разложение нулю:

$$\{\psi\}^{(k+1)} \approx \{\psi\}^{(k)} + \left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}}\right)^{(k)} \{dq\} + \left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \lambda}\right)^{(k)} d\lambda = 0. \quad (\text{П6.179})$$

Аналогично (П6.145) запишем, что $\left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \{q\}}\right)^{(k)} \{dq\} \approx -([\underline{K}]_0^n)^{(k)} \{dq\}$, а из (П6.178) имеем

$$\left(\frac{\partial \{\psi\}}{\partial \lambda}\right)^{(k)} d\lambda = (\{P\}_0^n)^{(k)} d\lambda. \text{ С учетом (П6.178) выражение (П6.179) примет вид}$$

$$([\underline{K}]_0^n)^{(k)} \{dq\} = \{\psi\}^{(k)} + (\{P\}_0^n)^{(k)} d\lambda = (\lambda^{(k)} + d\lambda)(\{P\}_0^n)^{(k)} - (\{R\}_0^n)^{(k)}. \quad (\text{П6.180})$$

Представим $\{dq\}$ в виде

$$\{dq\} = \{d\bar{q}\} + \{d\bar{\bar{q}}\} d\lambda, \quad (\text{П6.181})$$

где составляющие векторов $\{d\bar{q}\}$ и $\{d\bar{\bar{q}}\}$ соответствуют уравнениям

$$([\underline{K}]_0^n)^{(k)} \{d\bar{q}\} = \{\psi\}^{(k)} = \lambda^{(k)} (\{P\}_0^n)^{(k)} - (\{R\}_0^n)^{(k)}; \quad (\text{П6.182})$$

$$([\underline{K}]_0^n)^{(k)} \{d\bar{\bar{q}}\} = (\{P\}_0^n)^{(k)}. \quad (\text{П6.183})$$

Если (П6.183) умножить на $d\lambda$, а результат сложить с (П6.182), то получим, с учетом (П6.181), выражение (П6.180).

Поскольку в уравнении (П6.181) $\lambda^{(k)}$, $\{d\bar{q}\}$ и $\{d\bar{q}\}$ для $(k+1)$ -й итерации известны, то имеем уравнение относительно еще неизвестных двух составляющих: $\{dq\}$ и $d\lambda$. Нужно еще одно уравнение. Оно должно отображать некоторый критерий, который позволяет определиться с направлением и законом изменения параметра λ .

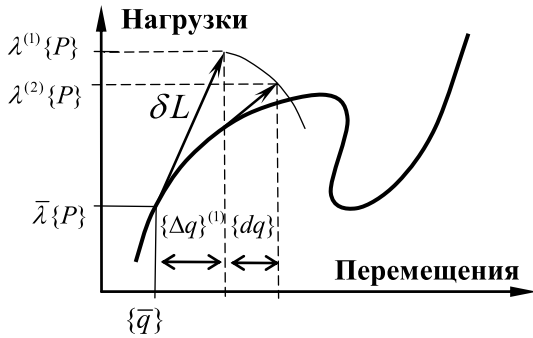


Рис.П6.3. К критерию ограничения нагрузок/перемещений

приращения нагрузок, то получим (см. рис.П6.3) так называемый *сферический критерий длины дуги (the Spherical Arc-length Criterion)*:

$$(\lambda - \bar{\lambda})^2 \beta^2 ((\{P\}_0^n)^{(k)})^T (\{P\}_0^n)^{(k)} + (\{q\} - \{\bar{q}\})^T (\{q\} - \{\bar{q}\}) = (\delta L)^2, \quad (\text{П6.184-а})$$

где β – коэффициент нормализации (чтобы сделать одинаковыми размерности). Полная нагрузка (на рис.П6.3 на нее указывает вектор) уменьшается, причем траекторию уменьшения создает *тот же самый вектор* длиной δL .

В выражении (П6.184-а)

$$\lambda = \lambda^{(k+1)} = \bar{\lambda} + \Delta\lambda^{(k)} + d\lambda; \quad \{q\} = \{q\}^{(k+1)} = \{\bar{q}\} + \{\Delta q\}^{(k)} + \{dq\}, \quad (\text{П6.185})$$

поэтому оно изменяется на

$$(\Delta\lambda^{(k)} + d\lambda)^2 \beta^2 ((\{P\}_0^n)^{(k)})^T (\{P\}_0^n)^{(k)} + (\{\Delta q\}^{(k)} + \{dq\})^T (\{\Delta q\}^{(k)} + \{dq\}) = (\delta L)^2. \quad (\text{П6.184-б})$$

Это и есть второе выражение для определения неизвестных $\{dq\}$ и $d\lambda$. Подставим первое уравнение, а именно (П6.181), в (П6.184-б):

$$(\Delta\lambda^{(k)} + d\lambda)^2 \beta^2 ((\{P\}_0^n)^{(k)})^T (\{P\}_0^n)^{(k)} + (\{\Delta q\}^{(k)} + \{d\bar{q}\} + \{d\bar{q}\}d\lambda)^T (\{\Delta q\}^{(k)} + \{d\bar{q}\} + \{d\bar{q}\}d\lambda) = (\delta L)^2. \quad (\text{П6.184-в})$$

После группирования членов при величинах $(d\lambda)^2$ и $d\lambda$ получим квадратичное уравнение относительно $d\lambda$:

$$a \cdot (d\lambda)^2 + b \cdot d\lambda + c = 0, \quad (\text{П6.186})$$

где коэффициенты

$$\begin{aligned} a &= \{d\bar{q}\}^T \{d\bar{q}\} + \beta^2 ((\{P\}_0^n)^{(k)})^T (\{P\}_0^n)^{(k)}; \\ b &= 2\Delta\lambda^{(k)} \beta^2 (\{P\}_0^n)^{(k)T} \{P\}_0^n^{(k)} + 2(\{\Delta q\}^{(k)} + \{d\bar{q}\})^T \{d\bar{q}\}; \\ c &= (\Delta\lambda^{(k)})^2 \beta^2 (\{P\}_0^n)^{(k)T} \{P\}_0^n^{(k)} + (\{\Delta q\}^{(k)} + \{d\bar{q}\})^T (\{\Delta q\}^{(k)} + \{d\bar{q}\}) - (\delta L)^2. \end{aligned} \quad (\text{П6.187})$$

Квадратичное уравнение имеет два решения:

$$d\lambda_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2a). \quad (\text{П6.188})$$

Из них нужно выбрать то, для которого угол между векторами $\{q\}^{(k)} - \{\bar{q}\}$ и $\{q\}^{(k+1)} - \{\bar{q}\}$ меньше 90 градусов, т.е.:

$$\cos \theta = \frac{(\{q\}^{(k)} - \{\bar{q}\})^T (\{q\}^{(k+1)} - \{\bar{q}\})}{\delta L^2} > 0. \quad (\text{П6.189-а})$$

Поскольку, согласно (Пб.173-а) $\{q\}^{(k+1)} = \{q\}^{(k)} + \{dq\}$, а $\{q\}^{(k)} - \{\bar{q}\} = \{\Delta q\}^{(k)}$, то $\{q\}^{(k+1)} - \{\bar{q}\} = \{\Delta q\}^{(k)} + \{dq\}$. Поэтому условие (Пб.189-а) запишется как

$$\cos \theta = \frac{(\{\Delta q\}^{(k)})^T (\{\Delta q\}^{(k)} + \{dq\})}{\delta L^2} > 0. \quad (\text{Пб.189-б})$$

Если такого значения $d\lambda$ не оказалось, то это означает, что нагрузка $\lambda^{(1)} \{P\}_0^{(1)}$ выбрана неудачно, необходимо уменьшить $\lambda^{(1)} = \bar{\lambda} + \Delta\lambda^{(1)}$.

Если оказалось, что

$$(\{q\}^{n-1} - \{q\}^{n-2})^T \{\Delta \bar{q}\} < 0, \quad (\text{Пб.190})$$

т.е. жесткость тела падает, то необходимо изменить знак при $\Delta\lambda^{(k)}$ на противоположный (начать разгрузку). Здесь (и ниже) верхний индекс n обозначает номер шага нагрузки, а значения соответствуют решениям на указанных этапах.

Еще необходимо следить за тем, чтобы было $\lambda^{(k)} \leq 1$. При $\lambda^{(k)} = 1$ имеем обычный итерационный процесс Ньютона-Рафсона.

Начальное значение δL можно выбирать по формуле Рикса

$$\delta L^2 = (\Delta\lambda^{(1)})^2 \left[\{\Delta \bar{q}\}^T \{\Delta \bar{q}\} + \beta^2 ((\{P\}_0^n)^{(1)})^T (\{P\}_0^n)^{(1)} \right], \quad (\text{Пб.191})$$

причем величина

$$\Delta\lambda^{(1)} = 1/m, \quad (\text{Пб.192})$$

где m – количество шагов, которое может изменять (задавать) пользователь.

На дальнейших этапах нагружения величина δL подбирается: уменьшается при большой нелинейности (при значительном количестве итераций на этапах), и наоборот. Еще учитывается изменение жесткости тела. Предыдущее (старое) значение δL_{old} масштабируется:

$$\delta L_{new} = \mu \delta L_{old}. \quad (\text{Пб.193})$$

Например, коэффициент влияния количества итераций рекомендуется определять по формуле

$$\mu_I = \sqrt{I_d / I_r}, \quad (\text{Пб.194})$$

где I_d – желательное количество итераций для сходимости; I_r – реальное (на предыдущем этапе нагружения); а коэффициент влияния изменения жесткости тела – по формуле

$$\mu_K = \frac{K_{old}}{K_{new}} = \left| \frac{(\{q\}^n - \{q\}^{n-1})^T (\{R\}_0^{n-1} - \{R\}_0^{n-2})}{(\{q\}^{n-1} - \{q\}^{n-2})^T (\{R\}_0^n - \{R\}_0^{n-1})} \right|. \quad (\text{Пб.195-а})$$

Эту формулу можно переписать в более привлекательном виде:

$$\mu_K = \left| \frac{\Delta\lambda^{n-1} / \delta L^{n-1}}{\Delta\lambda^n / \delta L^n} \right| = \left| \frac{\Delta\lambda^{n-1} \delta L^n}{\Delta\lambda^n \delta L^{n-1}} \right|. \quad (\text{Пб.195-б})$$

Если μ_I и μ_K одновременно превышают единицу, то из двух этих значений выбирается минимальное, т.е. $\mu = \min\{\mu_I, \mu_K\}$; и, наоборот, при значениях, меньших единицы, выбирается максимальное, т.е. $\mu = \max\{\mu_I, \mu_K\}$. Если эти условия не выполняются, то принимается $\mu = 1$. Кроме того, масштабный коэффициент нужно ограничивать некоторым диапазоном, например, $\mu \in [0.25, 4]$, а также следить, чтобы $\lambda^{(k)} \leq 1$. Если в расчетах получили $\lambda^{(k)} > 1$, то необходимо отказаться от процедуры ограничения нагрузки или уменьшить δL . Если итерационный процесс не сходится, то необходимо значительно уменьшить δL , например, в два или четыре раза. Все это реализовано в NX Nastran 7.1 (и более ранних версиях Nastran).

П6.7 Заключительные замечания

В завершении раздела отметим следующее:

- в NX Nastran алгоритмы (П6.147) носят название алгоритмами *континуальной механики возрастающей TL– и UL-формулировки (Continuum Mechanics Incremental Total and Updated Lagrangian Formulations)*;
- основной публикацией, на которую ссылается „**Help**” по этому вопросу, является книга [69];
- обозначения в этом разделе иногда значительно отличаются от обозначений, примененных в „**Help**” NX Nastran и в книге [69]. Причиной этого являются старания автора упростить обозначения, а также сохранить одинаковую систему обозначений для всех Приложений, в которых излагается теоретические основы.

Приложение 7

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. ДИНАМИКА (теория)

П7.1 Постановка краевой динамической задачи термоупругости

Постановка краевой динамической задачи термоупругости с вязким трением (демпфированием) в большинстве моментов совпадает с постановками краевой (квази)статической задачи термоупругости (см. Приложение 5), поэтому обратим внимание лишь на различия.

Примечание П7.1. Динамические краевые задачи рассматривают в теории колебаний. Это очень значительный объем информации. Здесь приводятся лишь основные сведения.

Обычно задаются начальные условия для перемещений и скоростей, т.е. при $t_0 = 0$:

$$U_m(\vec{x}, 0) = \hat{U}_m(\vec{x}); \quad (П7.1)$$

$$\frac{\partial U_m(\vec{x}, 0)}{\partial t} = \hat{g}_m(\vec{x}). \quad (П7.2)$$

Уравнение равновесия (Д5.2) с применением принципа Даламбера меняется на полное уравнение движения с учетом демпфирования:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = \bar{\rho} \frac{\partial^2 U_m}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial U_m}{\partial t} \quad \text{или} \quad \nabla_n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = \bar{\rho} \ddot{U}_m + \alpha \dot{U}_m. \quad (П7.3)$$

Систему уравнений динамической термоупругости и естественные граничные условия (Д5.46) можно выразить через компоненты тензора малых перемещений:

$$\nabla_n \left\{ E_{mnij}(T) \left[\frac{1}{2} (\nabla_i U_j + \nabla_j U_i) \right] \right\} - \bar{\rho} \ddot{U}_m - \alpha \dot{U}_m = \nabla_n E_{mnij}(T) \delta_{ij} \alpha_T \Delta \hat{T} - \hat{O}_m; \quad (П7.4)$$

$$\left\{ E_{mnij}(T) \left[\frac{1}{2} (\nabla_i U_j + \nabla_j U_i) \right] \right\} \nu_n = E_{mnij}(T) \delta_{ij} \alpha_T \Delta \hat{T} \nu_n + \hat{P}_m. \quad (П7.5)$$

В совокупности с ГУ (Д5.45), (П7.5) и начальными условиями (П7.1) и (П7.2) уравнение (П7.4) является системой дифференциальных уравнений в точке тела относительно перемещений, решение которой дает описание изменения напряженно-деформированного состояния (НДС) во времени. Очевидно, что в операторном виде она может быть записана как:

$$M\ddot{\bar{U}} + C\dot{\bar{U}} + K\bar{U} = \bar{f}. \quad (П7.6)$$

При вариационной постановке динамической задачи можно использовать вариационный принцип Лагранжа, если в качестве объемной силы рассматривать $\bar{O}_m = \hat{O}_m - \bar{\rho} \ddot{U}_m - \alpha \dot{U}_m$, т.е. в соответствии с принципом Даламбера уравновесить тело инерционной и демпфирующей силой. Как и для краевой задачи термоупругости, снова получаем функционал (Д5.47).

Динамическая задача в общей постановке решается не всегда, а лишь в случаях анализа переходных гармонических процессов и когда возбуждающие силы не являются гармоническими. Существует некоторое „критическое” значение коэффициента демпфирования, при превышении которого колебаний в системе возникнуть не может. При его уменьшении начинают реализовываться низшие формы колебаний.

П7.2 Конечно-элементная аппроксимация краевой динамической задачи

Изложенное в Разделе Д5.2 повторяется (но необратимые деформации отсутствуют) до формулы (Д5.53), вместо которой, учитывая (П7.3), запишем:

$$\begin{aligned}
 F = & \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D] ([B]\{q\}_e - \{\alpha_T\} \Delta \widehat{T}) d\Omega - \\
 & - \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\widehat{O}\} d\Omega + \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \bar{\rho} \frac{\partial^2 ([\phi]\{q\}_e)}{\partial t^2} d\Omega + \\
 & + \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \alpha \frac{\partial ([\phi]\{q\}_e)}{\partial t} d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\widehat{P}\} dS - \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\widehat{R}\} = 0, \quad (П7.7)
 \end{aligned}$$

где, как и ранее, $\{q\}_e = \{q(t)\}_e$. В (П7.7) матрица базисных функций $[\phi]$ не зависит от времени, а векторы $\{\delta q\}_e$ и $\{q\}_e$ не зависят от параметров интегрирования и их можно вынести за границы интегралов (как обычные константы). Поэтому (П7.7) запишем в виде:

$$\begin{aligned}
 F = & \sum_e \{\delta q\}_e^T \left(\int_{\Omega^e} \bar{\rho} [\phi]^T [\phi] d\Omega \cdot \frac{d^2 \{q\}_e}{dt^2} + \int_{\Omega^e} \alpha [\phi]^T [\phi] d\Omega \cdot \frac{d \{q\}_e}{dt} + \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega \cdot \{q\}_e \right) + \\
 & + \sum_e \{\delta q\}_e^T \left(- \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\widehat{O}\} d\Omega - \int_{S_p^e} [\phi]^T \{\widehat{P}\} dS - \int_{\Omega^e} [B]^T [D] \{\alpha_T\} \Delta \widehat{T} d\Omega - [\phi]^T \{\widehat{R}\} \right) = 0. \quad (П7.8)
 \end{aligned}$$

Обозначим:

$$[M]_e = \int_{\Omega^e} \bar{\rho} [\phi]^T [\phi] d\Omega; \quad [C]_e = \int_{\Omega^e} \alpha [\phi]^T [\phi] d\Omega. \quad (П7.9)$$

Используя обозначения (П7.9), (Д5.67) ... (Д5.69), из (П7.8) получим, что

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \left([M]_e \frac{d^2 \{q\}_e}{dt^2} + [C]_e \frac{d \{q\}_e}{dt} + [K]_e \{q\}_e - \{P\}_e - \{Q\}_e \right) = 0. \quad (П7.10)$$

Поскольку вектор вариаций перемещений $\{\delta q\}_e^T$ произволен, то получаем САУ вида

$$[M] \frac{d^2 \{q(t)\}}{dt^2} + [C] \frac{d \{q(t)\}}{dt} + [K] \{q(t)\} = \{P(t)\} + \{Q(t)\} = \{f(t)\}, \quad (П7.11-а)$$

или в другом обозначении

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [C] \{\dot{q}(t)\} + [K] \{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (П7.11-б)$$

относительно глобального вектора действительных перемещений $\{q(t)\}$ в узлах конечно-элементной сетки, дополнительно учитывая кинематические ГУ из (Д5.32) и начальные условия (П7.1) и (П7.2). Эту САУ еще необходимо аппроксимировать во времени.

В NX Nastran различают два типа демпфирования: внутреннее (**internal**) и внешнее (**external**); каждое из них формирует свою матрицу: $[C_I]$ и $[C_E]$ соответственно. Поэтому матрица $[C] = [C_I] + [C_E]$.

П7.3 Конечно-элементное решение краевых динамических задач

Существует несколько характерных вариантов краевых динамических задач. Все они являются особыми случаями сформулированной выше краевой динамической задачи.

П7.3.1 Непосредственное решение динамического уравнения

П7.3.1.1 Метод Ньюмарка

В качестве одного из вариантов *непосредственного* решения динамического уравнения (П7.11) в NX Nastran применена рекуррентная трехслойная схема второго порядка аппроксимации по методу Ньюмарка (1959 г.), которая имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & ([M] + 0.5\Delta t_n [C] + (0.5\Delta t_n)^2 [K]) \{q\}^{(2n+2)} = \\
 & = 2([M] - (0.5\Delta t_n)^2 [K]) \{q\}^{(2n+1)} - ([M] - 0.5\Delta t_n [C] + (0.5\Delta t_n)^2 [K]) \{q\}^{(2n)} + \\
 & + (0.5\Delta t_n)^2 [\{f\}^{(2n+2)} + 2\{f\}^{(2n+1)} + \{f\}^{(2n)}]. \quad n = 0, 1, \dots \quad (П7.12)
 \end{aligned}$$

П7.3.1.2 Явный центрально-разностный алгоритм

Другой вариант непосредственного решения динамического уравнения (П7.11) в NX Nastran – явный центрально-разностный алгоритм – CDM.

Алгоритм CDM является особым случаем разностной схемы. В ней используются разностные операторы второго порядка приближения:

$$\{\ddot{q}\}^n \approx \frac{\{q\}^{n+1} - 2\{q\}^n + \{q\}^{n-1}}{\Delta t^2}; \quad \{q\}^n \approx \frac{\{q\}^{n+1} - \{q\}^{n-1}}{2\Delta t}. \quad (\text{П7.13})$$

Если $[K]\{q\}$ аппроксимировать выражением $[K](\{q\}^{n+1} + \{q\}^{n-1})/2$, то разностная схема

$$(a_0[M] + a_1[C] + 0.5[K])\{q\}^{n+1} = [M](a_2\{q\}^n - a_0\{q\}^{n-1}) + [C]a_1\{q\}^{n-1} - [K]0.5\{q\}^{n-1} + \{f\}^n \quad (\text{П7.14})$$

получает абсолютную устойчивость. Введенные коэффициенты:

$$a_0 = 1/\Delta t^2; \quad a_1 = 1/(2\Delta t); \quad a_2 = 2a_0. \quad (\text{П7.15})$$

Если суммарная матрица $a_0[M] + a_1[C]$ является диагональной или такой, что легко обращается или приводится к диагональному виду, а также если в (П7.11-б) составляющую $[K]\{q\}$ можно аппроксимировать выражением $[K]\{q\}^n$, то схема (П7.14) записывается в виде явной (рекуррентной) схемы:

$$\{q\}^{n+1} = (a_0[M] + a_1[C])^{-1} \left((a_2[M] - [K])\{q\}^n - (a_0[M] - a_1[C])\{q\}^{n-1} + \{f\}^n \right), \quad (\text{П7.16})$$

которую называют *явным центрально-разностным алгоритмом* – CDM. Эта схема имеет условную устойчивость, т.е. временной шаг ограничен сверху: $\Delta t \leq T_n / \pi$, где T_n – наименьший из периодов собственных колебаний тела. Это очень жесткое ограничение, которое нельзя проигнорировать, но большое количество шагов компенсируется отсутствием действий по сборке и решению СЛАУ с недиагональной матрицей.

В NX Nastran 7.1 для того, чтобы матрица $a_0[M] + a_1[C]$ была диагональной, введено ограничение: $[C] = \alpha[M]$ (демпфирование Релея). Тогда матрица $a_0[M] + a_1[C] = (a_0 + \alpha a_1)[M]$.

П7.3.1.3 Решение на первом временном шаге

Чтобы сохранить второй порядок аппроксимации по времени на первом временном шаге, вычислим $\{q\}^{(1)}$ как результат разложения в ряд Тейлора в окрестности $t = 0$ на шаге Δt_n с нужной точностью:

$$\{q\}^{(1)} = \{q\}^{(0)} + \Delta t_n \{\dot{q}\}^{(0)} + \Delta t_n^2 \{\ddot{q}\}^{(0)} / 2 + O(\Delta t_n^3). \quad (\text{П7.17})$$

Из начальных условий известно, что $\{q\}^{(0)} = \{\widehat{U}\}$ и $\{\dot{q}\}^{(0)} = \{\widehat{g}\}$ (см. (П7.1) и (П7.2)). Учитывая, что согласно основному уравнению (П7.11)

$$\{\ddot{q}\} = [M]^{-1}(-[C]\{\dot{q}\} - [K]\{q\} + \{f\}), \quad (\text{П7.18})$$

из (П7.17) получим

$$\{q\}^{(1)} \approx \{\widehat{U}\} + \Delta t_n \{\widehat{g}\} + \Delta t_n^2 [M]^{-1}(-[C]\{\widehat{g}\} - [K]\{\widehat{U}\} + \{f\}^{(0)}) / 2 + O(\Delta t_n^3) \quad (\text{П7.19-а})$$

или, если пренебречь членами второго порядка аппроксимации:

$$\{q\}^{(1)} \approx \{\widehat{U}\} + \Delta t_n \{\widehat{g}\} + O(\Delta t_n^2). \quad (\text{П7.19-б})$$

Итак, прежде чем использовать трехслойную схему (П7.12) или (П7.16), необходимо прежде всего применить одно из выражений (П7.19), которые на первом временном шаге обеспечивают второй и третий порядок аппроксимации во времени. Для того, чтобы можно было быстро обратить матрицу $[M]$, ее обычно при интегрировании по формуле (П7.9) диагонализуют (создается lumped-матрица). Хотя процесс диагонализации – приближенный, применение (П7.19-а) дает повышенную точность $O(\Delta t_n^3)$ при относительно незначительных затратах времени, что хорошо влияет на точность дальнейшего решения.

П7.3.2 Задача о собственных частотах и формах колебаний

Рассматривается нетривиальное решение уравнения (П7.11) при отсутствии внешних влияний и переменных кинематических граничных условий, т.е. уравнение

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{0\}. \quad (\text{П7.20})$$

Примечание П7.2. Для некоторых задач очень важно учесть влияние напряженного состояния на собственные частоты и формы колебаний. Например, растяжение лопатки газотурбинного двигателя от центробежных массовых сил. В этом случае нужно в уравнении (П7.20) вместо матрицы $[K]$ использовать матрицу $([K] + [K_\sigma])$, где матрица геометрической жесткости $[K_\sigma]$ соответствует формуле (Д5.99). Для ее построения необходимо иметь решение краевой задачи как статической. Поэтому тогда сначала решается статическая задача при заданных силовых нагрузках и граничных условиях 1-го рода, а потом находятся собственные частоты и формы колебаний.

П7.3.2.1 Решение при отсутствии демпфирования

Из (П7.20) без учета демпфирования

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{0\}. \quad (\text{П7.21})$$

Решение можно искать в виде

$$\{q(t)\} = \{A\} \cos(\omega t + \beta), \quad (\text{П7.22})$$

где $\{A\}$ – вектор амплитудных значений узловых перемещений; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота, β – фаза колебаний. После прямой подстановки (П7.22) в (П7.21) и сокращения на $\cos(\omega t + \beta)$ получим САУ:

$$(-\omega^2[M] + [K])\{A\} = \{0\}. \quad (\text{П7.23})$$

В этой системе ненулевые значения компонент $\{A\}$ возможны лишь при условии, что

$$\det[[K] - \omega^2[M]] = 0. \quad (\text{П7.24})$$

Если квадратные матрицы $[M]$ и $[K]$ положительно определены, что обычно для задачи линейной упругости, то уравнение (П7.24) имеет N неотрицательных решений – собственных частот ω_k , причем возможны парные значения (здесь N – количество неизвестных в САУ (П7.23)).

Имея N значений собственных частот ω_k , решение системы (П7.21) можно искать в виде линейной комбинации из N выражений (П7.22):

$$\{q(t)\} = \sum_{k=1}^N \{A\}_k \cdot \cos(\omega_k t + \beta_k). \quad (\text{П7.25})$$

Поскольку значения компонент собственных векторов $\{A\}_k$ могут быть найдены не однозначно, а с точностью до постоянного множителя, то обычно их нормируют по правилу:

$$\{A\}_k^T [M] \{A\}_k = 1. \quad (\text{П7.26})$$

Доказано, что собственные векторы $\{A\}_k$ ортогональны относительно матриц $[M]$ и $[K]$, т.е.

$$\{A\}_k^T [M] \{A\}_m = 0; \quad \{A\}_k^T [K] \{A\}_m = 0; \quad k \neq m. \quad (\text{П7.27})$$

Еще можно отметить, что обычно ищутся не все корни уравнения (П7.24), а несколько (обозначим как N_a) наименьших значений, поскольку только при низших собственных частотах амплитуды колебаний имеют относительно большие значения. Иначе говоря, несколько первых собственных частот и форм колебаний достаточно для получения удовлетворительного приближения решения (П7.25). Для этого разработано несколько алгоритмов, лучшие из них используются в NX Nastran.

П7.3.2.2 Решение при наличии демпфирования

Решение системы (П7.20) ищется в виде

$$\{q(t)\} = \{A\} \cdot e^{\lambda t}, \quad (\text{П7.28})$$

После прямой подстановки (П7.28) в (П7.20) и сокращения на $e^{\lambda t}$ получим:

$$(\lambda^2[M] + \lambda[C] + [K])\{A\} = \{0\}. \quad (\text{П7.29})$$

В этой системе ненулевые значения компонент $\{A\}$ возможны лишь при условии, что

$$\det[\lambda^2[M] + \lambda[C] + [K]] = 0. \quad (\text{П7.30})$$

Решение этого уравнения в общем случае дает $2N$ корней λ_n , среди которых есть действительные $\lambda_n = -h_n \pm a_n$ и попарно-комплексные $\lambda_n = -h_n \pm i\bar{\omega}_n$. Действительные корни – это следствие демпфирования, превышающего критическое, когда колебаний нет. Действительная часть корней, обозначенная как h_n , является n -м коэффициентом демпфирования, а мнимая часть попарно-комплексного корня $\bar{\omega}_n$ – круговой частотой тела с имеющимся демпфированием. Среди собственных форм также будут действительные и попарно-комплексные формы. Получить такой решение значительно сложнее, чем для (П7.24). Для этого тоже разработано несколько методов, три из них используются в NX Nastran.

П7.3.3 Решение динамического уравнения с применением метода разложения решения по собственным формам колебаний (модальное решение)

Вместо (П7.25) вектор узловых перемещений можно представить в виде разложения

$$\{q(t)\} \approx \sum_{k=1}^{Na} (\{A\}_k \cdot u_k(t)), \quad (\text{П7.31})$$

которое дает точное значение при $Na = N$. Подставив (П7.31) в (П7.11), умножим полученное выражение слева на $\{A\}_m^T$ и, используя свойства (П7.27), т.е. ортогональности форм собственных колебаний, получим систему уравнений относительно функций $u_m(t)$:

$$M_m \ddot{u}_m + \{A\}_m^T [C] \{A\}_k \dot{u}_k + K_m u_m = F_m(t), \quad (\text{П7.32})$$

где обозначено: $M_m = \{A\}_m^T [M] \{A\}_m$; $K_m = \{A\}_m^T [K] \{A\}_m$; $F_m = \{A\}_m^T \{f\}$.

Эта система в общем случае может быть проинтегрирована аналогично изложенному в Разделе П7.3.2 или другим способом.

Бывают случаи, когда $\{A\}_k^T [C] \{A\}_m = 0$ при $k \neq m$, например, когда матрицу $[C]$ можно представить в виде линейной комбинации матриц $[M]$ и $[K]$. Тогда (П7.32) упрощается до Na не связанных между собой уравнений

$$M_m \ddot{u}_m + C_m \dot{u}_m + K_m u_m = F_m(t), \quad (\text{П7.33})$$

где $C_m = \{A\}_m^T [C] \{A\}_m$. Функции $u_k(t)$ для (П7.31) теперь можно искать в виде

$$u_m(t) = U_m \cdot e^{i\omega t}, \quad (\text{П7.34})$$

где $i = \sqrt{-1}$; ω – круговая частота. Из (П7.33) получим Na не связанных между собой уравнений

$$(-\omega^2 M_m + i\omega C_m + K_m) \cdot U_m = F_m(t) \cdot e^{-i\omega t} \quad (\text{П7.35})$$

относительно функций U_m . Амплитудно-частотными характеристиками $W_m(\omega)$ (АЧХ, или передаточными функциями) называют выражения, соответствующие отношению реакции U_m к входному сигналу $F_m(t) \cdot e^{-i\omega t}$. Из (П7.35) в этом случае АЧХ вычисляются по формуле

$$W_m(\omega) = 1 / (-\omega^2 M_m + i\omega C_m + K_m). \quad (\text{П7.36})$$

Потом, согласно формуле (П7.34), функции $u_k(t)$ находятся как

$$u_m(t) = W_m(\omega) \cdot F_m(t). \quad (\text{П7.37})$$

Итак, когда АЧХ известны, то для нахождения $\{q(t)\}$ последовательно применяют формулы (П7.37) и (П7.31). Если диссипация энергии не учитывается, то матрица $[C]$ и ее компоненты в приведенных выше уравнениях отсутствуют.

Функция-решение $u_m(t)$ – комплексная. Ее можно представить в виде:

$$u_m(t) = \text{Re}(u_m(t)) + i \cdot \text{Im}(u_m(t)) = |u_m(t)| e^{i\phi}, \quad (\text{П7.38})$$

где $|u_m(t)|$ – амплитуда; $\phi = \arctg(\text{Im}(u_m(t))/\text{Re}(u_m(t)))$ – фаза колебательного процесса.

П7.3.4 Задача о стохастическом возбуждении тела

Довольно часто в природе возбуждение тела является случайным (вероятностным, стохастическим). Например, возбуждение сооружений при землетрясении, автомобилей – при передвижении мостовой, сооружений – ветровыми нагрузками, кораблей – морскими волнами. Отклик тела на возбуждение всегда детерминирован. Но реализация случайного возбуждения заведомо неизвестна, поэтому оценки можно делать сугубо статистически (плотность распределения случайной функции, стандартное отклонение, вероятность превышения некоторого значения и т.п.). Точные решения требуют бесконечного количества оценок. В NX Nastran применяют один из *корреляционных* методов, который дает довольно хорошее приближение – метод *моментов* с корреляционной функцией *второго* порядка. Он ограничивается лишь двумя оценками: *математическим ожиданием* m_q и *корреляционной функцией* K_q , которая в свою очередь является математическим ожиданием от двух отцентрированных случайных функций:

$$m_q(t) = M(q(t)); \quad K_q(t_1, t_2) = M(\tilde{q}(t_1), \tilde{q}(t_2)); \quad \tilde{q}(t) = q(t) - m_q(t), \quad (\text{П7.39})$$

где $M()$ – оператор усреднения; t_1 и t_2 – случайные значения времени. Доказано, что в этих двух функциях содержится значительная часть информации о случайном процессе.

Если m_q – постоянная величина, а все другие статистические характеристики – неизменны относительно некоторой величины сдвига во времени $\tau = t_1 - t_2$, то корреляционная функция зависит лишь от этого сдвига во времени: $K_q(t_1, t_2) = K_q(\tau)$. Такие случайные колебания называют *стационарными*. Они могут определяться лишь одной неслучайной функцией – *спектральной плотностью* $S_q(\omega)$, которая является дисперсией, приходящейся на единицу длины частотного интервала, т.е.:

$$S_q(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} K_q(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau; \quad K_q(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_q(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (\text{П7.40})$$

Почти все стационарные случайные нагрузки соответствуют условиям *эргодичности*. Это означает, что достаточно длинная реализация этих нагрузок несет в себе всю информацию об их статистических свойствах. Поэтому для эргодических процессов осреднение по ансамблю реализаций может быть заменено осреднением во времени.

Итак, достаточно знать АЧХ всех точек тела, чтобы найти их мгновенные отклики. Поэтому в NX Nastran при стохастическом возбуждении тела для m -го отклика результирующая спектральной плотности реакции (действительное число) рассчитывается как

$$S_m(\omega) = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} (W_m(\omega))_{\alpha} \cdot (\overline{W}_m(\omega))_{\beta} \cdot S_{\alpha\beta}(\omega), \quad (\text{П7.41})$$

где $W_m(\omega)$ – соответствующая АЧХ; α и β означают два состояния нагрузки; черта указывает на комплексно-сопряженное значение; $S_{\alpha\beta}(\omega)$ – функция спектральной плотности возбуждения (**Power Spectral Density**, сокращенно **PSD**).

В таблице П7.1 представлены некоторые аналитические выражения для $K(\tau)$ и $S(\omega)$, а также их графический вид. Случаи 1 и 2 соответствуют процессам с монотонно уменьшающейся спектральной плотностью. Случаи 3 и 4 можно применять для описания процессов с частотами ω , которые преобладают и близки к β . Случай 5 соответствует равномерному распределению энергии для частотного диапазона $|\omega| < \omega_b$. Случай 6 – „белый шум”, можно рассматривать как случай 5 при $\omega_b \rightarrow \infty$. Такой процесс имеет бесконечную энергию, поэтому является абстракцией.

Таблица П7.1 – $K(\tau)$ и $S(\omega)$ для стационарных случайных процессов

№	Корреляционная функция $K(\tau)$	Спектральная плотность $S(\omega)$
1	$K_0 e^{-\gamma \tau }$	$2\gamma K_0 / [\pi(\gamma^2 + \omega^2)]$
2	$K_0 e^{-(\gamma^2 \tau^2)/4}$	$\frac{2K_0}{\gamma\sqrt{\pi}} e^{-(\omega/\gamma)^2}$
3	$K_0 e^{-\gamma \tau } \cos \beta\tau$	$\frac{2\gamma K_0}{\pi} \frac{\omega^2 + \beta^2 + \gamma^2}{(\omega^2 - \beta^2 - \gamma^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$
4	$K_0 e^{-\gamma \tau } \left(\cos \beta\tau + \frac{\gamma}{\beta} \sin \beta \tau \right)$	$\frac{2\gamma K_0}{\pi} \frac{\beta^2 + \gamma^2}{(\omega^2 - \beta^2 - \gamma^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$
5	$K_0 \frac{\sin \omega_b \tau}{\omega_b \tau}$	$\frac{K_0}{\omega_b} \text{ при } \omega < \omega_b \text{ и } 0 \text{ при } \omega > \omega_b$
6	$K_1 \delta(\tau)$	K_1 / π

В старых версиях Nastran спектральная плотность реакции при стохастическом возбуждении вычислялась только для указанных узлов и их степеней свободы. После 2000 года в Nastran появилась дополнительная возможность построения ее *среднеквадратичного* значе-

ния \bar{u}_m (RMS), которое может быть получено или как интеграл или как численное приближение (аппроксимация)

$$\bar{u}_m = \sqrt{\int_f |S_{mf}| df} \cong \sqrt{\sum_f C_f S_m}, \quad (\text{П7.42})$$

от трапецидального метода интегрирования, где частотно-зависимые коэффициенты S_{mf} (при $f = f_m$) умножены на частотные коэффициенты:

$$C_{f_i} = (f_{i+1} - f_{i-1})/2 \quad \text{при } 1 < i < N; \quad C_{f_1} = (f_2 - f_1)/2; \quad C_{f_N} = (f_N - f_{N-1})/2. \quad (\text{П7.43})$$

Чувствительность конструкции – производная среднеквадратичного значения \bar{u}_m по каждой переменной проекта. Чувствительность имеем для ускорения, скорости и векторов смещения. Фактически производные рассчитаны от конечных приращений спектральной чувствительности $\Delta S_m^x(\omega)$, которые, в свою очередь, получены от малых разностей в векторных величинах $\Delta W_{m\alpha}^x$. Из уравнения (П7.42) можно получить:

$$\Delta \bar{u}_m^x = \frac{1}{2\bar{u}_m^x} \sum_f C_f \cdot \Delta S_{mf}^x, \quad (\text{П7.44})$$

где из формулы (П7.41):

$$\Delta S_{mf}^x = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} S_{\alpha\beta} \cdot (\Delta W_{m\alpha} \cdot W_{m\alpha}^* + W_{m\alpha} \cdot \Delta W_{m\alpha}^*). \quad (\text{П7.45})$$

Здесь $\Delta W_{m\alpha}$ вычислены для каждого значения x . Из правой части (П7.45) для ΔS_{mf}^x выбирается действительная часть.

П7.4 Динамическая задача при наличии гироскопических сил

Известно, что вследствие вращения тела вокруг локальной оси в его точках возникают вращательное и центростремительное ускорения, а вследствие перемещения локальной оси вращения – еще и Кориолиса. Эти ускорения в свою очередь вызывают силы, а силы – деформации тела и реакции связей. Кроме того, возможно возникновение резонанса. Поэтому возникает потребность в соответствующих расчетах.

Лишь один из характерных примеров: самолет с одним или несколькими газотурбинными двигателями выполняет вираж. И сам двигатель, и система его крепления, и фюзеляж самолета, и его оперение нагружаются дополнительными силами, которые могут разрушить конструкцию. Такую задачу удобно формулировать с применением таких терминов, как скорость самолета, радиус виража, углы вращения, скорость вращения ротора и т.п. Поэтому желательно иметь такую постановку задачи, которая непосредственно воспринимает подобные параметры.

Как известно из курса теоретической механики, при сложном движении точки тела есть смысл вводить *абсолютную* (неподвижную) систему координат $O'\vec{x}'$ и *локальную* (подвижную) систему координат $O\vec{x}$, тесно связанную с телом. Тогда движение точки тела можно рассматривать как *абсолютное* (в системе $O'\vec{x}'$) и *локальное* (в системе $O\vec{x}$). Движение локальной системы координат относительно абсолютной называют *переносным* (тело как бы переносится вместе с ней).

Согласно формуле Бура абсолютная производная по времени $\dot{\vec{R}} = d\vec{R}/dt$ произвольного вектора \vec{R} состоит из локальной производной $\dot{\vec{R}}_{O\vec{x}} = (d\vec{R}/dt)_{O\vec{x}}$ и векторного произведения $\vec{\omega} \times \vec{R}$, где $\vec{\omega}$ является вектором угловой скорости вращения подвижной системы координат относительно неподвижной. Т.е. $\dot{\vec{R}} = \dot{\vec{R}}_{O\vec{x}} + \vec{\omega} \times \vec{R}$.

Согласно теореме о сложении скоростей абсолютная скорость \vec{v}_a точки при сложном движении равна векторной сумме относительной \vec{v}_r и переносной \vec{v}_e скоростей, т.е. $\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$.

Согласно теореме Кориолиса о сложении ускорений абсолютное ускорение \vec{a}_a точки при сложном движении равно векторной сумме относительного \vec{a}_r , переносного \vec{a}_e ускорения и ускорения Кориолиса \vec{a}_C , т.е. $\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_C$.

Ускорение Кориолиса вычисляется как $\vec{a}_C = 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r$, где вектор угловой скорости вращения $\vec{\omega}_e$ характеризует переносное движение.

Если тело может деформироваться, то текущую координату точки можем определять как $\vec{R} = \vec{r} + \vec{U}$, где \vec{r} указывает на абсолютную координату точки без учета деформирования, а \vec{U} – перемещение точки, непосредственно связанное с деформациями. Очевидно, что $\dot{r}_{Ox} = 0$ и $\dot{R}_{Ox} = \dot{U}$. Тогда из формулы Бура абсолютная скорость точки тела

$$\vec{v}_a = \dot{\vec{R}} = \dot{R}_{Ox} + \vec{\omega} \times (\vec{r} + \vec{U}) = \dot{U} + \vec{\omega} \times (\vec{r} + \vec{U}). \quad (\text{П7.46})$$

Производная по времени дает абсолютное ускорение:

$$\vec{a}_a = \ddot{U} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{U}) + 2(\vec{\omega} \times \dot{U}). \quad (\text{П7.47})$$

Уравнение равновесия (Д5.2) с применением принципа Даламбера заменяется на полное уравнение движения с учетом демпфирования:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = \bar{\rho}(a_m)_a + \alpha(v_m)_a. \quad (\text{П7.48})$$

Поскольку в системе уравнений (П7.1) ... (П7.5) изменились лишь \dot{U} на \vec{v}_a и \ddot{U} на \vec{a}_a , то вместо системы (П7.6), а именно $M\ddot{U} + C\dot{U} + K(U) = \vec{f}$, будет получена система

$$M\vec{a}_a + C\vec{v}_a + K(U) = \vec{f}. \quad (\text{П7.49})$$

Если теперь в (П7.49) подставить выражения (П7.46) и (П7.47), а также применить МКЭ, то окончательно можно получить систему уравнений

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + (2\omega[\bar{M}] + [\bar{C}])\{\dot{q}(t)\} + (\omega^2[\underline{M}] + \omega[\underline{C}] + [K])\{q(t)\} = \{\underline{f}(t)\}, \quad (\text{П7.50})$$

где как $[\bar{M}]$, $[\bar{C}]$, $[\underline{M}]$, $[\underline{C}]$ и $\{\underline{f}(t)\}$ обозначены новые матрицы и вектор нагрузки (не рассматриваем).

Если нет перемещений локальной оси вращения, то система уравнений (П7.50) немного упрощается.

Именно такие системы описывают введенный в XN Nastran объект с названием „роторный регион”. При заданной угловой скорости вращения ω собираются такие системы для „роторных регионов”, они встраиваются в общую систему для всего тела, ищется решение сформулированной задачи. В общем случае ω может изменяться во времени, т.е. $\omega = \omega(t)$.

Приложение 8

КРАЕВЫЕ КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ (теория)

П8.1 Особенности постановки краевых контактных задач о напряженно-деформированном состоянии тел

Для краевой контактной задачи характерно наличие *зоны контакта* известной (стабильной) или неизвестной (нестабильной, переменной) конфигурации. В этой зоне *нет взаимонепрониновения* поверхностей тел, а переданные в результате контакта усилия *не могут быть растягивающими* (при учете сил поверхностного сцепления в зоне контакта допускается некоторый уровень „отрицательного давления“). В соответствии со следствием общего закона сохранения (закон поверхностных взаимодействий) усилия контакта на двух контактных поверхностях должны быть *равными по величине и разнонаправленными*. Различают силовой контакт *без трения* и *с трением*.

Итак, постановка краевой *контактной* задачи о напряженно-деформированном состоянии тел отличается от постановки неконтактной задачи наличием дополнительных граничных условий и ограничений на поверхности контакта S_K . Опишем их формулами.

На общей поверхности S_K с условными номерами 1 и 2 должны быть выполнены *условия сопряжения*:

- силовые

$$(\sigma_{mn}^{(1)} - \sigma_{mn}^{(2)}) \cdot \nu_{m(j)} = 0; \quad ; \quad m, n = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2; \quad (\text{П8.1})$$

- кинематические при сцеплении (перемещения в том же базисе, что и координаты)

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}] \cdot \nu_m = 0; \quad m = 1, 2, 3; \quad (\text{П8.2})$$

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}] \cdot \tau_m = 0; \quad m = 1, 2, 3, \quad (\text{П8.3})$$

где ν_m, τ_m – компоненты векторов соответственно внешней нормали к поверхности контакта и касательной к той же поверхности. При проскальзывании (с трением или без трения) условие (П8.3) не используется;

- отрицательных значений нормальных составляющих контактных усилий

$$(\sigma^{mn} \nu_m \nu_n)_{(j)} < 0; \quad j = 1, 2; \quad (\text{П8.4})$$

- взаимного непрониновения тел

$$[(x_m + U_m)_{(1)} - (x_m + U_m)_{(2)}] \cdot \nu_m \leq 0. \quad (\text{П8.5})$$

Две последних условий являются основой для определения конфигурации текущей поверхности контакта.

Вместе с ГУ (Д5.47) и (Д5.48) дополнительно привлекаются ГУ на поверхности контакта S_K при:

- сцеплении, т.е. при $|\sigma_\tau| \leq \min \{ \mu |\sigma_\nu|; (\sigma_S)_{\min} / \sqrt{3} \}$ (σ_S – актуальный предел текучести материала)

$$\sigma_\nu = \sigma^{mn} \nu_m \nu_n \Big|_{S_K} = \widehat{F}_\nu; \quad (\text{П8.6})$$

$$\sigma_\tau = \left[\sum_{n=1}^3 (\sigma^{mn} \nu_m)^2 - (\sigma^{mn} \nu_m \nu_n)^2 \right]^{1/2} \Big|_{S_K} = \widehat{F}_\tau; \quad (\text{П8.7})$$

или

$$U_m \Big|_{S_K} = \widehat{U}_m; \quad (\text{П8.8})$$

- проскальзывании, т.е. при $|\sigma_\tau| > \min\{\mu|\sigma_v|; (\sigma_S)_{\min}/\sqrt{3}\}$

$$\sigma_v = \sigma^{mn} v_m v_n \Big|_{S_k} = \widehat{F}_v; \tag{П8.9}$$

или

$$U_v = U_m v_m \Big|_{S_k} = \widehat{U}_v; \tag{П8.10}$$

а также при $\mu \neq 0$

$$\sigma_\tau = -|\widehat{F}_\tau| \cdot \text{sign}(U_\tau), \tag{П8.11}$$

где $U_\tau = (U_{m(1)} - U_{m(2)}) \cdot \tau_m$ – касательная к поверхности контакта проекция вектора взаимных перемещений.

При не учете трения (при равенстве нулю коэффициента трения μ) ГУ на S_k упрощаются до

$$\sigma_v = \sigma^{mn} v_m v_n \Big|_{S_k} = \widehat{F}_v \quad \text{или} \quad U_v = U_m v_m \Big|_{S_k} = \widehat{U}_v. \tag{П8.12}$$

Примечание П8.1. Выше применена схема сухого трения Кулона (Амонтона-Кулона) – простейшая рабочая гипотеза, которая позволяет в первом приближении вычислить величину силы трения. Модели коэффициента трения Кулона – в следующем Разделе.

Итак, контактная краевая задача содержит в краевых условиях неравенства и логические условия. Это значительно усложняет ее решение.

П8.2 Модели коэффициента трения Кулона

В NX Nastran применяется модель трения Кулона:

$$F_\tau \leq \mu \cdot F_n, \tag{П8.13}$$

где F_τ – сила трения; F_n – нормальная к поверхности контактная сила; μ – коэффициент трения. В NX Nastran 7.1 есть несколько моделей коэффициента трения Кулона (см. табл.П8.1).

Таблица П8.1. Модели коэффициента трения Кулона в NX Nastran 7.1

FRICMOD	Выражение
1..	$\mu = A_1$
2..	$\mu = \frac{1 - \exp(-A_2 T_n)}{T_n / A_1}$
3..	$\mu = A_2 + (A_2 - A_1) \exp(-A_3 T_n)$
4..	$\mu = \begin{cases} A_1, & \text{если } \dot{i} \leq A_3 \\ A_2, & \text{если } \dot{i} > A_3 \end{cases}$
5..	$\mu = \begin{cases} A_1 + \dot{i}(A_3 - A_1) / A_2, & \text{если } \dot{i} < A_2 \\ A_3, & \text{если } \dot{i} > A_2 \end{cases}$
6..	$\mu = \begin{cases} \sqrt{(A_1 \chi_{(1)})^2 + (A_2 \chi_{(2)})^2 + (A_3 \chi_{(3)})^2}, & \text{если } \dot{i} > A_5 \\ A_4, & \text{если } \dot{i} \leq A_5 \end{cases}$
7..	$\mu = A_1 + A_2 F_n; \quad 0 \leq \mu \leq 1$
8..	$\mu = \begin{cases} A_1 + t(A_3 - A_1) / A_2, & \text{если } t < A_2 \\ A_3, & \text{если } t > A_2 \end{cases}$
9..	$\mu = \begin{cases} A_1 + A_3 x_{(2)} + A_4 x_{(3)}, & 2D \text{ (двухмерный случай)}; \\ A_1 + A_3 x_{(1)} + A_4 x_{(2)} + A_5 x_{(3)}, & 3D \text{ (трехмерный случай)}; \end{cases} \quad 0 \leq \mu \leq A_2$
12..	$\mu = \frac{1 - \exp(-A_2 F_n)}{F_n / A_1}$

13..	$\mu = A_2 + (A_2 - A_1) \exp(-A_3 F_n)$
$A_1 \dots A_3$ – постоянные, которые вводятся в диалоге; $x_{(i)}$ – координаты; $\chi_{(i)}$ – координаты локальной системы скольжения (sliding); F_n, T_n контактные силы и тяга; \dot{u} – скорость взаимного скольжения; t – время	

В этой таблице **FRICMOD** – переменная, назначаемая в поле „Friction Model” на диалоговой панели, изображенной на рис.8.3. А на рис.8.2 в поле „Friction” задается значение A_1 .

Если рассматривать величину $\tau = F_\tau / \mu \cdot F_n$, то $\tau \leq 1$. Естественно, что при отсутствии взаимного проскальзывания $\dot{u} = 0$ и $|\tau| < 1$, а при проскальзывании $sign(\dot{u}) = sign(\tau)$ и $|\tau| = 1$.

Для применения закона трения в NX Nastran создается функция трения. Старый вариант функции трения (для SOL 101, 103, 111, 112) задавался неявно как непрерывная функция $\gamma(\dot{u}, \tau) = 0$ в виде

$$\tau + \gamma - \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{\dot{u} - \gamma}{\varepsilon_T}\right) = 0, \tag{П8.14}$$

что изображена на рис.П8.1-а и где ε_T – малый параметр. Новый вариант функции трения (для SOL 601, 701) изображен на рис.П8.1-б (из „Help”). Это полилинейная функция.

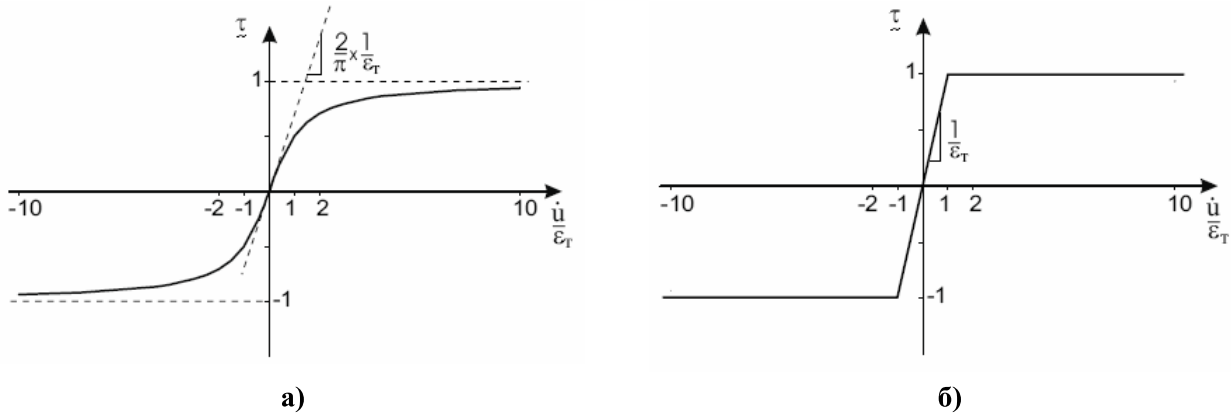


Рис.П8.1 – Графики функций трения

П8.3 Модели контакта

В NX Nastran 7.1 есть три метода решения контактных задач:

- метод функции кинематических ограничений (**Constraint-function method**);
- метод множителей Лагранжа (**Lagrange multiplier (segment) method**). Требуется, чтобы все тела модели имели отдельные (свои) условия закрепления;
- метод жестких ограничений (**Rigid target method**).

В *методе функции кинематических ограничений* применяется функция

$$w(g, \lambda) = g\lambda = 0; \quad g \geq 0; \quad \lambda \geq 0 \tag{П8.15-а}$$

(старый вариант, для SOL 101, 103, 111, 112) или (новый вариант для SOL 601, 701) $w(g, \lambda) = g\lambda = \varepsilon_N; \quad g \geq 0; \quad \lambda \geq 0$, которая имеет другую (эквивалентную) запись, приведенную в „Help”:

$$w(g, \lambda) = \frac{g + \lambda}{2} - \sqrt{\left(\frac{g - \lambda}{2}\right)^2 + \varepsilon_N} = 0, \tag{П8.15-б}$$

где g и λ – числа, соответствующие величинам зазора и нормальной контактной силы F_n , а ε_N – малый параметр. Графики этих функций изображены на рис.8.2 (увеличение ε_N увеличивает радиус перехода от горизонтали до вертикали графика).

Вариант (Д5.15-б) приводит к повышенной скорости сходимости алгоритма, поскольку функция (Д5.15-б) не имеет изломов и дифференцируется.



Рис.П8.2 – Графики функций ограничений

В методе функции кинематических ограничений первый шаг – неконтактное решение. Выявляются зоны проникновения одного тела в другое, в этих местах (в узлах) прикладываются дополнительные сжимаемые (контактные) силы, которые потом в итерациях уточняются так, чтобы не было взаимопроникновения тел. Для вычисления этих дополнительных сжимающих сил используется оригинальный алгоритм, обеспечивающий довольно быструю сходимость контактных итераций.

Метод множителей Лагранжа приводит к добавлению к глобальной СЛАУ дополнительных уравнений и неизвестных – множителей Лагранжа, приобретающих смысл контактных усилий. Записываются выражения для ограничений на поверхности контакта S_K в виде неравенств:

$$([b]\{q\} - \{\delta\})|_{S_K} \geq 0, \tag{П8.16}$$

где $[b]$ – матрица кинематических ограничений; $\{\delta\}$ – вектор натягов; которые (неравенства) умножаются на множители Лагранжа λ_m и результат прибавляется к полной энергии системы Π_0 :

$$\Pi = \Pi_0 + \{\lambda\}^T ([b]\{q\} - \{\delta\}), \tag{П8.17}$$

причем считается, что (сравните с (П8.15-а))

$$\lambda_m \geq 0; \quad \{\lambda\}^T ([b]\{q\} - \{\delta\})|_{S_K} = 0. \tag{П8.18}$$

В соответствии с теоремами Джона и Куна-Такера нелинейного программирования ищется минимум функционала (П8.17), в результате чего формируется СЛАУ и выясняется физический смысл множителей Лагранжа для этого класса задач: узловые контактные давления. Путем выбора вида матрицы кинематических ограничений $[b]$ можно организовать схему контакта типа „узел в поверхность”. Усилия проскальзывания могут определяться в итерациях в соответствии с законом трения.

Метод жестких ограничений (метод штрафа) применяется в разнообразных формах. Кроме прямого формулирования к нему сводятся методы введения безтолщинной контактной прослойки или контактных элементов со специальными свойствами. В результате к функционалу, описывающему общую энергию системы контактирующих тел, добавляется функционал, который отражает работу контактных усилий, квадратичный по узловым перемещениям контактных узлов, и параметры штрафа, что присутствуют в чистом виде, в виде характеристик контактной прослойки или в виде контактных конечных элементов. Минимизация полученного функционала приводит к созданию симметричной, положительно определенной СЛАУ. Недостаток метода: точность решения связана с выбором параметров штрафа. В NX Nastran 7.1 реализован вариант с созданием контактной прослойки, имеющей разные значения параметров жесткости (штрафа) в нормальном и касательном к поверхности контакта направлениях.

В одномерном случае множители штрафа имеют размерность 1/длина, а физическую интерпретацию – осевая жесткость стрержня длиной L , с площадью сечения A и модулем Юнга материала E , а именно $K = E \cdot A \cdot L$. Изменять (от принятых разработчиками NX Nastran) значения этих множителей есть смысл лишь тогда, когда конечно-элементная сетка

зоны контакта имеет или очень большие, или очень маленькие длины поверхностей КЭ вблизи края контакта.

Существенно заниженные значения множителей штрафа (в нормальном направлении) приводят к чрезмерному взаимному проникновению поверхностей контакта, а существенно завышенные значения – к снижению скорости сходимости алгоритма. Обычно удается автоматизировать выбор оптимальных значений этих параметров, что и сделано в NX Nastran 7.1.

Повышение скорости сходимости алгоритма часто происходит при увеличении количества точек на поверхности КЭ, из которых ищутся оппозитные контактные точки. Возможность изменять такое количество введено в NX Nastran 7.1 (см. табл.8.1).

Для получения решения *динамических* задач типа 103, 11 и 112 (см. табл.4.2) считается, что при колебаниях реализуется конфигурация контактных поверхностей, найденная при решении статической контактной задачи. Иногда это предположение верно (например, при предварительно напряженном контакте), иногда – нет.

Приложение 9

СТРУКТУРИРОВАННЫЕ И НЕСТРУКТУРИРОВАННЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ В NX Nastran 7.1

В NX Nastran 7.1 есть „структурированные” и „неструктурированные” типы задач. Основные типы „структурированных” задач, которые введены в список „**Analysis Type**” диалоговой панели „**Analysis Set**” (см. рис.4.13-б), приведен в таблице 4.2 Раздела 4.2.2. Другие „структурированные” типы задач приведены в таблице П9.1, а „неструктурированные” – в таблице П9.2.

Таблица П9.1. Кодирование других „структурированных” типов краевых задач в NX Nastran 7.1

Идентификатор	Код	Тип краевой задачи
CYCSTATX	114	Циклическая симметрия, задача о НДС, статика (Superelement Static Analysis)
CYCMODE	115	Циклическая симметрия, задача о собственных частотах (Superelement Normal Modes Analysis)
CYCBUCKL	116	Циклическая симметрия, устойчивость (Cyclic Buckling)
CYCFREQ	118	Циклическая симметрия, прямой частотный/гармонический анализ (Superelement Direct Frequency Response)
AESTAT	144	Статическая аэроупругая реакция (Static Aeroelastic Response)
SEFLUTTR	145	Аэродинамический флаттер (Aerodynamic Flutter)
SEAERO	146	Аэроупругая реакция (Aeroelastic Response)
DDAM	187	Метод анализа динамического нагружения проекта (Dynamic Design Analysis Method – DDAM analysis)
DBTRANS	190	Трансформация базы данных (Database Transfer, <i>NX Nastran User's Guide</i> , Section 17.8.)

Таблица П9.2. Кодирование „неструктурированных” типов краевых задач в NX Nastran 7.1

Идентификатор	Код	Тип краевой задачи
STATICS1	1	Статическая задача о НДС и линейная теплопроводность (Statics and Linear Heat Transfer)
MODES	3	Собственные частоты колебаний (Normal Modes)
GNOLIN	4	Геометрическая нелинейность, задача о НДС (Geometric Nonlinear)
BUCKLING	5	Устойчивость (Buckling)
DCEIG	7	Прямой комплексный анализ собственных форм колебаний (Direct Complex Eigenvalues)
DFREQ	8	Прямой анализ частотной характеристики (Direct Frequency Response)
DTRAN	9	Прямой анализ переходной характеристики (Direct Transient Response)
MCEIG	10	Модальный комплексный анализ собственных форм колебаний (Modal Complex Eigenvalues)
MFREQ	11	Модальный анализ частотной характеристики (Modal Frequency Response)
MTRAN	12	Модальный анализ переходной характеристики (Modal Transient Response)
CYCSTAT	14	Циклическая симметрия, задача о НДС, статика (Cyclic Statics)
CYCMODES	15	Циклическая симметрия, задача о собственных частотах (Cyclic Modes)
CYCBUCK	16	Циклическая симметрия, устойчивость (Cyclic Buckling)

Возможность решения NX Nastran не основных типов задач зависит от условий контракта, по которому поставляется программа.

Приложение 10

ЗНАЧЕНИЯ ОПЦИИ „Diagnostics” ДИАЛОГОВОЙ ПАНЕЛИ „NASTRAN Executive and Solution Options”

В „Help”, NX Nastran 7.1. **Quick Reference Guide, Chapter 3...7**, стр. 106... 781 приведены сведения о параметрах NX Nastran 7.1 для разных типов задач. Каждый из параметров может иметь несколько значений. Это очень значительный объем данных. Поскольку в „Help” эти данные есть, то они здесь не приводятся. За одним исключением: параметра **DIAG**.

Значение опции „Diagnostics” диалоговой панели „NASTRAN Executive and Solution Options” передается внутреннему параметру **DIAG**, который руководит выводом диагностики. В таблицы помещен перевод сведений о значении параметра **DIAG** из книги **NX Nastran. Quick Reference Guide** (файл QRG.pdf, стр. 116-120). При необходимости, несколько значений этого параметра вводятся через запятую, например: **DIAG=4,17,32**.

DIAG	Действие параметра
1	Создать дампы памяти в случае непредвиденной фатальной ошибки
2	Печатать информацию директории базы данных перед и после формулирования каждой переменной DMAP. Печатать информацию объединенного буфера
3	Печатать „DATABASE USAGE STATISTICS” после выполнения каждого функционального модуля. Это сообщение – такое же именно, как и после завершения работы
4	Печатать таблицы перекрестных ссылок для созданных последовательностей. Эквивалентно формулированию COMPILER REF
5	Печатать время BEGIN (начала) на экране оператора для каждого функционального модуля
6	Печатать время END (конца) на экране оператора и в файл для каждого функционального модуля. Программные модули, которые используют меньше времени, чем назначено в SYSTEM(20), не создают сообщения
7	Печатать диагностику расчета собственного значения для метода комплексного решения (Complex Determinate method)
8	Печатать матричные следы (trailers) как и для таблицы отчета процесса решения
9	Не используется
10	Использовать альтернативную нелинейную нагрузку в линейном анализе переходных процессов. Замещать N_{n+1} на $(N_{n+1} + N_n + N_{n-1})/3$
11	Диагностика DBLOAD, DBUNLOAD и DBLOCATE
12	Печатать диагностику добывания собственного значения для комплексных методов „Inverse Power”, „Lanczos” и „ISRR”
13	Печатать длину открытого ядра (значение REAL на VAX компьютерах)
14	Печатать последовательность решений. Эквивалентно команде COMPILER LIST
15	Печатать матричные следы (trailers)
16	Трассировать добывание действительного собственного значения, метод „Inverse Power”
17	Выводить в файл *.pch последовательность решений. Эквивалентно команде COMPILER DECK
18	В аэроупругом анализе печатать внутренние сетевые точки, которые указаны в „SET2 Bulk Data”
19	Печатать данные для методов MPYAD и FBS отбора в таблице отчета процесса решения
20	Подобно DIAG=2, но диагностика появляется в исходном файле в таблице отчета процесса решения, имеет короткий и удобный формат. Однако файл *.f04 будет очень большим. Также выводится диагностика DBMGR, DBFETCH и DBSTORE для DMAP. См. <i>NX Nastran DMAP Programmer’s Guide</i>
21	Печатать таблицу диагностики DBDIR и DBENTRY
22	EQUIV и EQUIVX модули диагностики

23	Не используется
24	Печатать файлы, которые открыты в конце выполнения модуля. Также печатать диагностику DBVIEW
25	Выводить диагностику внутреннего участка
26	Динамическая диагностика размещения файла на компьютерах IBM/MVS
27	Выводить таблицу процесса чтения файла введения данных (IFP). См. <i>NX Nastran Programmer's Guide</i> , Section 4.3
28	Выводить в файл *.pch таблицу спецификации соединений (XBSBD). Секции „Bulk Data” и „Case Control” игнорировать, решение краевой задачи не выполнять
29	Модификация таблицы спецификации процесса подключения. Секции „Bulk Data” и „Case Control” игнорировать, решение краевой задачи не выполнять
30	В первом подключении (link) выводить в файл *.pch данные XSEM (т.е. двух наборов через DIAG 1 ... 15) Секции „Bulk Data” и „Case Control” игнорировать, решение краевой задачи не выполнять. После первого подключения (link) это включает вывод BUG. Также используется модуль MATPRN. См. также „Remark 5” для “TSTEP” на странице 1856, запись „Bulk Data”
31	Печатать таблицу спецификации связей и листинг свойств модуля (MPL). Секции „Bulk Data” и „Case Control” игнорировать, решение краевой задачи не выполнять
32	Печатать диагностику для XSTORE и PVA
33	Не используется
34	Отключить участок линейной оптимизации
35	Печатать диагностику для трехмерного контактного (КЭ типа Slideline) анализа для типов задачи 106 и 129
36	Печатать большие таблицы, которые будут генерироваться GP0 модулем в р-версии анализа
37	Отключить опцию тестирования конгруэнтности суперэлементов и игнорировать фатальные сообщения 4277 и 4278. Есть лучший альтернативный параметр CONFAC. См. “Parameters” на странице 600
38	Печатать углы материалов в КЭ типа CQUAD4, CQUAD8, CTRIA3 и CTRIA6 (только для КЭ, что определяются MCID в позиции 8 записи)
39	Трассировать модуль FA1 в задачах типа 145 и 146
40	Печатать информацию об отличии связей / усреднения для граней и лицевых поверхностей в р-адаптивном анализе
41	Трассировать GINO операции OPEN/CLOSE (открыть/закрыть файл)
42	Не используется
43	Не используется
44	Печатать мини-дампы памяти для фатальных ошибок и подавлять вывод сообщений пользователю
45	Печатать ту же самую информацию каталога базы данных как и DIAG 2, но после каждого DMAP формулирования
46	Используется специалистами фирмы UGS для печатания GINO
47	Печатать диагностику DBMGR, DBFETCH и DBSTORE для DMAP
48	Используется специалистами фирмы UGS для печатания GINO
49	Печатать таблицу суммарного времени выполнения DMAP
50	Трассировать процесс нелинейного анализа в задачах типа 106, 129, 153 и 159. Печатать статус субнабора (subcase), отображать на экране NLPARM, NLPCI и TSTEPNL области вывода; печатать начальные длины дуг (arc-length). Печатать итерационные итоги для типов задачи 129 и 159. В стационарном аэроупругом анализе (тип задачи 144) печатать информацию о преобразовании, связанных с генерацией DJX матрицы в ADG модули и промежуточной информации решения в ASG модули
51	Печатать промежуточные перемещения, векторы погрешностей нагрузок и дополнительную информацию в итерациях, полезную для отладки в типах задач 106, 129, 153 и 159
52	Отключить печатание погрешностей для каждого временного шага в типах задач 129 и 159
53	Сообщение (MESSAGE) вывода напечатать также в таблице отчета выполнения
54	Печатать диагностику отладки (debug) при компоновании
55	Печатать время выполнения

56	Печатать расширенную таблицу отчета выполнения (все формулирования DMAP и удаления RESTARTа)
57	Печатать управляющую таблицу (XDIRLD) выбора времени выполнения и диагностику последнего шага (LTU)
58	Выводить блок данных удаления отладки (debug) и временных постоянных
59	Выводить буферу отладки
60	Печатать диагностику для очищения блока данных в конце каждого выполненного модуля в подпрограммах DBCLN, DBEADD и DBERPL
61	Диагностика распределения блока GINO
62	Диагностики менеджмента блока GINO
63	Печатать каждый пункт проверки модуля RESTART, и его NDDL описание
64	Установить совместимость сверху книзу DMAP преобразования только для MSC.Nastran от версии 65. Игнорируется в версиях 70.5 MSC.Nastran и всех более поздних

Дополнительную информацию рекомендовано получать из раздела **NX Nastran Output Files** в **NX Nastran User’s Guide**.

DMAP – это последовательность алгоритмов для получения решения задачи.

Приложение 11

ХАРАКТЕРНЫЕ СООБЩЕНИЯ NX Nastran 7.1

Общее количество сообщений – сотни. Чтобы получить их полный набор, нужно командой **Help→Analysis** вызвать программу, инсталлированную в операционной системе (Internet Explorer, Opera или другую), которая обслуживает справочную систему **NX Nastran for FEMAP Analysis Help**. Левая часть окна будет иметь вид, изображенный на рис.П11.1-а, т.е. будет отображать соответствующий раздел справки (применялась программа Opera).

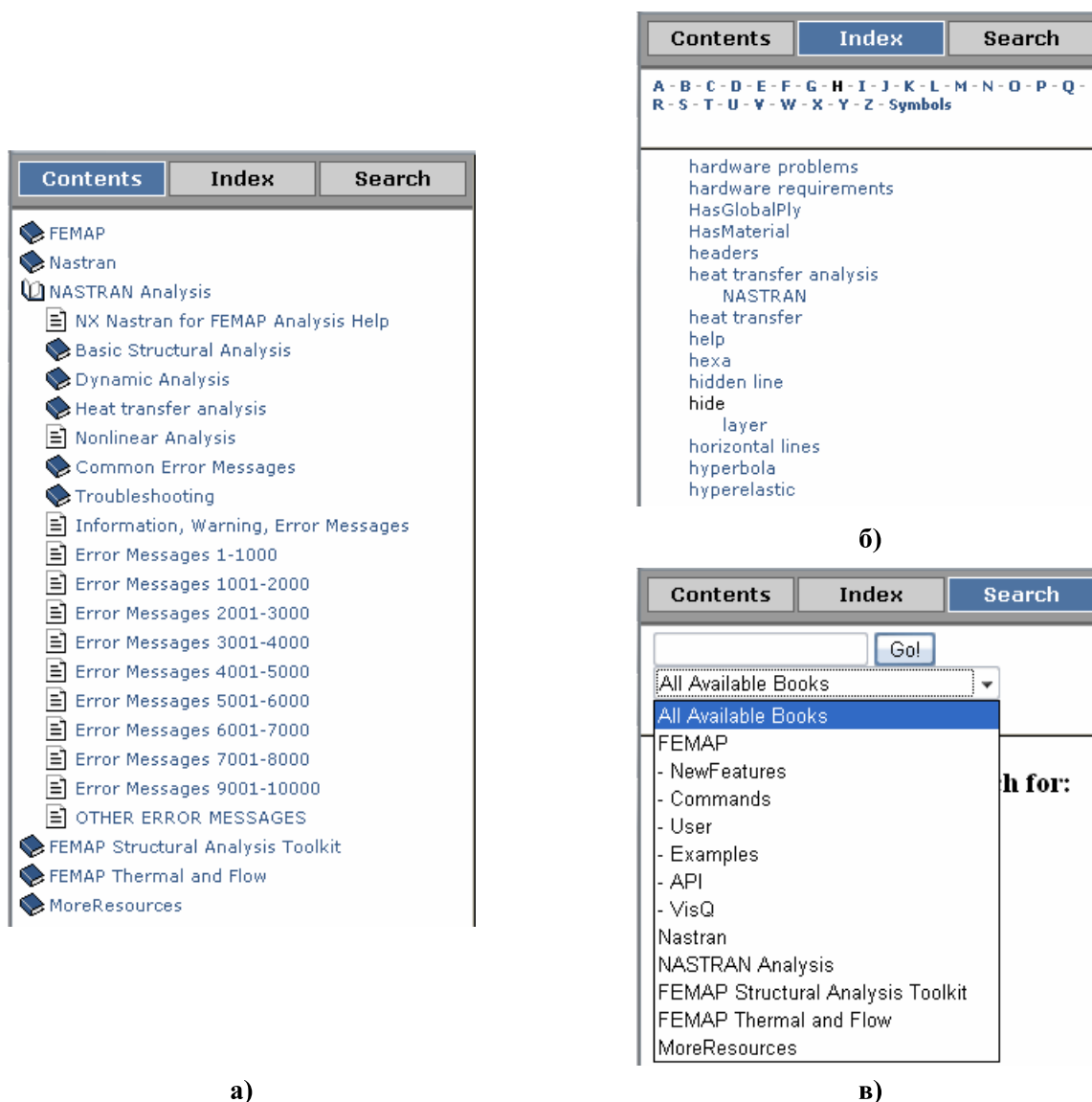


Рис.П11.1 – Диалоговые панели справочника NX Nastran для: а) – выбора раздела; б) – выбора конкретного сообщения из таблицы индексов; в) – автоматического поиска

Для выбора справки с конкретным номером сообщения об ошибке необходимо инициализировать раздел **Error Messages ...**, содержащий сообщение с соответствующим номером. В правой части окна появится содержание раздела. Если нужно найти объяснение к какому-то понятию, то можно перейти на вкладку „**Index**” (см. рис.П11.1-б), выбрать из списка необходимую первую букву ключевого слова и найти его в списке, который появится ниже; или перейти на вкладку „**Search**” (см. рис.П11.1-в), ввести с клавиатуры одно или большее количество слов для автоматического контекстного поиска, выбрать из списка часть справочника, в которой проводить поиск и дать команду „**Go**”.

Если поиск дал результат, то необходимо из появившегося списка выбрать один из разделов и инициировать его.

В таблице приведены лишь те сообщения об ошибках, которые возникают чаще всего.

Сообщение	Возможные причины	Способ исправления
You are not authorized for this analysis ...	Неверный код защиты FEMAP. Программное обеспечение перемещено на другой винчестер или другую ПЭВМ, обновлен состав ПЭВМ	Обновить код защиты
3060 *** USER FATAL MESSAGE 3060, SUBROUTINE ***** - OPTION **** NOT IN APPROVED LIST.	Неверный код защиты NX Nastran	- “ -
Error Code 9002	Не найден нужный файл	Обновить состав SPLMS.Fv10.2.0
Your Analysis Failed (Return code=-20)	Неполное задание характеристик материалов или граничных условий; исчерпана память на винчестере	Просмотреть и отредактировать характеристики материалов. Очистить дисковое пространство. Переместить рабочую папку на диск со значительным объемом свободной дисковой памяти
MESSAGE 9050 (SEKRRS) - RUN TERMINATED DUE TO EXCESSIVE PIVOT RATIOS	Недопустимое значение диагонального элемента матрицы CAУ. Тело может двигаться как жесткое тело (механизм). Задача имеет бесконечное количество решений	Соединить совпадающие узлы. Просмотреть (особенно – степени вращения узлов у КЭ балочного типа) и отредактировать условия закрепления
Warning Message 4420 - The following degrees of freedom are potentially singular	Возможно, тело закреплено недостаточно	- “ -
USER WARNING MESSAGE 2148 - SPCD on a Point not in the S-set. Grid XXXX	Попытка применить степень свободы узла, которая не имеет достаточных условий закрепления	- “ -
USER FATAL MESSAGE 4276 Error Code xxx.	Недостаточные ресурсы ПЭВМ	Настроить операционную память. Добавить памяти (операционной, дисковой)
USER FATAL MESSAGE 5271. The ratio of the longest edge to the shortest altitude exceeds 100.	Длины сторон КЭ отличаются больше чем в 100 раз	Удалить конечно-элементную сетку (КЭС), создать новую КЭС с другими параметрами (диаметр КЭ, разметка геометрических элементов, коэффициент увеличения размеров КЭ и т.п.)
USER FATAL MESSAGE 4296 (4297). ILLEGAL GEOMETRY FOR ELEMENT WITH ID = XXXX	Неверная геометрия КЭ с указанным номером	- “ -
USER FATAL MESSAGE 316 - Illegal data on Bulk Data Card XXXX	Неполное задание характеристик материалов. Чаще за всего – нулевое значение модуля Юнга или коэффициента Пуассона	Просмотреть и отредактировать характеристики материалов
USER FATAL MESSAGE 4683, (***) MATRIX NEEDED FOR EIGENVALUE ANALYSIS	Матрица масс, необходимая для анализа собственного значения. Чаще всего – нулевое значение плотности материала	- “ -

<p>USER FATAL MESSAGE 1259 (GETLIN). PRE-PROCESSOR CONTROL VALIDATION FAILED</p>	<p>Наличие в наименованиях недопустимых знаков</p>	<p>Заменить знаки на латиницу, цифры, знак _ и т.п.</p>
<p>USER FATAL MESSAGE 1019 (OPNPFL), FORTRAN UNIT OPEN ERROR, IOSTAT = *****, *****, LOGICAL = ***** FILE = *****</p>	<p>Ошибка при открытии файла. Наличие недопустимых знаков в наименовании файла или отсутствие файла</p>	<p>- “ -</p>
<p>USER FATAL MESSAGE 4298, A CORNER POINT MEMBRANE THICKNESS HAS NOT BEEN SPECIFIED FOR ELEMENT WITH ID =</p>	<p>Не указан некоторый обязательный параметр КЭ, например, толщина КЭ типа PLATE</p>	<p>Просмотреть и отредактировать геометрические характеристики КЭ (в Property)</p>
<p>SYSTEM FATAL MESSAGE 5299 (TEXT VARIES DEPENDING ON REASON FOR TERMINATION; SEE DESCRIPTION GIVEN BELOW.)</p>	<p>Использовался метод Ланцоша (частотный анализ). Причина: 1. Недостаточный размер памяти; 2. Модель может двигаться как жесткое целое, поэтому имеет нулевую частоту собственных колебаний; 3. Модель имеет значительный разрыв в значениях собственных частот; 4. Модель имеет отделенные узлы</p>	<p>1. Добавить памяти (операционной, дисковой) или уменьшить размер задачи; 2. Задать начальное значение частоты (Lowest Freq, Hz) меньше или больше 0; 3. Проводить анализ собственных частот отдельными блоками; 4. Удалить отделенные узлы</p>

Приложение 12

ОСНОВНЫЕ ВЕКТОРЫ – РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Приведены основные (не все) векторы – результаты расчетов краевых задач о тепловом и напряженно-деформированном состоянии тела, выбираемые с помощью диалоговой панели „Select PostProcessing Data” (см. рис.9.16-а).

Вектор FEMAP	Объяснение
Тепловое состояние	
31..Temperature	Температура
59..Thermal Constraint Load	Термическая нагрузка в окрестности приложения ГУ 1-го рода (температуры)
60..Thermal Applied Load	Термическая нагрузка в окрестности приложения ГУ 2-го рода (теплого потока)
159..Thermal MultiPoint Load	Термическая многоточечная нагрузка
80010..Elem X Temp Gradient	Температурный градиент в направлении оси X
80011..Elem Y Temp Gradient	Температурный градиент в направлении оси Y
80012..Elem Z Temp Gradient	Температурный градиент в направлении оси Z
80013..Elem Total Temp Gradient	Температурный градиент суммарный
80020..Elem X Heat Flux	Тепловой поток в направлении оси X
80021..Elem Y Heat Flux	Тепловой поток в направлении оси Y
80022..Elem Z Heat Flux	Тепловой поток в направлении оси Z
80023..Elem Total Heat Flux	Тепловой поток суммарный
80030..Elem Applied Load	Приложенная нагрузка
80031..Elem Free Convection	Свободная конвекция
80032..Elem Forced Convection	Принудительная конвекция
80033..Elem Radiation	Излучение
80034..Elem Total Heat Flow	Тепловой поток суммарный (от конвекции и радиации)
Напряженно-деформированное состояние	
1..Total Translation	Суммарное перемещение
2..T1 Translation	Перемещение в направлении оси X
3..T2 Translation	Перемещение в направлении оси Y
4..T3 Translation	Перемещение в направлении оси Z
5..Total Rotation	Суммарный поворот
6..R1 Rotation	Поворот вокруг оси X
7..R2 Rotation	Поворот вокруг оси Y
8..R3 Rotation	Поворот вокруг оси Z
11..Total Velocity	Суммарная скорость
12..T1 Velocity	Скорость движения в направлении оси X
13..T2 Velocity	Скорость движения в направлении оси Y
14..T3 Velocity	Скорость движения в направлении оси Z
15..Total Ang Velocity	Суммарная угловая скорость вращения
16..R1 Angular Velocity	Угловая скорость вращения относительно оси X
17..R2 Angular Velocity	Угловая скорость вращения относительно оси Y
18..R3 Angular Velocity	Угловая скорость вращения относительно оси Z
21..Total Acceleration	Суммарное ускорение
22..T1 Acceleration	Ускорение движения в направлении оси X
23..T2 Acceleration	Ускорение движения в направлении оси Y
24..T3 Acceleration	Ускорение движения в направлении оси Z
25..Total Ang Acceleration	Суммарное угловое ускорение
26..R1 Angular Acceleration	Угловое ускорение движения вокруг оси X
27..R2 Angular Acceleration	Угловое ускорение движения вокруг оси Y
28..R3 Angular Acceleration	Угловое ускорение движения вокруг оси Z
41..Total Applied Force	Суммарные приложенные силы
42..T1 Applied Force	Приложенные силы в направлении оси X
43..T2 Applied Force	Приложенные силы в направлении оси Y
44..T3 Applied Force	Приложенные силы в направлении оси Z
45..Total Applied Moment	Суммарный приложенный момент
46..R1 Applied Moment	Приложенный момент относительно оси X
47..R2 Applied Moment	Приложенный момент относительно оси Y
48..R3 Applied Moment	Приложенный момент относительно оси Z
51..Total Constraint Force	Суммарные реакции связей
52..T1 Constraint Force	Реакции связей в направлении оси X
53..T2 Constraint Force	Реакции связей в направлении оси Y

54..T3 Constraint Force	Реакции связей в направлении оси Z
55..Total Constraint Moment	Суммарный момент связей
56..R1 Constraint Moment	Момент связей относительно оси X
57..R2 Constraint Moment	Момент связей относительно оси Y
59..R3 Constraint Moment	Момент связей относительно оси Z
225..Contact Pressure	Контактное давление
226..Total Contact Traction	Полная контактная тяга
227..T1 Contact Traction	Контактная тяга в направлении оси X
228..T2 Contact Traction	Контактная тяга в направлении оси Y
229..T3 Contact Traction	Контактная тяга в направлении оси Z
230..Total Contact Force	Полная контактная сила
231..T1 Contact Force	Контактная сила в направлении оси X
232..T2 Contact Force	Контактная сила в направлении оси Y
233..T3 Contact Force	Контактная сила в направлении оси Z
3075..Bar End Pt1 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 1 конца А КЭ типа Bar (брус)
3076..Bar End Pt2 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 2 конца А КЭ типа Bar
3077..Bar End Pt3 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 3 конца А КЭ типа Bar
3078..Bar End Pt4 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 4 конца А КЭ типа Bar
3083..Bar End Pt1 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 1 конца В КЭ типа Bar
3084..Bar End Pt2 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 2 конца В КЭ типа Bar
3085..Bar End Pt3 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 3 конца В КЭ типа Bar
3086..Bar End Pt4 Bend Stress	Напряжения изгиба в точке 4 конца В КЭ типа Bar
3107..Bar End Axial Stress	Осевые напряжения в сечении конца А КЭ типа Bar
3109..Bar End Max Comb Stress	Максимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца А КЭ типа Bar
3110..Bar End Min Comb Stress	Минимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца А КЭ типа Bar
3111..Beam End Max Comb Stress	Максимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца В КЭ типа Bar
3112..Bar End Min Comb Stress	Минимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца В КЭ типа Bar
3139..Beam End Pt1 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 1 конца А КЭ типа Beam (балка)
3140..Beam End Pt2 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 2 конца А КЭ типа Beam
3141..Beam End Pt3 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 3 конца А КЭ типа Beam
3142..Beam End Pt4 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 4 конца А КЭ типа Beam
3151..Beam End Pt1 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 1 конца В КЭ типа Beam
3152..Beam End Pt2 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 2 конца В КЭ типа Beam
3153..Beam End Pt3 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 3 конца В КЭ типа Beam
3154..Beam End Pt4 Comb Stress	Суммарные (нормальные) напряжения в точке 4 конца В КЭ типа Beam
3164..Beam End Max Comb Stress	Максимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца А КЭ типа Beam
3165..Beam End Min Comb Stress	Минимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца А КЭ типа Beam
3166..Beam End Max Comb Stress	Максимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца В КЭ типа Beam
3167..Beam End Min Comb Stress	Минимальные суммарные (нормальные) напряжения в сечении конца В КЭ типа Beam
3168..Beam Tension M.S.	Запас прочности (Margin Safety) при растяжении КЭ типа Beam
3169..Beam Compression M.S.	Запас прочности (Margin Safety) при сжатии КЭ типа Beam
6043..Plate Top Fiber	Верхнее волокно КЭ типа Plate (пластина)
6044..Plate Bottom Fiber	Нижнее волокно КЭ типа Plate
7020..Plate Top X Normal Stress	Нормальные напряжения в направлении оси X на верхней поверхности КЭ типа Plate
7021..Plate Top Y Normal Stress	Нормальные напряжения в направлении оси Y на верхней поверхности КЭ типа Plate
7022..Plate Top XY Shear Stress	Напряжения сдвига на верхней поверхности КЭ типа Plate
7026..Plate Top MajorPrn Stress	Наибольшие главные напряжения на верхней поверхности КЭ типа Plate
7027..Plate Top MinorPrn Stress	Наименьшие главные напряжения на верхней поверхности КЭ типа Plate
7029..Plate Top PrnStress Angle	Углы наклона главных напряжений на верхней поверхности КЭ типа Plate
7030..Plate Top Mean Stress	Средние напряжения на верхней поверхности КЭ типа Plate (полуусумма главных напряжений)
7031..Plate Top MaxShear Stress	Максимальные напряжения сдвига на верхней поверхности КЭ типа Plate
7033..Plate Top VonMises Stress	Эквивалентные напряжения по гипотезе энергии формоизменения (Мизеса) на верхней стороне КЭ типа Plate
7206..Plate X Membrane Force	Мембранные усилия в КЭ типа Plate в направлении оси X
7207..Plate Y Membrane Force	Мембранные усилия в КЭ типа Plate в направлении оси Y
7208..Plate XY Membrane Force	Усилие сдвига в срединной поверхности КЭ типа Plate
7211..Plate X Bending Moment	Сгибающий момент в КЭ типа Plate в направлении оси X
7212..Plate Y Bending Moment	Сгибающий момент в КЭ типа Plate в направлении оси Y
7213..Plate XY Bending Moment	Момент сдвига в КЭ типа Plate
7214..Plate X TransShear Force	Поперечные силы в КЭ типа Plate в направлении оси X
7215..Plate Y TransShear Force	Поперечные силы в КЭ типа Plate в направлении оси Y
7420..Plate Bot X Normal Stress	Нормальные напряжения в направлении оси X на нижней поверхности КЭ типа Plate
7421..Plate Bot Y Normal Stress	Нормальные напряжения в направлении оси Y на нижней поверхности КЭ типа Plate

7423..Plate Bot XY Shear Stress	Напряжения сдвига на нижней поверхности КЭ типа Plate
7426..Plate Bot MajorPrn Stress	Наибольшие главные напряжения на нижней поверхности КЭ типа Plate
7427..Plate Bot MinorPrn Stress	Наименьшие главные напряжения на нижней поверхности КЭ типа Plate
7429..Plate Bot PmStress Angle	Угол наклона главных напряжений на нижней поверхности КЭ типа Plate
7430..Plate Bot Mean Stress	Средние напряжения на нижней поверхности КЭ типа Plate (полусумма главных напряжений)
7431..Plate Bot MaxShear Stress	Максимальные напряжения сдвига на нижней поверхности КЭ типа Plate
7433..Plate Bot VonMises Stress	Эквивалентные напряжения по гипотезе энергии формоизменения (Мизеса) на нижней стороне КЭ типа Plate
60010..Solid X Normal Stress	Нормальные напряжения в направлении оси X, объемный КЭ
60011..Solid Y Normal Stress	Нормальные напряжения в направлении оси Y, объемный КЭ
60012..Solid Z Normal Stress	Нормальные напряжения в направлении оси Z, объемный КЭ
60013..Solid XY Shear Stress	Касательные напряжения на площадке, нормальной к оси X, в направлении оси Y, объемный КЭ
60013..Solid YZ Shear Stress	Касательные напряжения на площадке, нормальной к оси Y, в направлении оси Z, объемный КЭ
60013..Solid ZX Shear Stress	Касательные напряжения на площадке, нормальной к оси Z, в направлении оси X, объемный КЭ
60016..Solid Max Prin Stress	Максимальные главные напряжения, объемный КЭ
60017..Solid Min Prin Stress	Минимальные главные напряжения, объемный КЭ
60018..Solid Int Prin Stress	Средние главные напряжения, объемный КЭ
60028..Solid Max Shear Stress	Максимальные касательные напряжения, объемный КЭ
60029..Solid Mean Stress	Средние напряжения, объемный КЭ
60031..Solid Von Mises Stress	Эквивалентные напряжения по гипотезе энергии формоизменения (Мизеса), объемный КЭ
60050..Solid X Normal Strain	Нормальные деформации в направлении оси X, объемный КЭ
60051..Solid Y Normal Strain	Нормальные деформации в направлении оси Y, объемный КЭ
60052..Solid Z Normal Strain	Нормальные деформации в направлении оси Z, объемный КЭ
60053..Solid XY Shear Strain	Угловые деформации площадки, принадлежащей плоскости XY, объемный КЭ
60054..Solid YZ Shear Strain	Угловые деформации площадки, принадлежащей плоскости YZ, объемный КЭ
60055..Solid ZX Shear Strain	Угловые деформации площадки, принадлежащей плоскости ZX, объемный КЭ
60056..Solid Max Prin Strain	Максимальные главные деформации, объемный КЭ
60057..Solid Min Prin Strain	Минимальные главные деформации, объемный КЭ
60058..Solid Int Prin Strain	Средние главные деформации, объемный КЭ
60059..Solid Max Shear Strain	Максимальные касательные деформации, объемный КЭ
60060..Solid Mean Strain	Средние деформации, объемный КЭ
60061..Solid Von Mises Strain	Эквивалентные деформации по гипотезе энергии формоизменения (Мизеса), объемный КЭ
60072..Solid Plastic Strain	Пластические деформации, объемный КЭ
60073..Solid Creep Strain	Деформации ползучести, объемный КЭ
2000001.Total Translation Real	Действительные части суммарного перемещения
2000002.T1 Translation Real	Действительные части перемещения в направлении оси X
2000003.T2 Translation Real	Действительные части перемещения в направлении оси Y
2000004.T3 Translation Real	Действительные части перемещения в направлении оси Z
3000001.Total Translation Image	Мнимые части суммарного перемещения
3000002.T1 Translation Image	Мнимые части перемещений в направлении оси X
3000003.T2 Translation Image	Мнимые части перемещений в направлении оси Y
3000004.T3 Translation Image	Мнимые части перемещений в направлении оси Z

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Пре/пост процессор FEMAP и анализатор NX Nastran адаптировано к ЭВМ с разными типами процессоров и с разными операционными системами, с одним или большим количеством процессоров (параллельные расчеты). Рассматриваемый комплекс FEMAP 10.2 & NX Nastran 7.1 (сокращенное название: SPLMS.Fv10.2.0), является неполной версией из этих и некоторых других программ обслуживания для ПЭВМ с операционной системой Windows NT. Основное назначение SPLMS.Fv10.2.0 для Windows – начальное обучение и расчеты относительно небольших задач нескольких основных типов. Кроме того, комплектация комплекса SPLMS.Fv10.2.0 и возможность решения им не основных типов задач зависит от условий контракта, по которому поставляется программа.

В этой книге описаны только основы работы в FEMAP для NX Nastran. Но если овладеть этим объемом информации, можно решать значительное число типов краевых задач, представленных в NX Nastran. Кроме того, FEMAP имеет интерфейс со многими другими программами, в которых реализован метод конечных элементов. Каждая из этих программ имеет свою специфику, описание которой (для FEMAP) требует много места. Но практика показывает, что почти всегда данные для них формируются и передаются неточно, с проблемами. Поэтому рекомендуют пользоваться „родными” пре- и постпроцессорами. Кроме того, все эти программы очень дорогие, поэтому редко одна фирма имеет несколько программ, которые может „обслуживать” FEMAP. Именно по этим причинам в книге не описано создание моделей и интерфейс с другими программами (не NX Nastran).

Кроме описанных в книге, FEMAP имеет и другие инструменты, команды и диалоги, очень простые для понимания, которые по этой причине не описаны в книге. В частности, некоторые команды меню „File” (общие для проекта действия), меню „List” (вывод данных в виде текста в окно „Messages” или файл).

В FEMAP и NX Nastran есть еще ресурсы, для использования которых нужно иметь специальную подготовку. Такая информация помещена в „Help”. Причем, кроме основных сведений в файлах формата HTML, есть еще значительное количество файлов в формате PDF (раздел „More Resources”). В частности, специалист может иметь прямой доступ в базу данных FEMAP. В FEMAP можно создавать новые макросы, для чего применяется язык программирования FEMAP. Подробные сведения о внутренних функциях, типах данных, описание разнообразных объектов и их свойств и т.п. помещены в файле ...\\FEMAPv102\\PDF\\api.pdf. А в файле ...\\FEMAPv102\\PDF\\neutral.pdf подробно описаны форматы двух типов файлов, которые применяются в FEMAP: **FEMAP Neutral File Format**, **FEMAP Material Definition File**.

Для FEMAP создана программа управления очередью задач с названием **Vis**, которая имеет две части: **Vis Server** и **Vis Client**. **Vis Client** используется на ЭВМ пользователя, посылает через сеть задания для расчетов, получает результаты расчетов. **Vis Server** руководит программным обеспечением ЭВМ, которая решает задачу (обычно это отдельная очень мощная многопроцессорная машина), очередью задач, файлами и каталогами на сервере. Наличие этой программы позволяет автоматизировать указанные процессы.

Расчеты краевых задач с помощью МКЭ становятся все более популярными. Но надо помнить, что эти расчеты – приближенные. Теоретически для получения более точного результата необходимо уменьшать расстояния между узлами конечно-элементной сетки и применять КЭ второго порядка аппроксимации (параболические), что приводит к резкому увеличению количества узлов и КЭ, а это, в свою очередь, нуждается в очень большой памяти (оперативной и дисковой) и требует огромного времени для решения системы алгебраических уравнений, порождаемой МКЭ. Кроме того, процесс создания расчетной модели (см. Раздел 1.6) часто не является простым. Это действительно творческий процесс, от качества которого зависит, в частности, не только точность и время проведения расчетов, а и правильность (сходимость) полученных результатов.

Многое зависит от наличия у пользователя профессиональных знаний из таких дисциплин, как сопротивление материалов, теория упругости, теория пластичности и ползучести, строительная механика, теория колебаний, численные методы и т.п. В Приложениях 4 ... 8 приведены лишь основные сведения по этим вопросам для общего (трехмерного) случая. Одномерные, двумерные и оболочечные КЭ имеют специфику, часто очень значительную. Эти сведения можно получить из литературных источников и „**Help**” программы.

ЛИТЕРАТУРА

Примечание. Наряду с форматом **HTML**, практически весь „**Help**” сохранен в файлах формата **PDF**. Ниже в списке литературы все эти документы названы. Для сокращения записей символом * помечена папка ...**FEMAPv102**\pdf. Документы из этой папки доступны с помощью команды **Help**→**Help Topics**→**More Resources**→**More Resources**→... (только поз. 1 ... 9). Символами ** помечена папка ...**FEMAPv102**\nastranhel\NXNastran\nast\mic\doc\docs\pdf. Документы из этой папки доступны с помощью команды **Help**→**NX Nastran**→**Help Library**—**PDF Collection** ... (только поз. 10 ... 19, 22, 23, 25, 29 ... 31). Символами *** помечена папка ...**FEMAPv102**\nastranhel\NXNastran\nast\mic\doc\docs. Документы из этой папки доступны с помощью команды **Help**→**NX Nastran**→ **Help Library**—**PDF Collection**... (только поз. 20, 21, 24, 26 ... 28). Поз. 32 ... 40 из „**Help**” почему-то недоступны. Литературой поз. 41 ... 76 автор пользовался в той или иной мере при подготовке этой книги.

1. What’s New in FEMAP. (*\newfeat.pdf)
2. FEMAP. Examples. Version 10.2. (*\examples.pdf)
3. FEMAP. User Guide. Version 10.2. (*\user.pdf)
4. FEMAP. Commands. Version 10.2. (*\commands.pdf)
5. Installation Guide. (*\network.pdf)
6. FEMAP. Topology Optimization. Version 10.2. (*\topology.pdf)
7. FEMAP. API Reference. Version 10.2. (*\api.pdf)
8. FEMAP Neutral File Format. FEMAP Material Definition File. (*\neutral.pdf).
9. VisQ. Queue Manager System Guide. Version 10.2. (*\visqman.pdf)
10. NX Nastran 7. Release Guide. (**\release_guide_7.pdf)
11. NX Nastran 7. Installation and Operations Guide. (**\cog.pdf)
12. NX Nastran 7. Quick Reference Guide. (**\QRG.pdf)
13. NX Nastran. Getting Started Tutorials. (**\get_start.pdf)
14. NX Nastran 7. User’s Guide. (**\User.pdf)
15. NX Nastran 7. Basic Dynamic Analysis User’s Guide. (**\basic_dynamics.pdf)
16. NX Nastran 7. Advanced Dynamic. Analysis User’s Guide. (**\adv_dyn.pdf)
17. NX Nastran 7. Superelement User’s Guide. (**\super.pdf)
18. NX Nastran 7. Design Sensitivity and Optimization User’s Guide. (**\optimization.pdf)
19. NX Nastran 7. Basic Nonlinear Analysis User’s Guide. (**\bas_nonlinear.pdf)
20. NX Nastran 7. Advanced Nonlinear Theory and Modeling Guide. (***\advanced_nonlinear\advanced_nonlinear_tmng.pdf)
21. NX Nastran. Handbook of Nonlinear Analysis (SOL 106). (***\nonlinear_106\nonlinear_106_NXN.pdf)
22. NX Nastran 7. Thermal Analysis User’s Guide. (**\thermal.pdf)
23. NX Nastran 7. Aeroelastic Analysis User’s Guide. (**\aero.pdf)
24. NX Nastran 7. Rotor Dynamics User’s Guide. (***\rotordynamics\rotordyn.pdf)
25. NX Nastran 7. DMAP Programmer’s Guide. (**\dmap.pdf)
26. NX Nastran 7. Parallel Processing Guide. (***\parallel_processing \parallel_processing_users_guide.pdf)
27. NX Nastran 7. Numerical Methods User’s Guide. (***\numerical\numerical.pdf)
28. NX Nastran. Nastran Theoretical Manual. (***\theoretical\theoretical_NXN.pdf)
29. NX Nastran 7. Element Library Reference. (**\element.pdf)
30. NX Nastran. Verification Manual. Version 7.0. (**\Verification.pdf)
31. NX Nastran. Glossary. (**\glossary.pdf)
32. FEMAP. Getting Started. (*\Getting Started.pdf)
33. Other Analysis Program Interfaces. (*\othertrans.pdf)

34. FEMAP v10.2. New Features and Corrections. Updates and Enhancements. (*\readme.pdf)
35. Welcome to FEMAP README for Previous Versions. (*\readprev.pdf)
36. NX Nastran 7. Advanced Nonlinear Theory and Modeling Guide. (***\collection\Final_NXN71-TMG-100519.pdf)
37. NX Nastran 7.1. DMAP Programmer's Guide. (***\nxn71_docs\dmap.pdf)
38. NX Nastran 7.1. Quick Reference Guide. (***\nxn71_docs\qrg.pdf)
39. NX Nastran 7.1. Release Guide. (***\nxn71_docs\release_guide_71.pdf)
40. NX Nastran 7.1. Advanced Nonlinear Theory and Modeling Guide. (***\nxn71_docs\tmg.pdf)
41. Бате Н., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.
42. Валях Е. Последовательно-параллельные вычисления. Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 456 с., ил.
43. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
44. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с., іл.
45. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
46. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984 – 333 с.
47. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 539 с.
48. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
49. Колтунов М.А., Кравчук А.С., Майборода В.П. Прикладная механика деформируемого твердого тела. – М.: Высш. школа, 1983 – 349 с.
50. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 608 с.
51. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под ред. А.С. Сахарова, И. Альтенбаха. – К.: Вища школа, Лейпциг: ФЭБ Фахбухферлаг, 1982. – 480 с.
52. Нестационарные тепловые процессы в энергетических установках летательных аппаратов / Коваленко Н.Д., Шмукин А.А., Гужва М.И., Махин В.В. – К.: Наук. думка, 1988. – 224 с.
53. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
54. Опір матеріалів: Підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський; За ред. Г.С. Писаренка. – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
55. Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 384 с.
56. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Изд-во МГУ, 1995. – 366 с.
57. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 712 с.
58. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
59. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій для розрахунків у MSC.Nastran: Посібник. К.: НТУУ „КПІ”, 2005. – 210 с., іл.
60. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій у MSC.visualNastran for Windows: Посібник. К.: НТУУ „КПІ”, 2005. – 218 с., іл.
61. Рудаков К.Н. UGS Femap 9.3. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К., 2009. – 296 с., ил.

62. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ „КПІ”, 2007. – 379 с.
63. Рычков С.П. MSC.visualNASTRAN для Windows. – М.: ИТ Пресс, 2004. – 552 с.: ил. (Проектирование и моделирование).
64. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учебн. пособие для вузов. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
65. Хан Х. Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения: Пер. с нем. – М.: Мир, 1988. – 344 с.
66. Хейгеман Л., Янг Д. Прикладные итерационные методы / Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 448 с.
67. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с., ил. (Серия „Проектирование”).
68. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC.visualNastran for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2004. – 704 с., ил. (Серия „Проектирование”).
69. K.J. Bathe. Finite Element Procedures. – Prentice Hall, 1996.
70. D. Chapelle, K.J. Bathe. The Finite Element Analysis of Shells. Fundamentals. – Springer, 2003.
71. Crisfield M.A. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Volume 1: Essentials. – John Wiley & Sons, 2000.
72. Crisfield M.A. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Volume 2: Advanced Topics. – John Wiley & Sons, 2000.
73. Doltsinis I. Large Deformation Processes of Solids. From Fundamentals to Numerical Simulation and Engineering Applications. – WIT Press, 2004.
74. Ogden R.W. Non-linear Elastic Deformations. – Dover, 1997.
75. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Fifth edition. Volume 1: The Basis. – Butterworth-Heinemann, 2000.
76. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Fifth edition. Volume 2: Solid Mechanics. – Butterworth-Heinemann, 2000.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Раздел 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ	6
1.1 Меню FEMAP	7
1.2 „Горячие” клавиши FEMAP	7
1.3 Переключатели, мнемонические меню, панели и кнопки FEMAP	8
1.4 Файлы FEMAP и NX Nastran	13
1.5 Настройка FEMAP	14
1.6 О создании расчетной модели	23
1.7 Уровни и группы	24
1.7.1 Уровни	24
1.7.2 Группы	25
1.8 Функции и макросы	30
1.8.1 Создание функций	30
1.8.2 Просмотр графиков функций	32
1.8.3 Создание макросов	32
Раздел 2 СОЗДАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕЛА	33
2.1 Импорт и экспорт геометрической модели тела	34
2.1.1 Импорт геометрической модели тела	34
2.1.2 Экспорт геометрической модели тела	38
2.2 Создание геометрической модели тела	39
2.2.1 Системы координат, ориентация и размеры изображения, рабочая плоскость	39
2.2.2 Введение точек	41
2.2.3 Построение линий	42
2.2.3.1 Построение прямых линий	43
2.2.3.2 Построение окружностей и их частей (дуг)	44
2.2.3.3 Построение линий сплайнами	45
2.2.3.4 Построение линий на поверхности	46
2.2.4 Построение поверхностей	48
2.2.5 Построение объемов и „твердых” тел	50
2.2.5.1 Построение объемов	50
2.2.5.2 Построение „твердых” тел	50
2.2.5.3 Очищение „твердых” тел	54
2.2.6. Общие операции с элементами геометрической модели	55
2.2.6.1 Операции копирования	55
2.2.6.2 Операции модификации	56
2.2.6.3 Операции контроля качества геометрии	57
2.2.6.4 Операции измерения	58
Раздел 3 СОЗДАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ТЕЛА	60
3.1 Задание свойств материалов	60
3.2 Задание атрибутов „Properties” конечных элементов	63
3.3 Создание конечно-элементной модели тела на основе геометрической модели	68
3.3.1 Подготовка к автоматическому созданию конечно-элементной сетки	68
3.3.1.1 Задание параметров автоматического создания конечно-элементной сетки	68

3.3.1.2 Назначение атрибутов конечно-элементной сетки геометрическим объектам	70
3.3.1.3 Упорядочивание будущей конечно-элементной сетки на поверхности	71
3.3.1.4 Исключение несущественных особенностей в „твердых” телах . . .	72
3.3.2 Создание конечно-элементной сетки тела или конструкции на основе геометрической модели	72
3.3.2.1 Задание параметров узлов и конечных элементов	72
3.3.2.2 Создание конечных элементов в точках	73
3.3.2.3 Создание конечно-элементной сетки на линиях	73
3.3.2.4 Создание двумерной и осесимметричной конечно-элементной сетки	73
3.3.2.5 Создание двумерной конечно-элементной сетки на основе срединных поверхностей	75
3.3.2.6 Создание трехмерной конечно-элементной сетки для „твердого” тела	76
3.3.2.7 Создание трехмерной конечно-элементной сетки на основе объема . .	79
3.3.2.8 Создание конечно-элементной конструкции из разных материалов . .	79
3.4 Создание конечно-элементной модели тела без геометрической модели	80
3.4.1 Создание конечно-элементной сетки на основе полного набора узлов	80
3.4.2 Создание конечно-элементной сетки на основе опорных узлов	82
3.4.3 Создание конечно-элементной сетки на основе операций выдавливания, вращения и вытягивания	83
3.4.4 Создание трехмерной конечно-элементной сетки на основе двумерных конечных элементов	85
3.5 Модификация конечно-элементной модели тела	86
3.5.1 Создание связей между узлами	86
3.5.2 Редактирование конечно-элементной сетки	86
3.5.3 Регенерация и очистка конечно-элементной сетки	87
3.5.4 Преобразования конечно-элементной сетки в STL-моделях	88
3.5.5 Создание ребер жесткости	88
3.5.6 Сглаживание конечно-элементной сетки	89
3.5.7 Операции манипулирования узлами и конечными элементами	89
3.5.8 Изменение нумерации объектов конечно-элементной сетки тела	89
3.5.9 Команды изменения параметров конечно-элементной сетки тела	90
3.6 Контроль параметров конечно-элементной модели тела	92
3.6.1 Контроль функций, характеристик материалов и свойств конечных элементов	92
3.6.2 Контроль совпадающих узлов и конечных элементов	92
3.6.3 Контроль расположения узлов на заданной плоскости	93
3.6.4 Контроль геометрических параметров конечных элементов	93
Раздел 4 ОБЩИЕ ИНСТРУМЕНТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ	95
4.1 Общие инструменты для задания граничных условий	95
4.1.1 Объекты приложения граничных условий	95
4.1.2 Ассоциации между объектами КЭС и геометрической модели	96
4.1.3 Введение значений граничных условий	97
4.1.4 Манипулирование наборами граничных условий	101
4.1.4.1 Копирование наборов граничных условий	102
4.1.4.2 Удаление и редактирование наборов граничных условий	102
4.1.4.3 Линейное комбинирование наборов граничных условий	102
4.1.4.4 Масштабирование наборов граничных условий	103
4.1.4.5 Использование результатов расчетов для задания граничных условий	103

4.1.4.6 Преобразования граничных условий	104
4.2 Создание задания и запуск процесса расчета краевой задачи	105
4.2.1 О запуске процесса расчета краевой задачи	105
4.2.2 Идентификаторы и коды основных типов краевых задач в NX Nastran 5.0	106
4.2.3 Диалоговая панель „Analysis Set Manager”: создание задания на проведение анализа со стандартным набором параметров	107
4.2.4 Настройка рестарта процесса расчета краевой задачи в Nastran	108
4.2.5 Опции панели „NASTRAN Executive and Solution Options”	109
4.2.6 Опции панели „NASTRAN Bulk Data Options”	110
4.2.7 Опции панели „GEOMCHECK”	113
4.2.8 Опции панели „MODELCHECK”	114
4.2.9 Другие панели раздела „Options” для Nastran	115
4.2.10 Панели раздела „Master Requests and Conditions”	116
4.2.11 Создание задания для многовариантного анализа	118
4.3 Процесс расчета краевой задачи	118
4.4 Мастер создания модели	119
Раздел 5 МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ	122
5.1 Моделирование краевой задачи стационарной теплопроводности	122
5.1.1 Задание начальных условий краевой задачи теплопроводности	122
5.1.2 Задание граничных условий краевой задачи стационарной теплопроводности	122
5.1.2.1 Величины для граничных условий краевой задачи теплопроводности	122
5.1.2.2 Задание граничных условий первого рода	122
5.1.2.3 Задание граничных условий в виде теплового источника или стока тепла	124
5.1.2.4 Задание граничных условий по тепловому потоку	124
5.1.2.5 Задание граничных условий конвекционного нагрева	125
5.1.2.5.1 Задание граничных условий „свободного” конвекционного нагрева	125
5.1.2.5.2 Задание граничных условий „принудительного” конвекционного нагрева	125
5.1.2.6 Задание граничных условий радиационного нагрева	128
5.1.3 Запуск процесса расчета краевой задачи стационарной теплопроводности	129
5.2 Моделирование краевой задачи нестационарной теплопроводности	130
Раздел 6 МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ. СТАТИКА	132
6.1 Задание начальных и граничных условий в FEMAP	132
6.1.1 Задание начальных условий	132
6.1.2 Задание граничных условий 1-го рода (закреплений, перемещений, связей)	132
6.1.2.1 Создание собственной системы координат.	133
6.1.2.2 Задание граничных условий 1-го рода в виде закреплений	133
6.1.2.3 Задание граничных условий 1-го рода в виде перемещений или углов вращения	135
6.1.2.4 Задание граничных условий 1-го рода в виде связей	135
6.1.2.5 Редактирование или удаление граничных условий 1-го рода	136
6.1.2.6 Контроль закрепления тела	136
6.1.3 Задание силовых граничных условий	137
6.1.3.1 Задание объемных силовых граничных условий	137
6.1.3.2 Задание статических линейных силовых граничных условий	137
6.1.3.3 Задание силовых граничных условий „болтового соединения”	138

6.1.3.4	Задание силовых граничных условий типа „несжимаемая жидкость”	138
6.1.3.5	Задание нелинейных силовых граничных условий	140
6.2	Задание опций и параметров нелинейного анализа	140
6.3	Моделирование статических краевых задач о НДС тел	142
6.3.1	Краевые задачи линейной упругости и термоупругости	142
6.3.2	Краевые задачи нелинейной упругости для изотропного материала	143
6.3.3	Краевые задачи нелинейной упругости для материала типа „резина”	143
6.3.4	Краевые задачи упруго-пластичности	144
6.3.5	Краевые задачи ползучести	145
6.3.6	Краевые задачи об упругой устойчивости тел	146
6.3.7	Краевые задачи об оптимизации конструкции	148
6.4	Применение модифицированного подхода Лагранжа для решения краевых задач со всеми видами нелинейности	149
6.4.1	Опции диалоговой панели „NXSTRAT Solver Parameters”	149
6.4.2	Опции диалоговой панели „NXSTRAT Iteration and Convergence Parameters”	152

Раздел 7	МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ. ДИНАМИКА	155
7.1	Общие сведения относительно моделирования динамических краевых задач	155
7.2	Задание общих параметров динамических расчетов	155
7.2.1	Диалоговая панель „Load Set Options for Dynamic Analysis”	155
7.2.2	О применении граничных условий типа „несжимаемая жидкость”	157
7.2.3	Роторный регион	158
7.3	Моделирование динамических краевых задач	158
7.3.1	Краевая задача о собственных частотах и формах колебаний	158
7.3.2	Краевая задача о переходном (эволюционном) процессе при динамическом негармоническом нагружении тела	160
7.3.2.1	Метод прямого интегрирования, линейная задача	160
7.3.2.2	Метод разложения по собственным частотам	161
7.3.2.3	Нелинейный переходной процесс	162
7.3.2.3.1	Нелинейный переходной процесс, малые деформации	162
7.3.2.3.2	Нелинейный переходной процесс, большие деформации	162
7.3.2.4	Спектральный отклик тела при ударной нагрузке	163
7.3.2.5	Динамические задачи при наличии гироскопических сил	164
7.3.2.6	Расчет полной реакции спектрального отклика тела	166
7.3.3	Краевая задача о вынужденных гармонических колебаниях тела	166
7.3.4	Краевая задача о стохастическом возбуждении тела	168
7.3.5	Модальный анализ методом DDAM	170

Раздел 8	МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТЕЛ. КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ	172
8.1	Формирование зон контакта методом „узел-узел”	172
8.2	Формирование зон контакта с применением регионов	173
8.2.1	Общие сведения	173
8.2.2	Автоматический и „ручной” варианты формирования зон контакта с применением регионов	173
8.2.3	Диалоговая панель „Define Connection Property”	174
8.2.3.1	Вкладка „NX Linear” диалоговой панели „Define Connection Property”	174
8.2.3.2	Вкладка „NX Adv Nonlin” диалоговой панели „Define Connection Property”	176
8.2.3.3	Вкладка „NX Implicit” диалоговой панели „Define Connection Property”	179
8.2.4	Команды создания/редактирования объектов контактного региона	180
8.3	Дополнительные пояснения к контактными алгоритмам	182

8.4 Создание задания для проведения расчета краевой контактной задачи	183
Раздел 9 ПРОСМОТР РЕЗУЛЬТАТОВ И ДРУГИХ ВВЕДЕННЫХ ДАННЫХ	184
9.1 Загрузка результатов расчетов краевой задачи	184
9.1.1 Импорт результатов расчетов краевой задачи другими программами	184
9.1.2 Загрузка результатов расчетов NX Nastran	185
9.2 Комбинирование и редактирование результатов расчетов краевой задачи	185
9.3 Управление изображениями на рабочем поле FEMAP	191
9.3.1 Команды меню „Window” и „View”	191
9.3.2 Диалоговая панель „View Options”	193
9.4 Просмотр функций и результатов расчетов краевой задачи	196
Приложение 1 ОБЪЕКТЫ СПИСКА „Option” ДИАЛОГОВОЙ ПАНЕЛИ „View Options”	207
Приложение 2 ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ FEMAP (Function reference)	217
Приложение 3 БИБЛИОТЕКА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	220
П3.1 Одномерные конечные элементы	220
П3.1.1 Стержневой элемент типа ROD	220
П3.1.2 Элемент трубы типа TUBE	220
П3.1.3 Криволинейный элемент трубы типа CURVED TUBE	220
П3.1.4 Балочные элементы типа BAR, BEAM	221
П3.1.5 Элемент криволинейной балки типа CURVED BEAM	222
П3.1.6 Элемент типа LINK	222
П3.1.7 Упругий элемент типа SPRING/DAMPER	222
П3.1.8 Упругий элемент типа DOF SPRING	222
П3.1.9 Контактный элемент типа GAP (зазор)	222
П3.1.10 Графический элемент типа PLOT ONLY	223
П3.2 Двумерные (плоские) конечные элементы	223
П3.2.1 Элемент типа SHEAR PANEL (сдвиговая панель)	224
П3.2.2 Элемент типа MEMBRANE (мембранный)	224
П3.2.3 Элемент типа BENDING ONLY (изгибный)	224
П3.2.4 Универсальный оболочечный элемент типа PLATE	224
П3.2.5 Элемент типа LAMINATE (слоистый)	225
П3.2.6 Элемент типа PLANE STRAIN (плоская деформация)	225
П3.2.7 Осесимметричный оболочечный элемент типа AXISYMMETRIC SHELL	225
П3.2.8 Графический элемент типа PLOT ONLY	226
П3.3 Пространственные (объемные, трехмерные) конечные элементы	226
П3.3.1 Осесимметричный элемент типа AXISYMMETRIC	226
П3.3.2 Объемный элемент типа SOLID	227
П3.4 Другие конечные элементы	227
П3.4.1 Элемент типа MASS	227
П3.4.2 Элемент типа MASS MATRIX	227
П3.4.3 Элемент типа RIGID	228
П3.4.4 Элемент типа STIFFNESS MATRIX	228
П3.4.5 Контактный элемент типа SLIDE LINE	228
П3.4.6 Элемент типа WELD	228
П3.5 Примечания	229
Приложение 4 КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ (теория)	230
П4.1 Постановка краевой задачи несвязанной теплопроводности	230

П4.2	Учет температурной зависимости характеристик материала	231
П4.3	Ослабление постановки краевой задачи теплопроводности	231
П4.4	Конечно-элементное представление краевой задачи теплопроводности	233
П4.5	Алгоритм Ньютона-Рафсона решения нелинейной САУ краевой задачи стационарной теплопроводности	235
П4.6	Алгоритм Ньюмарка решения краевой задачи нестационарной теплопроводности	235

Приложение 5 КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. СТАТИКА. МАЛЫЕ ДЕФОРМАЦИИ (теория)

П5.1	Основные уравнения механики деформируемого тела в элементарном объеме тела	237
П5.1.1	Системы координат	237
П5.1.2	Уравнение статического равновесия в элементарном объеме тела	237
П5.1.3	Геометрические соотношения в элементарном объеме тела	237
П5.1.4	Уравнения физических моделей материала в элементарном объеме тела	238
П5.1.4.1	Уравнения для определения температурных деформаций	238
П5.1.4.2	Уравнения для определения линейно-упругих деформаций	239
П5.1.4.3	Уравнения для определения нелинейно-упругих деформаций	240
П5.1.4.4	Уравнения для определения упруго-пластических деформаций	242
П5.1.4.5	Уравнения для определения деформаций ползучести	243
П5.1.5	Граничные условия	244
П5.1.6	Вариационная постановка статической краевой задачи	244
П5.2	Конечно-элементное представление краевых задач о НДС твердого деформируемого тела. Малые деформации	244
П5.2.1	Векторы перемещений, деформаций, напряжений	244
П5.2.2	Малые деформации	245
П5.2.3	САУ при малых деформациях	246
П5.3	Краевая задача о потере устойчивости твердого деформируемого тела	247
П5.3.1	Геометрические уравнения, учитывающие нелинейные члены	247
П5.3.2	САУ при учете нелинейных членов и методы ее решения в NX Nastran	249
П5.3.3	Краевая задача о потере устойчивости твердого деформируемого тела	250
П5.4	Алгоритм „двух шагов” получения решения в NX Nastran задачи для тел с малой жесткостью	251

Приложение 6 КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. СТАТИКА. БОЛЬШИЕ ДЕФОРМАЦИИ (теория)

П6.1	О классических типах формулирования алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач	253
П6.2	Основные определения и соотношения, необходимые для формулирования алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач	254
П6.2.1	Системы координат. Метрический тензор	254
П6.2.2	Тензор деформаций Грина-Лагранжа	256
П6.2.3	О мерах тензоров напряжений	258
П6.2.4	Соотношение между компонентами первого и второго тензоров напряжений Пиола-Кирхгофа в начальной конфигурации	259
П6.2.5	Символы Леви-Чивита	260
П6.2.6	Изменение элементарного объема при деформировании	260
П6.2.7	Следствие из закона сохранения массы тела	261
П6.2.8	Формула Нансона	261

П6.2.9 Соотношение между компонентами первого и второго тензоров напряжений Пиола-Кирхгофа с компонентами тензора Эйлера-Коши . . .	263
П6.3 Принцип возможных перемещений в текущей конфигурации	264
П6.3.1 Законы движения и равновесия элементарного объема тела	264
П6.3.2 Принцип (начало) возможных перемещений (в текущей конфигурации)	265
П6.4 Принцип возможных перемещений при TL-формулировке	266
П6.4.1 Выражение для работы напряжений на вариациях перемещений в TL-формулировке принципа возможных перемещений	266
П6.4.2 Выражение для объемного интеграла в TL-формулировке принципа возможных перемещений	267
П6.4.3 Выражение для поверхностного интеграла в TL-формулировке принципа возможных перемещений	268
П6.4.4 Выражение принципа возможных перемещений при TL-формулировке	269
П6.5 Конечно-элементная аппроксимация краевых задач при TL-формулировке и метод решения системы алгебраических уравнений	269
П6.5.1 Конечно-элементная аппроксимация принципа возможных перемещений	269
П6.5.2 Алгоритм решения краевой задачи с учетом геометрической нелинейности на основе метода Ньютона-Рафсона	270
П6.5.3 Алгоритм метода BFGS решения САУ для краевой задачи с учетом геометрической нелинейности	273
П6.6 Основные положения UL-формулировки алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач	274
П6.6.1 Разложение матрицы градиента деформации Грина на матрицы растяжения и вращения (теорема про полярную декомпозицию)	274
П6.6.2 Логарифмические деформации Генки (Hencky)	275
П6.6.3 Сходства и особенности UL- и TL-формулировок алгоритмов решения геометрически нелинейных краевых задач	276
П6.6.4 Алгоритмы методов ограничения нагрузок/перемещений при решении краевой задачи с учетом геометрической нелинейности. Сферический критерий длины дуги (М.А. Crisfield)	277
П6.7 Заключительные замечания	280

Приложение 7 КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. ДИНАМИКА (теория) 281

П7.1 Постановка краевой динамической задачи термоупругости	281
П7.2 Конечно-элементная аппроксимация краевой динамической задачи	281
П7.3 Конечно-элементное решение краевых динамических задач	282
П7.3.1 Непосредственное решение динамического уравнения	282
П7.3.1.1 Метод Ньюмарка	282
П7.3.1.2 Явный центрально-разностный алгоритм	283
П7.3.1.3 Решение на первом временном шаге	283
П7.3.2 Задача о собственных частотах и формах колебаний	283
П7.3.2.1 Решение при отсутствии демпфирования	284
П7.3.2.2 Решение при наличии демпфирования	284
П7.3.3 Решение динамического уравнения с применением метода разложения решения по собственным формам колебаний (модальное решение)	285
П7.3.4 Задача о стохастическом возбуждении тела	286
П7.4 Динамическая задача при наличии гироскопических сил	288

Приложение 8 КРАЕВЫЕ КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ (теория)	290
П8.1 Особенности постановки краевых контактных задач о напряженно-деформированном состоянии тел	290
П8.2 Модели коэффициента трения Кулона	291
П8.3 Модели контакта	292
Приложение 9 СТРУКТУРИРОВАННЫЕ И НЕСТРУКТУРИРОВАННЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ В NX Nastran 7.1	295
Приложение 10 ЗНАЧЕНИЯ ОПЦИИ „Diagnostics” ДИАЛОГОВОЙ ПАНЕЛИ „NASTRAN Executive and Solution Options”	296
Приложение 11 ХАРАКТЕРНЫЕ СООБЩЕНИЯ NX Nastran 7.1	299
Приложение 12 ОСНОВНЫЕ ВЕКТОРЫ – РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ	302
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	305
ЛИТЕРАТУРА	307